This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Digitized by Google

Digitized by Google

K.F. WENDT LIBRARY
COLLEGE OF ENGR.
ALL AVENUE
53706

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

RÉSULTATS SCIENTIFIQUES ET PRATIQUES

DESTINÉS A LA

CONSTRUCTION DES MACHINES.

DEUXIÈME ÉDITION FRANÇAISE

TRADUITE SUR LA CINQUIÈME ÉDITION ALLEMANDE.

Digitized by Google

Digitized by Google

RÉSULTATS

SCIENTIFIQUES ET PRATIQUES

DESTINÉS A LA

CONSTRUCTION DES MACHINES

PAR

F. REDTENBACHER

DIRECTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE CARLSRUHE
ET PROFESSEUR DU COURS DE CONSTRUCTION DE MACHINES A CETTE ÉCOLE.

DEUXIÈME ÉDITION FRANÇAISE

TRADUITE SUR LA CINQUIÈME ÉDITION ALLEMANDE
AVEC NOTES ET ADDITIONS

DU

Dr. F. GRASHOF,
PROFESSEUR A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE CARLSRUHE.

AVEC UN ATLAS DE 41 PLANCHES.

HEIDELBERG.

F. BASSERMANN, ÉDITEUR.

PARIS.

LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE DE J. BAUDRY, ÉDITEUR.
15, RUE DES SAINTS-PÈRES.

MÊME MAISON A LIÉGE.

1874.

Digitized by Google

Imprimerie de G. Otto à Darmstadt.

Digitized by Google

.95
TB
.R24
6727372

Préface de la seconde édition française.

La première édition française des Résultats de Redtenbacher, qui était une traduction faite sur la quatrième édition de l'ouvrage allemand, est aujourd'hui complétement épuisée et nous avons dû nous occuper d'en préparer une seconde.

Malgré le succès incontestable qu'a obtenu, en France, l'ouvrage du savant professeur, nous n'avons pas cru devoir nous borner à une simple réimpression de la première édition et nous nous sommes décidé à la refondre complétement, en profitant de la publication récente de la cinquième édition allemande, faite sous la direction du professeur Grashof, successeur de Redtenbacher à l'école polytechnique de Carlsruhe.

En publiant cette nouvelle édition de l'œuvre de son ancien maître, Grashof, par un sentiment facile à comprendre, a tenu à lui laisser son caractère original et s'est borné à insérer, hors texte, toutes les additions qui lui ont paru devoir être de quelque utilité.

Ces additions, qui ne représentent guère moins du cinquième du texte original, ont eu principalement pour but de le compléter ou de le modifier sur certains points, en tenant compte des résultats fournis par les nouvelles recherches expérimentales, ainsi que des perfectionnements apportés, dans ces dernières années, aux méthodes de construction et de fabrication. Parmi les questions ainsi modifiées, nous croyons devoir signaler spécialement les nouvelles formules pour le calcul du rende-

Digitized by Google

ment des appareils hydrauliques, la détermination des dimensions des cheminées en maçonnerie et en tôle, celle de l'effet utile des chaudières, la transmission de la chaleur à travers les parois, la construction des locomotives et des bateaux, l'établissement des scieries, des réservoirs d'air, etc.

Les nouvelles formules sont, d'ailleurs, pour la plupart, accompagnées de tables destinées à en faciliter l'emploi.

Dans l'édition française, que nous publions aujourd'hui, nous n'avons pas cru devoir conserver, en général, la division admise pour l'ouvrage allemand et nous avons jugé préférable de fondre les additions de Grashof avec le texte primitif. Nous n'avons conservé en dehors que les notes proprement dites. Nous en avons nous-même ajouté quelques-unes, qui nous ont paru nécessaires pour expliquer certains résultats insérés dans le texte.

Nous avons également ajouté, à la fin du volume, une table, aussi complète que possible, des monnaies et des mesures de longueur, de capacité et de poids en usage dans les différents pays. Nous avons, en même temps, rétabli les collections de formules analytiques et de tables numériques, qui figuraient dans la première édition française et qui avaient été supprimées, à tort, suivant nous, dans la cinquième édition allemande.

Ainsi modifié, l'ouvrage de Redtenbacher forme un aide-mémoire très complet, destiné à fournir d'utiles renseignements à tous ceux qui, à un titre ou à un autre, ont à s'occuper de l'établissement de projets de machines ou de bâtiments.

Il nous reste, en terminant, à exprimer le désir que cette nouvelle édition soit aussi favorablement accueillie du public que l'a été la première.

Digitized by Google

TABLE DES MATIÈRES.

Pages

Préface V

CHAPITRE I.

Géométrie.

Tracés de différentes courbes 1
Calculs des surfaces et des volumes 3
Poulies 5
Roues dentées 7
Dentures des engrenages 8
Guides de piston 15

CHAPITRE II.

Résistance des matériaux.

Résistance à la rupture par extension 19
Flexion 20
Compression 22
Torsion 23
Résistance des vases 24
Allongement et raccourcissement des barres 25
Flexion des pièces droites 26
Solides d'égale résistance 29
Comparaison de diverses formes de sections 32
Résistance des solides contre l'action des forces vives 34
Coefficients de résistance et d'élasticité 36

CHAPITRE III.

Construction des pièces de machines.

Cordes et câbles 40
Chaînes 41

Digitized by Google

Pages.
Boulons d'assemblage 43
Rivets 45
Cornières 48
Tourillons des arbres de transmission 48
Arbres de transmission 51
Accouplements d'arbres 59
Paliers 61
Poulies et courroies 63
Rouleaux ou poulies de tension 70
Roues dentées 71
Vis sans fin 83
Bâtis de paliers 84
Leviers coudés 84
Manivelles 86
Essieux coudés 88
Traverses 90
Bielles 90
Balanciers 92
Crochets de cordes et de chaînes 93
Tuyaux et leurs assemblages 94
Couvercles et boîtes-à-étoupes 96
Soupapes, robinets, tiroirs et pistons 96
Résultats des calculs applicables à la construction des bâtiments . . 99

CHAPITRE IV

Frottement entre des corps solides et raideur des cordes.

Lois du frottement et coefficients 103
Formules pour le calcul des pertes de travail dues au frottement . . 108
Expression approximative de $\sqrt{x^2 + y^2}$ 113

CHAPITRE V.

Résultats des calculs relatifs à l'hydraulique.

Ecoulement de l'eau 118
Valeurs des coefficients k pour le calcul des volumes d'eau 126
Etablissement des barrages 134
Canaux des usines 140
Conduite de l'eau dans des tuyaux 151
Equilibre et mouvement de l'air et des gaz 162

CHAPITRE VI.

Roues hydrauliques.

Règles pour la disposition et la construction d'une roue hydraulique . 172
Tracé des roues 179

Digitized by Google

Pages.
Règles pour la construction des roues hydrauliques 184
Règles pour le calcul de l'effet utile des anciennes roues hydrauliques . 190

CHAPITRE VII.

Turbines.

Turbine *Jonval* 194
Turbine *Fourneyron* 205
Roue à réaction 210
Roues tangentielles 211

CHAPITRE VIII.

La chaleur et son utilisation.

Dilatation des corps par la chaleur 216
Pouvoirs calorifiques des combustibles 223
De la vapeur d'eau 227
Cheminées 230
Chaudières à vapeur 235
Chauffage des appartements et des édifices 246
Passage de la chaleur à travers un mur 249
Chauffage d'un fluide par un courant de fluide chaud 253
Chauffage par des poêles 255
Calorifères 255
Chauffage par circulation d'eau chaude à basse pression 257
Chauffage par circulation d'eau chaude à haute pression 258
Chauffage par la vapeur 260
Eclairage au gaz 260
Règles pour le calcul des tuyaux de conduite de gaz 269

CHAPITRE IX.

Machines à vapeur.

Formules générales pour les différentes espèces de machines 272
Machines de *Watt* à basse pression 274
Machines à haute pression, sans condensation, sans détente 274
Machines à haute pression, sans condensation, avec détente 275
Machines à pression moyenne, avec détente, avec condensation . . . 276
Machines de *Woolf* 277
Volants des machines à vapeur 278
Résultats relatifs à la détermination pratique des dimensions des machines à vapeur 285
Moulins à vent 301
L'homme et les animaux considérés comme moteurs 303

Digitized by Google

Pages.

CHAPITRE X.

Transports par eau et par terre.

Voitures. Coefficients de résistance au tirage 309
Locomotives 314
Ressorts de chemins de fer 331
Fusées des essieux en fer forgé 335
Dimensions des différentes parties d'une locomotive 337
Bateaux à vapeur 345
Proportions des bateaux 354
Tracé des formes de vaisseaux 367
Règle pour les machines de bateaux 375

CHAPITRE XI.

Machines manufacturières et fabrication.

Machine à enfoncer les pieux 376
Bocards 379
Pompes 383
Machines à vapeur élévatoires 390
Pompes à incendie 393
Scies à bois 396
Moulins à farine 401
Fabrication du papier 405
Filature de coton 408
Tissage mécanique 419
Fabrication du fer 421
Expériences relatives à l'exploitation des hauts-fourneaux 423
Souffleries des hauts-fourneaux 429
Fabrication du fer forgé 437
Laminoirs 439
Marteaux de forge pour la fabrication du fer en barres 443
Marteaux à vapeur 446

CHAPITRE XII.

Collection de tables.

Tableaux des monnaies, des mesures et des poids usités dans les différents pays 449
Poids spécifiques des corps 455
Poids des plaques métalliques 457
Poids des manchons, paliers, poulies, engrenages 459
Prix des pièces de machines 462

Digitized by Google

Pages.
Prix des roues hydrauliques, machines à vapeur, etc. 464
Prix de diverses machines outils 469

CHAPITRE XIII.

Collection de formules analytiques.

Formules trigonométriques 477
Séries 479
Formules différentielles et intégrales 481

CHAPITRE XIV.

Collection de tables numériques.

Valeurs réciproques des nombres naturels 506
Valeurs de n, $n\pi$, $n^2 \frac{\pi}{4}$, n^2, n^3, $\sqrt{n}$, $\sqrt[3]{n}$ 507
Longueur des arcs de cercle 530
Lignes trigonométriques 531
Logarithmes 532

Digitized by Google

Digitized by Google

CHAPITRE I.

GÉOMÉTRIE.

TRACÉ DE DIFFÉRENTES COURBES.

1.

Tracé de la parabole (fig. 1, Pl. I), *lorsqu'on connait le sommet* A, *la direction* A x *de l'axe et un point* M *de la courbe.*

Après avoir tracé le rectangle M p A b, on divise M b et A b en un certain nombre de parties égales, p. ex. 4, on trace, à partir de A, les lignes A 3, A 2, A 1, et, par 1_1, 2_1, 3_1, on mène des lignes parallèles à l'axe A x; les points d'intersection I, II, III de ces lignes sont des points de la parabole.

2.

Tracé de la normale correspondant à un point II *de la parabole.* Fig. 1, Pl. I.

Après avoir mené II p_2 perpendiculaire à A x, on prend A a = A p_2, on joint a II et on éléve sur a II la perpendiculaire II q_2 au point II; cette perpendiculaire est la normale cherchée.

Les normales, qui correspondent aux autres points I, III, M, se déterminent en abaissant les perpendiculaires III p_3, I p_1, M p, et en prenant $p_3\, q_3 = p_1\, q_1 = p\, q = p_2\, q_2$, après avoir relié les points q_3, q_1, q aux points III, I, M.

Si on prolonge ces normales, de manière à obtenir le point d'intersection de chacune d'elles avec celle qui la précède, ces

Digitized by Google

points seront les centres d'arcs de cercle qui pourront être substitués aux différents segments A III, III II, II I, I M de la parabole, avec une approximation d'autant plus grande que les points A, III, II, I, M seront eux-mêmes plus rapprochés.

3.

Tracé d'une ellipse dont les axes sont donnés.

a) Procédé rigoureux. Fig. 2, Pl. I.

Soient O le centre, O a le demi-grand axe, O b le demi-petit axe. Du point O, et avec les rayons O b, O a et O c = O b + O a, décrivons les cercles concentriques β b, α a, c γ, traçons un rayon quelconque O q p r et, par les points q et p, menons des parallèles à O c et O b; ces lignes se couperont en un point m de l'ellipse, et la ligne m r sera la normale à cette ellipse au point m.

Si l'on répète cette construction, en menant plusieurs rayons par le point O, on obtient, pour le tracé de l'ellipse, une série de points et les normales correspondantes.

b) Procédé approximatif. Fig. 3, Pl. I.

Soient O le centre, a a_1 le grand axe, b b_1 le petit axe de l'ellipse.

Prenons O c = O b, O d = O d_1 = $3\frac{a\,c}{2}$, O e = O e_1 = $4\frac{a\,c}{2}$, traçons e_1 d m, e_1 d_1 m_1, e d n, e d_1 n_1, et décrivons des points d, d_1, e, e_1, les arcs de cercle n a m, n_1 a_1 m_1, n b_1 n_1, m b m_1, ces arcs formeront une ligne, qui se rapproche suffisamment d'une ellipse, en supposant que le rapport entre le grand et le petit axe ne dépasse pas 2. Dans le cas ou ce rapport est plus grand que deux, il convient d'employer la méthode rigoureuse que nous venons d'indiquer.

4.

Tracé de la cycloïde. Fig. 4, Pl. I.

Soient 09$_1$ la ligne de roulement, 049 la moitié du cercle générateur, dans sa position primitive. On divise le demi-cercle en parties égales, p. ex. 9, on mène les cordes 01, 02, 03, 04 .... on porte, à partir du point O sur 09$_1$, la longueur développée d'un des arcs 01, 02 ... autant de fois qu'il y a de divisions

Digitized by Google

dans le demi-cercle et on trace, par les points 1_1 2_1 3_1 4_1 . . ., des lignes parallèles aux cordes 01, 02, 03 . . .; les points d'intersection I, II, III, IV, V sont alors les centres des arcs de cercle, qui peuvent être substitués aux segments o a, a b, b c . . . de la cycloïde, avec une approximation d'autant plus grande que le nombre des divisions du demi-cercle est plus considérable.

5.

Tracé d'un arc d'épicycloïde. Fig. 5, Pl. I.

Soit 06 l'arc donné du cercle primitif pour lequel on veut tracer l'arc d'épicycloïde correspondant 06_2; soit n le rapport entre les rayons du cercle primitif et du cercle générateur.

On divise l'arc 06 en plusieurs parties égales, 6, p. ex. $01 = 12 = 23 = \ldots = a$, on prend une portion d'arc, de longueur $(n + 1)\,a$, qu'on porte six fois à partir de 0, on joint les points 1_1 2_1 3_1 4_1 . . . aux points 1, 2, 3, 4, et on décrit des points d'intersection 1, I, II, III, les arcs de cercle 01_2, $1_2\,2_2$, $2_2\,3_2$ . . ., qui donnent approximativement l'arc d'épicycloïde cherché.

6.

Tracé d'un arc d'hypocycloïde. Fig. 6, Pl. I.

Soient 05 l'arc du cercle, pour lequel on veut tracer l'arc d'hypocycloïde correspondant 05_2, n le rapport entre les rayons du cercle primitif et du cercle générateur.

On divise l'arc 05 en un certain nombre de parties égales, $01 = 12 = 23 = \ldots = a$, et on prend les arcs $01_1 = 1_1\,2_1 = 2_1\,3_1 = \ldots = (n - 1)\,a$; on mène les lignes 1_1 1 I, 2_1 2 II, 3_1 3 III . . ., et on décrit, des points I, II, III . . ., les arcs de cercle 01_2, $1_2\,2_2$, $2_2\,3_2$, $3_2\,4_2$ . . ., qui peuvent être substitués approximativement à l'arc d'hypocycloïde.

CALCULS DES SURFACES ET DES VOLUMES.

7.

La surface A M p (fig. 1, Pl. I) *d'une parabole*

est égale à

$$\frac{2}{3}\,A\,p \times M\,p$$

Digitized by Google

8.

La surface d'une ellipse

est égale au produit des deux demi-axes par le nombre $\pi = 3{\cdot}142$.

9.

Règle de Simpson

pour le calcul des surfaces de figures planes. Soit A B C D (fig. 7, Pl. I) la surface à calculer. On divise A D en un nombre pair n de parties égales $A\,1 = 12 = 23 = . = e$, et on mesure les ordonnées $y_0\, y_1\, y_2 \ldots y_n$; on trouve alors:

$$\text{Surface } A\,B\,C\,D = \frac{1}{3}\, e \left\{ y_0 + y_n + 4\,(y_1 + y_3 + y_5 + \ldots + y_{n-1}) + 2\,(y_2 + y_4 + \ldots + y_{n-2}). \right\}$$

10.

La surface d'une sphère

de rayon r est égale à

$$4\, r^2\, \pi \,.\,.\, (\pi = 3{\cdot}142).$$

11.

La surface d'une calotte sphérique

a pour expression:

$$2\, \pi\, r\, a = \pi\, (a^2 + b^2)$$

r est le rayon de la sphère,
a et b la hauteur et le rayon de la calotte.

12.

Le volume d'une pyramide ou d'un cône

est égal à $\frac{1}{3}$ A h, en désignant par A la base et h la hauteur.

13.

Le volume d'une sphère

de rayon r a pour expression:

$$\frac{4}{3}\, r^3\, \pi$$

Digitized by Google

14.

Le volume d'une calotte sphérique

$$\text{est } \frac{\pi}{6} a (3 b^2 + a^2),$$

a et b designant la hauteur et le rayon de la calotte.

DES ORGANES DE MACHINES CONSIDÉRÉS AU POINT DE VUE GÉOMÉTRIQUE.

POULIES.

15.

Notations.

Dans le but de faciliter l'indication des positions relatives des poulies et des chemins parcourus par les courroies, nous adopterons les désignations suivantes :

a) Plan moyen d'une poulie : un plan passant par le milieu de l'épaisseur de la poulie et perpendiculaire à l'axe ;

b) Section moyenne : le cercle suivant lequel le plan moyen coupe la poulie ;

c) Le milieu de la courroie : la ligne qui divise longitudinalement la courroie en deux parties égales.

16.

Règles principales à observer dans la disposition géométrique d'une transmission par courroies.

Dans la disposition d'une transmission par courroies, il convient :

1° que le milieu de la courroie soit placé dans le plan moyen de la poulie, sur laquelle elle s'enroule ;

2° que les poulies directrices (galets) soient établies de telle sorte que le plan moyen de chacune d'elles coïncide avec le milieu de la courroie, avant et après l'enroulement.

Digitized by Google

17.

Exemples de transmissions par courroies.

C'est d'après les deux règles précédentes qu'ont été établis les dispositifs suivants de transmissions par courroies.

Fig. 8, Pl. I: Les axes sont parallèles et tournent dans le même sens; les plans moyens des deux poulies coïncident.

Fig. 9, Pl. I: Les axes sont parallèles et tournent en sens opposé; les plans moyens des deux poulies motrices se confondent.

Fig. 10, Pl. I: Les axes sont parallèles et tournent dans le même sens; mais les plans moyens des deux poulies ne se confondent pas; l, l_1 sont des poulies directrices.

Fig. 1, Pl. II: Poulies sur deux axes qui se coupent, avec galets guides. L'emplacement et la disposition de ces galets peuvent être déterminés de la manière suivante: par deux points a et a_1, pris arbitrairement sur la ligne d'intersection L des plans moyens des poulies, on mène des tangentes aux sections moyennes de ces poulies et on dispose les galets l, l_1 de telle sorte que leurs sections moyennes se confondent avec les plans de ces deux couples de tangentes et soient en contact avec elles. Dans cette disposition, la courroie se trouvant pressée normalement contre les poulies et les galets ne peut pas éprouver de glissement latéral.

Fig. 2, Pl. II. Les deux axes se croisent sans se rencontrer et la ligne d'intersection L des plans moyens est tangente aux sections moyennes des poulies. Le mouvement doit s'effectuer dans le sens indiqué par les flèches. Le minimum de distance qu'on puisse admettre pour les axes doit être au moins égal au double du diamètre de la plus grande des deux poulies. Plus exactement, la limite inférieure de la plus courte distance de ces axes est donnée par l'expression $\sqrt{\left(\frac{b \sin \alpha}{x} - d\right) d}$,

d désignant le diamètre de la poulie menante, b la largeur de la courroie et x la plus grande valeur admissible pour le rapport de la différence de longueur des deux bords du brin conducteur à la longueur moyenne de ce brin; x peut généralement être pris égal à 0·01.

Fig. 3, Pl. II. Les deux axes se croisent sans se rencontrer, mais les poulies sont disposées d'une manière quel-

Digitized by Google

conque. La position des galets se détermine comme dans le cas de la fig. 1.

Fig. 4. Pl. II. Les deux axes se croisent sans se couper; la poulie A est calée sur l'arbre a, tandis que la poulie B est reliée à l'arbre b par l'intermédiaire d'un joint de *Hook*. Les plans moyens des deux poulies coïncident.

ROUES DENTÉES.

18.

Détermination de la forme fondamentale des roues dentées.

Les roues dentées ordinaires affectent la forme cylindrique, quand les axes sont parallèles, la forme conique, quand les axes se coupent, la forme hyperboloïde, quand les axes se croisent sans se couper. Ces formes peuvent se déterminer de la manière suivante:

a) Roues cylindriques pour arbres parallèles. Soient:

r, R les rayons des roues,

d la distance des axes,

$n = \frac{R}{r}$ le rapport de transmission, c'est-à-dire le nombre qui indique combien de fois la roue de diamètre 2 r doit tourner, pendant que la roue de diamètre 2 R fait un tour; on a:

$$R = \frac{n\,d}{n+1}$$

$$r = \frac{d}{n+1}$$

b) Roues coniques pour axes qui se coupent. Soient, fig. 5, Pl. II, C A et C a les deux axes, n le nombre des tours que l'axe C a doit faire pour un tour de l'axe C A. On détermine un point b, dont les distances b O et b o aux axes soient dans le rapport de n : 1, et on trace la ligne b C. Les deux triangles O C b et o C b, en tournant respectivement autour de C A et de C a engendrent les cônes primitifs des deux roues, qui se touchent le long de la génératrice commune b C.

c) Roues hyperboloïdes. fig. 6, Pl. II. Soient C A et C a les axes, supposés parallèles au plan de la figure. La plus courte distance de ces axes, qui a pour longueur s, se projette en C. Soit n le nombre de tours que doit faire C a pour un tour de C A.

Digitized by Google

Divisons l'angle A C a des axes, par la ligne C q, en deux autres, q C A $= \alpha_1$ et q c a $= \alpha_2$, de telle sorte qu'on ait:

$$\frac{q\,A}{q\,a} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n.$$

Faisons $CD = AE = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2} s$, $Cd = ae = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2} s$

$$AB = AB_1 = qE, \qquad ab = ab_1 = qe.$$

Traçons, avec les rayons A B et C D, a b et C d, les cercles K, K_1, k, k_1 et menons q m et q n parallèles à C a et à C A. Divisons le cercle K, à partir de n, en autant de parties égales que la roue doit renfermer de dents, et le cercle k, à partir de m, en un nombre n fois plus petit de parties égales; menons maintenant, par les points de division, les tangentes $T, T_1, T_2 \ldots$ $t, t_1, t_2 \ldots$, aux cercles K_1 et k_1 et cherchons leurs projections, qui détermineront, par leurs intersections successives, les hyperboles $B\,D\,B_1\,D_1$, $b\,d\,b_1\,d_1$. Les rotations de ces courbes, autour de leurs axes respectifs, engendreront les hyperboloïdes primitifs des deux roues. La ligne C q donne la direction suivant laquelle doivent être taillées les dents.

DENTURES DES ENGRENAGES.

19.

Nombre des dents.

Le pas de deux roues qui engrènent ensemble est le même pour ces deux roues. Le nombre des dents est, par suite, dans le rapport des rayons de ces roues. Le nombre absolu des dents est arbitraire au point de vue géométrique, mais pratiquement il doit être déterminé en raison de l'effort qui s'exerce à la circonférence des roues.

20.

Condition fondamentale pour la forme des dents.

Les dents de deux roues qui engrènent doivent présenter des formes telles que le rapport des vitesses angulaires des deux roues soit une quantité constante, à chaque instant de la rotation.

Digitized by Google

Il existe une infinité de couples de formes de dents qui satisfont à cette condition; les plus usitées sont les suivantes:

21.

Dents à profils épicycloïdaux. Première solution. Fig. 7, Pl. II.

n a m est la dent de la roue R, a n une ligne radiale, a m un arc d'épicycloïde, R le rayon du cercle primitif; le rayon du cercle générateur est $\frac{1}{2}$ r. n_1 m a_1 est la dent de la roue r, a n_1 une ligne droite radiale, a m_1 un arc d'épicycloïde. Le rayon du cercle primitif de cette épicycloïde est r, le rayon du cercle générateur $\frac{1}{2}$ R.

22.

Deuxième solution. Fig. 8, Pl. II.

n a m est la dent de la roue R, n_1 a m_1 la dent de la roue r; a m est un arc d'épicycloïde, a n_1 un arc d'hypocycloïde. Les rayons des cercles primitifs, pour a m et pour a n_1, sont respectivement R et r. Les rayons des cercles générateurs, pour a m et a n_1, ont tous les deux la même longueur, mais ils sont plus petits que $\frac{1}{2}$ r. a m_1 est un arc d'épicycloïde, a n un arc d'hypocycloïde.

Les rayons des cercles primitifs, pour a m_1 et pour a n, sont respectivement r et R. Les rayons des cercles générateurs, pour a n et a m_1, ont la même longueur, mais sont plus petits que $\frac{1}{2}$ R. Chacun de ces quatre arcs correspond à un roulement sur un arc égal à la longueur du pas. Cette disposition est surtout applicable pour une transmission entre deux axes de vitesses très différentes.

23.

Crémaillère avec pignon. Fig. 9, Pl. II.

n a m est la dent de la crémaillère, a n une droite perpendiculaire à la ligne primitive de la crémaillère, a m un arc de cycloïde; le rayon du cercle générateur est $\frac{r}{2}$. m_1 a n_1 est la

Digitized by Google

dent du pignon, a n_1 une ligne droite radiale, a m_1 un arc de développante du cercle r. Les arcs a m et a m_1 correspondent à un pas.

24.

Engrenage intérieur cycloïdal. Fig. 10, Pl. II.

R, r sont les cercles primitifs, n a m la dent de la roue R, n_1 a m_1 la dent de la roue r, a m, a n_1 des arcs d'hypocycloïde; les rayons des cercles primitifs sont R et r. Les rayons des cercles générateurs sont égaux tous les deux, mais plus petits que $\frac{1}{2}$ r. a m_1, a n sont des arcs d'épicycloïde.

25.

Engrenages avec arcs de cercle.

On obtient également des formes admissibles dans la pratique en adoptant, pour les parties extérieures des dents, des arcs de cercles convenables et, pour les parties intérieures, des lignes droites ou radiales. Les rayons des cercles, pour les parties extérieures des dents, se déterminent par les relations:

$$\left(\frac{\varrho}{r}\right) = \frac{n+2}{2(n+1)}\,t$$

$$\left(\frac{\varrho}{R}\right) = \frac{2n+1}{2(n+1)}\,t$$

En désignant par

R, r les rayons des cercles primitifs des roues;

$n = \frac{R}{r}$ le rapport de transmission, c-à-d le nombre qui indique combien de fois la petite roue doit tourner pour un tour de la grande;

t le pas des dents, égal pour les deux roues;

$\left(\frac{\varrho}{r}\right), \left(\frac{\varrho}{R}\right)$ les rayons de courbure pour les dents des roues r et R.

Les résultats que fournissent ces équations sont contenus dans le tableau suivant:

Digitized by Google

n	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	2	4	6	∞
$\frac{\binom{\rho}{R}}{t}$	0·75	0·78	0·79	0·80	0·83	0·90	0·93	1
$\frac{\binom{\rho}{r}}{t}$	0·75	0·72	0·71	0·70	0·67	0·60	0·57	0·5

$n = \infty$ correspond à un engrenage à crémaillère. Il convient de remarquer que

$$\binom{\rho}{r} + \binom{\rho}{R} = \frac{3}{2}\,t$$

Le tracé des dents au moyen de ces rayons de courbure est indiqué par la figure 1, Pl. III. R, r sont les cercles primitifs des roues. R_1, r_1 deux cercles dont les rayons sont la moitié de R et de r. $\widehat{aM} = \widehat{aN} = \widehat{am} = \widehat{an} = t$. $\overline{MO} = \overline{NO} = \binom{\rho}{R}$, $\overline{mo} = \overline{no} = \binom{\rho}{r}$. Les arcs M N P et m n p sont décrits des points O et o comme centres; C P et c p sont des tangentes à ces deux arcs.

Si la partie inférieure des dents doit être formée par des arcs de cercle, comme la partie extérieure, on déterminera les rayons à adopter par les formules suivantes:

Désignation des arcs. Fig. 8, Pl. II.	Rayons de courbure.
a m	$\frac{R + r_1}{R + 2\,r_1}\,t$
a n	$\frac{R - R_1}{R - 2\,R_1}\,t$
a m_1	$\frac{r + R_1}{r + 2\,R_1}\,t$
a n_1	$\frac{r - r_1}{r - 2\,r_1}\,t$

Dans ces expressions, R et r désignent les rayons des cercles primitifs des deux roues, t le pas des dents, R_1 et r_1 les rayons

Digitized by Google

des cercles auxiliaires, qui doivent être tels que R_1 soit $< \frac{1}{2}$ R et $r_1 < \frac{1}{2}$ r.

26.

Engrenage extérieur à développantes. Fig. 2, Pl. III.

Notations: R, r cercles primitifs des roues; a b le pas de l'engrenage; b o une ligne droite radiale; g a f une ligne perpendiculaire à b o; O g perpendiculaire à g a f, ou parallèle à b o; R_1, r_1 deux cercles décrits avec les rayons O g et o f; f h développante, obtenue par l'enroulement de g h sur R_1; i k autre développante due à l'enroulement de i f sur r_1 (a i = a f). Les arcs f h et i k sont les parties courbes des dents. Les parties radiales droites h h_1, k k_1 doivent être prolongées vers les centres O, o, assez loin, pour que les parties extérieures courbes trouvent un passage suffisant.

Deux dents, obtenues de cette manière, peuvent se commander mutuellement, sur une longueur totale égale à deux pas, un pas avant la ligne des centres O o et un pas après cette ligne. Si on voulait que l'action des dents, avant et après la ligne des centres, eut lieu pour des longueurs d'arcs différentes d'un pas, il faudrait donner à a b et à a i des longueurs égales à celles de ces arcs. Si, par exemple, on fait a b = 1 pas $^1/_2$ et a i = 1 pas $^2/_3$, l'engrènement se produit sur une longueur égale a $1^1/_2 + 1^2/_3 = 3$ pas $^1/_6$.

27.

Engrenage intérieur à développantes. Fig. 3, Pl. III.

Si deux dents doivent se commander sur une longueur égale à deux pas, leur tracé se détermine de la manière suivante:

Les cercles primitifs R et r étant tracés, on prend l'angle a o b correspondant à un pas et, par le point a, on mène à b o la perpendiculaire a f, qu'on prolonge des deux côtés; par le centre O de la grande roue, on trace O g parallèle à b o et, avec les rayons o f et O g, on décrit les cercles r_1 et R_1. Si maintenant on prend a c = a f et qu'on trace les développantes c d et c e, qui correspondent à l'enroulement de f c et g c sur r_1 et R_1, ces deux lignes c d et c e formeront les parties courbes des dents.

Digitized by Google

Pour le libre passage des dents, il faut ajouter à c d une partie droite radiale d d_1 et à e c une partie curviligne c c_1.

Si les dents doivent se commander, avant et après la ligne des centres, sur des longueurs égales à s et s_1, on doit prendre c a = s et a f = s_1. Le reste du tracé s'effectue ensuite comme précédemment.

28.

Propriétés des engrenages à développantes de cercle.

Les engrenages à développantes de cercle jouissent pratiquement des propriétés suivantes:

1° Toutes les roues, munies de dents de ce genre et qui ont même pas, peuvent engrèner rigoureusement les unes avec les autres.

2° La distance des axes des roues peut être augmentée ou diminuée, dans une certaine mesure, sans que l'engrènement cesse d'être convenable; toutefois, dans ce cas, la durée de l'engrènement se trouve modifiée.

3° La pression des dents est constante.

4° L'usure modifie peu la forme de ces dents.

5° Les engrenages à développantes peuvent être utilisés pour relier des arbres qui se croisent sans se couper.

6° Les dents à développantes sont toutes géométriquement semblables, ce qui permet de les tailler facilement au moyen de machines.

29.

Méthode générale de tracé. Fig. 4, Pl. III.

Si la dent de l'une des roues est tracée arbitrairement, la forme correspondante de la dent de l'autre roue peut être déterminée de la manière suivante:

Soient R, r les cercles primitifs, a n b une entaille curviligne, qui représente la forme de la dent r. Pour trouver la forme correspondante de la dent R, prenons à volonté un point n sur a b, traçons la normale n m, faisons a m_1 = a m et menons par m_1 une droite, qui coupe le cercle R sous le même angle que celui sous lequel r est coupé par n m; si nous prenons m_1 n_1 = m n, n_1 est un point de la courbe cherchée. En appliquant ce procédé à plusieurs points de la courbe a b, on obtient une série de points de la courbe de la dent pour la roue R.

Digitized by Google

30.

Dentures des roues coniques. Fig. 5, Pl. II.

Soient C A et C a les axes, C b e et C b f les cônes primitifs, C b leur génératrice de contact. En élévant en b, sur b C, une perpendiculaire S b s, les triangles S O b et s o b, en tournant autour de C A et C a engendrent deux nouvelles surfaces coniques et les lignes, suivant lesquelles ces cônes coupent les surfaces des dents, coïncident approximativement avec les formes des dents de deux roues cylindriques dont les rayons seraient égaux à S b et s b. Si l'on trace les dents au moyen d'arcs de cercle, il faut (d'après le procédé du numéro 25) substituer à n, dans les formules, la valeur:

$$n = \frac{S\,b}{s\,b} = \frac{i + \cos\alpha}{i\cos\alpha + 1}\,i$$

Dans ce cas, $i = \frac{b\,O}{b\,o}$ est le rapport de transmission, α l'angle A C a des axes. Si les directions des axes font un angle de 90^0, on a : $\alpha = 90^0$ et $n = i^2$.

31.

Vis sans fin. Fig. 5 et 6, Pl. III.

Dans la rotation de la vis, un point quelconque du cercle de la roue parcourt un chemin égal à la hauteur d'un pas de vis. Le nombre des divisions, dont la roue avance, pour une rotation de la vis, est, par conséquent, égal au nombre des filets de cette vis. Avec une vis à un seul filet, la roue avance d'un pas, lorsque la vis tourne une fois autour de son axe.

L'épaisseur des dents est calculée d'après la force à transmettre. Les formes des dents de la roue et des filets de la vis sont indiquées par les figures 5 et 6. La figure 5 est une coupe par un plan perpendiculaire à l'axe de la roue et passant par l'axe de la vis. Les lignes m n p, m_1 n_1 p_1, déterminées par ce plan sur la roue et la vis, doivent se tracer comme celles des dents d'une crémaillère et de son pignon.

Le tracé de la vis est le plus simple possible, ainsi que son exécution, lorsqu'on supprime la partie courbe m n; mais, dans ce cas, la ligne p_1 n_1 doit être construite pour une durée d'engrènement supérieure à un pas.

Digitized by Google

Dans le cas de grandes forces à transmettre, les dents sont venues de fonte avec la roue. Dans les vis sans fin, destinées à des transmissions de précision, les dents sont taillées dans le métal même.

GUIDES DE PISTON.

32.

Balancier avec contre-guide. Fig. 1, Pl. IV.

Lorsque la longueur du balancier et celle de la tringle de jonction sont données, on peut déterminer graphiquement le contre-guide de la manière suivante:

Traçons le balancier dans trois de ses positions, aux deux extrémités de sa course et dans sa position moyenne; menons la corde $a_1 a_2$ et, par le point m, milieu de a e, traçons la verticale x y; c'est sur cette ligne qu'on admet que doit se mouvoir la tige du piston. Figurons maintenant la tringle de jonction dans ses deux positions extrêmes $a_1 b_1 c_1$, $a_2 b_2 c_2$ et sa position moyenne a b c, de telle sorte que le point d'attache, en b_1, b_2 et b, soit toujours sur x y. Enfin, déterminons le centre o du cercle passant par les trois points c, c_1, c_2; $o c = o c_1 = o c_2$ sera la longueur du contre-guide et le point o son centre de rotation.

Si nous posons: $a C = a$. $a b = b$, $b c = c$, $o c = r$. $a_1 C a = \alpha$, cette longueur du contre-guide est donnée par la relation:

$$r = \frac{a}{2}\left[\frac{b}{c}\,\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha} + \frac{c}{b}(1-\cos\alpha)\right]$$

Si r et a sont donnés et s'il faut trouver $\frac{b}{c}$, on a:

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{1+\cos\alpha}\left[\frac{r}{a} + \sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^2 - \sin^2\alpha}\right]$$

Si l'angle α n'est pas supérieur à 30^0, on a approximativement:

$$r = a\frac{b}{c} \quad \text{ou} \quad \frac{b}{c} = \frac{r}{a}$$

Digitized by Google

33.

Parallélogramme de Watt pour machines fixes. Fig. 2, Pl. IV.

Les dimensions du balancier C b et du parallélogramme a b c d étant données, le contre-guide a d peut se déterminer graphiquement ainsi qu'il suit:

On trace le parallélogramme dans ses deux positions extrêmes et dans la position moyenne, de manière que les points c_1, c_2, c tombent sur la verticale x y, conduite par le point milieu m de b n. Le centre o du cercle, qui passe par les trois points d_1, d_2, d, est le point de rotation et $o\,d = o\,d_1 = o\,d_2$ la longueur du contre-guide.

En posant $C\,b = a$, $C\,a = b$, $o\,d = r$, $b_1\,C\,b = \alpha$, la longueur du contre-guide est donnée par l'expression:

$$r = \frac{b}{2}\left[\frac{b}{a-b}(1+\cos\alpha) + \frac{(a-b)}{b}(1-\cos\alpha)\right]$$

Si a et r sont donnés, on a approximativement:

$$r = \frac{b^2}{a-b}$$

et, par suite:

$$b = -\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} + a\,r}$$

Si on donne a et $b + r = e$, b et r peuvent être déterminés approximativement par les relations:

$$b = \frac{a\,e}{a+e},\quad r = \frac{e^2}{a+e}$$

En dehors du point c_1, on peut conduire en ligne droite d'autres points de la ligne c_1 C, f et g, par ex., en reliant ces points avec le parallélogramme, au moyen de tringles de jonction, h i et $a_1\,d_1$, parallèles à $c_1\,a_1$. On peut donc de cette manière obtenir une commande en ligne droite pour un nombre quelconque de tiges de pistons.

34.

Parallélogramme de Watt pour machines de bateaux. Fig. 3, Pl. IV.

Etant donnés le balancier C b et le parallélogramme, on trouve le contre-guide o d ainsi qu'il suit: On trace le parallélo-

Digitized by Google

gramme dans ses deux positions extrêmes et dans sa position moyenne, de manière que les points e_1, e_2, e (les trois positions de la traverse) tombent sur la verticale, conduite par le point m, milieu de b n. Le centre o du cercle, qui passe par les trois points d_1, d_2, d, est le centre de rotation et o d la longueur du contre-guide.

Soient C b = a, C a = b, b c = e, b e = d, o d = r, b_1 C b = α; on a la formule:

$$r = \frac{b}{2}\left[\frac{b}{\frac{c}{d}a - b}(1 + \cos\alpha) + \left(\frac{\frac{c}{d}a - b}{b}\right)(1 - \cos\alpha)\right]$$

Ou approximativement:

$$r = \frac{b^2}{\frac{c}{d}a - b}$$

Lorsque r, a, $\frac{c}{d}$ sont donnés, b peut se calculer, d'une manière approximative, par la formule:

$$b = -\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} + r\left(\frac{c}{d}\right)a}$$

Si on donne b + r = e, a, $\frac{c}{d}$, on a approximativement pour b et r:

$$b = \frac{a\,e\,\frac{c}{d}}{e + \frac{c}{d}a}, \quad r = \frac{e^2}{e + \frac{c}{d}a}$$

35.

Balancier sans axe de rotation. Fig. 4, Pl. IV.

C c_1 est une barre mobile autour de C; c_1 a_1 est le balancier auquel sont attachés, au point a_1, la tige de piston et, au point b_1, un contre-guide, qui tourne autour du point o. Pour trouver graphiquement ce contre-guide, on trace le mécanisme dans les deux positions extrêmes et dans la position moyenne, puis on détermine le centre o du cercle, qui passe par les points

Digitized by Google

b. b_1, b_2; o est alors le point d'attache et b o la longueur du contre-guide.

Soient $c_1 a_1 = a$, $c_1 b_1 = b$, $o b_1 = r$, $a_1 c_1 o = \alpha$, on a pour la longueur du contre-guide, la formule:

$$r = \frac{b}{2}\left[\frac{b}{a-b}(1+\cos\alpha) + \frac{(a-b)}{b}(1-\cos\alpha)\right]$$

ou approximativement:

$$r = \frac{b^2}{a-b}$$

Si $b + r = e$ et a sont donnés, on a approximativement:

$$b = \frac{a\,e}{a+e},\quad r = \frac{e^2}{a+e}$$

36.

Remarque.

Les dispositifs, Fig. 1, 2, 3 et 4, ne donnent pas des guides d'une exactitude mathématique, mais l'erreur n'est pas considérable, si l'angle d'inclinaison α ne dépasse pas 30 degrés.

Digitized by Google

CHAPITRE II.

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX.

(Toutes les dimensions sont exprimées en centimètres, et les efforts en kilogrammes.)

37.

Résistance à la rupture par extension.

La résistance à la rupture par extension se mesure par l'effort en kilogrammes, capable de produire la rupture d'un prisme ou d'une tige d'une section d'un centimètre carré.

Si on désigne par A la résistance à l'extension (résistance absolue) de la matière dont se compose ce prisme, par a la section et par K la force, capable de produire sa rupture, on a la relation suivante:

$$K = A\,a,\quad a = \frac{K}{A},\quad A = \frac{K}{a}$$

Les valeurs de A, pour les matériaux usités dans les constructions, sont relatées dans la table du N°. 57.

38.

Calcul des moments d'élasticité de différentes formes de sections. Pl. V.

Le moment d'élasticité d'une section d'un prisme, c'est-à-dire la somme des moments statiques de toutes les tensions et pressions, déterminées dans cette section par une action de flexion,

Digitized by Google

peut être obtenu en multipliant la tension, par centimètre carré, de la fibre la plus étendue par un coefficient E, qui dépend des dimensions de la section.

Désignons par:

M la somme des moments des forces extérieures, qui produisent les tensions et pressions d'une section du prisme,

B la tension par centimètre carré de la fibre la plus étendue de la même section,

E le coefficient mentionné précédemment,

z la distance de la fibre la plus tendue à la fibre neutre (qui passe par le centre de gravité, et dans laquelle il n'y a ni extension ni compression);

on a:

$$M = B\,E.$$

(Les expressions de E et de z, pour les diverses sections usitées, sont résumées dans la planche V. On a admis que l'extension avait lieu pour les fibres du haut et la compression pour celles du bas.

39.

Résistance des corps prismatiques à la rupture par flexion.

En désignant par:

B la plus grande tension (par centimètre carré) qui se produise dans la pièce,

B E le moment d'élasticité qui correspond à la section dans laquelle se produit la plus grande tension,

p le poids du prisme en kilogrammes,

on obtient les formules suivantes:

1° Prisme encastré à une extrémité et chargé à l'autre:

$$\text{Fig. 5, Pl. IV.} \quad B\,E = P\,l + \frac{1}{2}\,p\,l$$

2° Prisme appuyé aux deux extrémités et chargé au milieu:

$$\text{Fig. 6, Pl. IV.} \quad B\,E = P\,l + \frac{1}{4}\,p\,l$$

3° Charge 2 P aux distances c et c_1 des points d'appui:

$$\text{Fig. 7, Pl. IV.} \quad B\,E = \frac{c\,c_1}{l}\left(P + \frac{1}{4}\,p\right)$$

Digitized by Google

Cette équation suppose que le maximum de tension ait lieu pour la section à laquelle est appliquée la force 2 P; c'est ce qui a lieu pour $\frac{2P}{p} \geqq \frac{l-c}{c}$, c désignant la plus petite des deux distances c et c_1.

4° A une distance c de chaque point d'appui agit une charge P:

$$\text{Fig. 8, Pl. IV.} \quad BE = Pc + \frac{pl}{4}$$

5° Une charge 2 P est uniformément répartie sur la longueur 2 e de la barre et le centre de gravité de la charge est aux distances c et c_1 des deux points d'appui:

$$\text{Fig. 9, Pl. IV.} \quad BE = P\left(\frac{cc_1}{l} - \frac{e}{2}\right) + \frac{p}{4}\,\frac{cc_1}{l}$$

Cette relation n'est qu'approximative; elle suppose que le maximum de tension ait lieu pour la section correspondant au centre de gravité de la charge 2 P. Rigoureusement, ce maximum se produit dans la section dont l'abscisse est $x = \frac{(2P+p)(l-c)}{2Pl+pe}e$ par rapport au centre de gravité de la charge, en supposant que ce point tombe sur la longueur 2 e de la partie chargée, ce qui exige qu'on ait: $\frac{2P}{p} \geqq \frac{l-c-e}{c}$.

Dans ce cas, à l'expression précédente de B E, il conviendrait d'ajouter le terme $\frac{(2P+p)^2(l-c)^2}{2Pl+pe}\,\frac{e}{4l}$.

Pour $p = o$, on a $BE = P\frac{cc_1}{l}\left(1 - \frac{e}{2l}\right)$.

Pour calculer, au moyen de ces formules, la charge capable de produire la rupture d'une barre, il faut remplacer B par le coefficient de rupture, qui correspond à la matière dont ce solide est formé.

Si, au contraire, on veut calculer les dimensions de la section que doit avoir la barre, pour supporter avec sécurité une charge donnée, il ne faut mettre, à la place de B, que la cinquième, la dixième et même la vingtième partie du coefficient de rupture.

Dans la construction des machines, on ne prend généralement que la dixième partie de ce coefficient. Les coefficients

Digitized by Google

de rupture, pour les divers matériaux, sont donnés par la table du N°. 57, dans la colonne verticale B.

40.

Résistance des solides à la rupture par compression.

Si la dimension d'un solide, parallèlement à la direction de la pression, est faible relativement à la section, l'effort qui produit l'écrasement est indépendant de la longueur et proportionnel à cette section. Les coefficients de résistance sont indiqués au N°. 58.

41.

Charge qu'une longue barre peut porter sans fléchir. Fig. 10, Pl. IV.

Si on désigne par:

l la longueur de la barre, posée verticalement sur un appui,

P la plus grande charge que cette barre puisse porter sans fléchir,

k la plus petite des dimensions de la section de la barre,

ε le module d'élasticité de la matière dont le solide est formé (tableau N°. 57),

E l'expression de la Pl. V, correspondant au profil du prisme,

$\pi = 3{\cdot}142$,

on obtient les équations suivantes, pour une barre qui peut fléchir librement en tous sens:

1° Pour une section quelconque, dans laquelle le centre de gravité correspond au milieu de la dimension k:

$$P = \frac{\varepsilon}{2} \pi^2 E \frac{k}{l^2}$$

2° Pour une barre cylindrique, de diamètre d:

$$P = \frac{\varepsilon}{16} \pi^2 \left(\frac{d}{l}\right)^2 \left(\frac{d^2 \pi}{4}\right)$$

3° Pour un cylindre creux, dont les diamètres sont d et d_1:

$$P = \frac{\varepsilon}{16} \pi^2 \frac{d^2 + d_1^2}{l^2} (d^2 - d_1^2) \frac{\pi}{4} = \frac{\varepsilon}{64} \pi^3 \frac{d^4 - d_1^4}{l^2}$$

4° Pour une barre à section rectangulaire:

$$P = \frac{\varepsilon}{12} \pi^2 \frac{b\,h^3}{l^2}$$

(h est la plus petite, b la plus grande des dimensions du profil).

Digitized by Google

Les pièces des machines, soumises à la compression, ont des dimensions telles, que la charge capable de produire une flexion permanente, soit 10, 20 et 50 fois plus forte que celle qui agit sur ces pièces. Pour calculer la section que doit avoir une barre, susceptible de porter une certaine charge Q sans fléchir, il faut mettre dans les formules, pour P, des valeurs 10, 20... 50 fois plus grandes que Q.

42.

Résistance des solides à la rupture par torsion.

Soient:

P la force (en kilogrammes) qui produit la torsion,

R (en centimètres) la longueur du bras de levier de P,

T un coefficient, dépendant de la nature de la matière et qui mesure la plus grande tension des fibres à la surface du solide;

On a les équations suivantes:

1° Pour un cylindre d'un diamètre d:

$$P\,R = T\,\frac{\pi}{16}\,d^3$$

2° Pour un cylindre creux de diamètres d et d_1:

$$P\,R = T\,\frac{\pi}{16}\,\frac{d^4 - d_1^4}{d}$$

3° Pour un prisme rectangulaire (dont les côtés sont b et h):

$$P\,R = \frac{T}{6}\,b\,h\,\sqrt{b^2 + h^2}$$

4° Pour un prisme à section carrée:

$$P\,R = T\,\frac{b^3}{3\sqrt{2}}$$

5° Pour un prisme d'un profil quelconque:

$$P\,R = \frac{T}{a}\,\Sigma\,f\,x^2$$

$\Sigma\,f\,x^2$ est le moment d'inertie du profil, par rapport à un axe passant par le centre de gravité de la section et perpendiculaire à son plan; a est le plus grand des rayons que l'on peut mener du centre de gravité de la section aux points de la circonférence.

Digitized by Google

Cette formule, qui n'est qu'approximative, suppose que les forces intérieures, développées aux différents points de la section (forces de glissement), soient perpendiculaires aux lignes qui joignent ces points au centre de gravité. Cette hypothèse n'est rigoureusement vraie que pour les sections circulaires, pleines ou creuses. Une analyse plus exacte donne, pour la section rectangulaire ($b \leqq h$):

$$P\,R = \frac{2}{9}\,T\,b^2\,h$$

et, pour la section carrée:

$$P\,R = \frac{2}{9}\,T\,b^3$$

Si, avec les formules précédentes, on veut calculer le moment statique, nécessaire pour produire la rupture par torsion, il faut y introduire la valeur de T donnée par la table du N°. 57. Si, d'un autre côté, on veut déterminer les dimensions de barres ou d'arbres, de manière à ce qu'ils puissent résister avec sécurité à un moment de torsion donné, il ne faut prendre que la dixième ou la trentième partie de la valeur de ce coefficient.

43.

Parois de vases cylindriques ou sphériques.

Désignons par:

D le diamètre intérieur (en centimètres) d'un vase sphérique ou cylindrique,

δ l'épaisseur de la paroi,

p_0 la pression du fluide à l'intérieur sur un centimètre carré,

p_1 la pression extérieure sur un centimètre carré de la surface de la paroi,

A la tension, par centimètre carré, qui a lieu entre les molécules, formant la surface intérieure de la paroi.

Pour déterminer l'épaisseur des parois, on a les relations suivantes:

1° Vases cylindriques:

$$\delta = \frac{D}{2}\left[\sqrt{\frac{A + p_0}{A + 2\,p_1 - p_0}} - 1\right]$$

Ou approximativement: $\delta = \frac{D}{2}\left(\frac{p_0 - p_1}{A + 2\,p_1 - p_0}\right)$

Digitized by Google

2° Vases sphériques :

$$\delta = \frac{D}{2}\left[\sqrt[3]{\frac{2(A+p_0)}{2A+3p_1-p_0}} - 1\right]$$

Ou approximativement : $\delta = \frac{D}{2}\left(\frac{p_0 - p_1}{2A+3p_1-p_0}\right)$.

Pour déterminer l'épaisseur du métal, capable de résister avec sécurité, il ne faut introduire dans les formules, pour A, qu'une partie aliquote du coefficient de rupture par extension, ainsi que nous l'avons déjà dit précédemment.

A toute dilatation ou contraction α, qui se produit en un point, suivant une certaine direction, correspond, dans toutes les directions perpendiculaires une contraction ou une dilatation égale à $\frac{1}{m}\alpha$ (m étant compris entre 3 et 4). Les formules précédentes ne tiennent par compte de ces contractions ou dilatations, c-à-d supposent $m = \infty$. En introduisant m et on supposant $p_1 = 0$, on a, pour les réservoirs cylindriques :

$$\delta = \frac{D}{2}\left[\sqrt{\frac{mA + (m-1)p_0}{mA - (m+1)p_0}} - 1\right]$$

et, pour les réservoirs sphériques :

$$\delta = \frac{D}{2}\left[\sqrt[3]{\frac{2mA + 2(m-2)p_0}{2mA - (m+1)p_0}} - 1\right].$$

Toutes les formules, pour les réservoirs cylindriques, supposent d'ailleurs que, sous l'action de la pression intérieure, toutes les sections se déforment également et que, de plus, il n'y ait pas de tension suivant l'axe ; c'est ce qui a rigoureusement lieu pour les tuyaux ouverts à leurs deux extrémités.

44.

Allongement et raccourcissement des barres.

Soient :

l la longueur naturelle d'une barre,

a sa section,

e le raccourcissement ou l'allongement de cette barre,

P l'effort qui le produit,

Digitized by Google

ε le module d'élasticité de la matière (table N°. 57), c'est-à-dire l'effort théorique qui serait nécessaire pour produire un allongement égal à la longueur naturelle de la barre. Dans le cas d'efforts inférieurs à la limite d'élasticité, on a la relation :

$$e = \frac{P}{a} \frac{l}{\varepsilon}, \quad \frac{P}{a} = \varepsilon \frac{e}{l}$$

$\frac{P}{a}$ est l'effort qui agit sur chaque centimètre carré de la section,

$\frac{e}{l}$ est l'allongement ou le raccourcissement de chaque centimètre de longueur de la barre.

FLEXION DES PIÈCES DROITES.

45.

Flexion d'une pièce encastrée à une extrémité et chargée à l'autre.
Fig. 11, Pl. IV.

Notations :

P la charge à l'extrémité libre,
l la longueur totale de la pièce.
f la flèche à l'extrémité,
α l'angle formé par la tangente à l'extrémité C avec la direction primitive de la pièce,
ε le module d'élasticité (table N°. 57).
E l'expression correspondant à la section (tableau V),
$x = C\,n$, $y = m\,n$ les coordonnées d'un point m de la ligne courbe qui contient les centres de gravité de toutes les sections de la pièce,
z la distance à la ligne des centres de gravité de la fibre la plus allongée.

Si l'on néglige le poids de la pièce, on a les relations suivantes :

$$y = \frac{P}{2\,\varepsilon\,E\,z}\left(l^2\,x - \frac{1}{3}\,x^3\right)$$

$$f = \frac{1}{3}\,\frac{P\,l^3}{\varepsilon\,E\,z}$$

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{P\,l_2}{2\,\varepsilon\,E\,z} = \frac{3}{2}\,\frac{f}{l}$$

Digitized by Google

46.

Flexion d'une pièce chargée au milieu et reposant sur deux appuis. Fig. 12, Pl. IV.

Notations:

$2l$ la longueur totale de la pièce,

$2P$ la charge au milieu,

E, ε, z, comme dans le cas précédent,

$f = CD$ la flèche de la ligne des centres de gravité,

$Bn = x$, $mn = y$, les coordonnées d'un point m de cette ligne,

α l'angle formé par les tangentes, aux points A et B de la fibre neutre, avec l'axe B A des abscisses.

On a:

$$y = \frac{P}{2\varepsilon E z}\left(l^2 x - \frac{1}{3} x^3\right)$$

$$f = \frac{1}{3} \cdot \frac{P l^3}{\varepsilon E z}$$

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{P l^2}{2\varepsilon E z} = \frac{3}{2} \frac{f}{l}$$

47.

Flexion d'une pièce posée sur deux appuis et chargée d'un poids $2P$, *dont le point d'application est aux distances* c *et* c_1 *des deux points d'appui.* Fig. 13, Pl. IV.

Notations:

$2P$ la charge,

$2l$ la distance des points d'appui,

c, c_1 les distances de la charge aux points d'appui,

E, ε, z, comme au N°. 45,

$Bn_1 = x_1$, $m_1 n_1 = y_1$ les coordonnées d'un point m_1, entre B et C,

$An = x$, $mn = y$ les coordonnées d'un point m, entre A et C,

$f = DC$ la flèche de la fibre neutre en C,

α, α_1 les inclinaisons de la fibre neutre, aux points A et B, par rapport à A B.

En négligeant le poids propre de la pièce, on a les relations:

$$y = \frac{P}{E\varepsilon z} \cdot \frac{c_1}{6l}\left[c(2c_1 + c)x - x^3\right]$$

$$y_1 = \frac{P}{E\varepsilon z} \cdot \frac{c}{6l}\left[c_1(2c + c_1)x_1 - x_1^3\right]$$

Digitized by Google

$$f = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c^2 c_1^2}{3 l}$$

$$\text{tang } \alpha = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c c_1 (2 c_1 + c)}{6 l}$$

$$\text{tang } \alpha_1 = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c c_1 (2 c + c_1)}{6 l}$$

Si $c > c_1$, la tangente à la courbe devient parallèle à A B pour

$$x = \sqrt{\frac{1}{3} c (2 c_1 + c)}$$

et la flèche correspondante est:

$$y = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c_1}{l} \frac{1}{9 \sqrt{3}} \left[c (2 c_1 + c)\right]^{\frac{3}{2}}$$

48.

Flexion d'une pièce, encastrée en B, *libre en* A, *où elle supporte une charge* P, *et soumise à une charge* P_1 *uniformément répartie sur la longueur.* Fig. 14, Pl. IV.

(Notations comme au N°. 45: A n = x, m n = y.)

$$y = \frac{1}{E \varepsilon z} \left[\frac{1}{2} \left(P + \frac{1}{3} P_1\right) l^2 x - \frac{1}{6} P x^3 - \frac{1}{24} P_1 \frac{x^4}{l}\right]$$

$$f = \frac{1}{3} \frac{P + \frac{3}{8} P_1) l^3}{E \varepsilon z}$$

$$\text{tang } \alpha = \frac{(P + \frac{1}{3} P_1) l^2}{2 \varepsilon E z}$$

49.

Flexion d'une pièce reposant sur deux appuis, supportant une charge 2 P *en son milieu et un poids* $2 P_1$ *uniformément réparti sur sa longueur.* Fig. 15, Pl. IV.

(Mêmes notations qu'au N°. précédent.)

$$y = \frac{1}{2 E \varepsilon z} \left[\left(P + \frac{2}{3} P_1\right) l^2 x - \frac{1}{3} (P + P_1) x^3 + \frac{1}{12} P_1 \frac{x^4}{l}\right]$$

Digitized by Google

$$f = \frac{l^3}{2 E \varepsilon z}\left(\frac{2}{3} P + \frac{5}{12} P_1\right)$$

$$\text{tang } \alpha = \frac{l^2}{2 E \varepsilon z}\left(P + \frac{2}{3} P_1\right)$$

50.

Calcul de l'angle de torsion des barres.

Désignons par:

M le moment statique de la force qui produit la torsion (la force étant exprimée en kilogrammes, et son bras de levier en centimètres),

l la longueur de la barre, en centimètres,

Θ l'angle de torsion, exprimé en degrés,

G le moment statique de la force, capable de tordre de 360° une barre cylindrique d'un centimètre de longueur et d'un centimètre carré de section.

On a:

1° Pour un cylindre de diamètre d:

$$\Theta = 16 \frac{M}{G} l \frac{360^0}{d^4 \pi^2}$$

2° Pour une barre carrée, dont le côté est a:

$$\Theta = 6 \frac{M}{G} l \frac{180}{a^4 \pi}$$

3° Pour une barre à section rectangulaire (a et b les côtés):

$$\Theta = 3 \frac{M}{G} l \frac{b^2 + a^2}{b^3 a^3} \frac{180}{\pi}$$

Les valeurs de G qui sont ordinairement égales à 0·4 ε, se trouvent résumées dans la table du N°. 57.

SOLIDES D'ÉGALE RÉSISTANCE.

51.

Solides d'égale résistance pour l'extension.

Des barres courtes, dont le poids propre est très faible relativement à la force qui produit l'allongement, présentent, après

Digitized by Google

l'action de cette force, une résistance égale contre la rupture, quand elles satisfont à cette double condition:

1° que toutes les sections aient la même grandeur;

2° que les variations de forme et de position des sections, consécutives, les unes par rapport aux autres, s'opèrent d'une manière continue.

Des tiges très longues, et dont le poids est considérable par rapport à la force qui produit l'extension, ont, dans toutes leurs sections, la même résistance, si elles sont établies d'après la règle suivante:

Soient (fig. 16, Pl. IV):

P la force suspendue à la tige,

γ le poids d'un centimètre cube de la matière de cette tige,

A la tension, par centimètre carré, dans toutes les sections,

e = 2·718 la base des logarithmes naturels,

Ω la section de la barre, à une distance x de la base.

Ces différentes quantités doivent être liées par la relation:

$$\Omega = \frac{P}{A} e^{\frac{\gamma}{A} x}$$

52.

Solides d'égale résistance contre la rupture par flexion.

Dans les solides d'égale résistance contre la rupture par flexion, que nous allons examiner, nous supposerons l'une des extrémités encastrée, l'autre libre et chargée; nous négligerons le poids propre du solide.

Fig. 1, Pl. VI. La largeur du solide est partout égale à b et la hauteur à l'encastrement B C = h. Pour la détermination de h, on a l'équation:

$$P l = \frac{B}{6} b h^2$$

La ligne C m A est une parabole du second degré, qui peut être tracée, d'après le procédé du N°. 1, puisque les dimensions l et b sont connues.

Fig. 2, Pl. VI. La largeur du solide est partout égale à b; la hauteur, $B B_1 = h$, se détermine par l'équation:

$$P l = \frac{B}{6} b h^2$$

Digitized by Google

La ligne courbe B A B_1 est une parabole du second degré, qui peut être tracée comme la précédente.

Fig. 3 et 4, Pl. VI. Les deux solides, représentés par ces figures, offrent approximativement une résistance égale. La largeur est partout égale à b.

Pour la détermination de b ou de $B B_1 = h$, on a la relation:

$$P l = \frac{B}{6} b h^2$$

Pour la section à l'extrémité libre, on doit prendre:

$$A A_1 = \frac{1}{2} h.$$

Fig. 5, Pl. VI. Toutes les sections sont des rectangles semblables. Pour la détermination de la forme du solide, on a:

$$P l = \frac{B}{6} b h^2, \; y = h \sqrt[3]{\frac{x}{l}}, \; z = b \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$$

Les lignes B_1 A B et D A D_1 sont des paraboles du troisième degré.

Fig. 6, Pl. VI. Forme approximative des solides précédents. Pour la détermination de $D D_1 = b$ et $B B_1 = h$, on a:

$$P l = \frac{B}{6} b h^2$$

Le profil de l'extrémité libre:

$$A A_1 = \frac{2}{3} h, \; E E_1 = \frac{2}{3} b$$

Fig. 7, Pl. VI. Solide de révolution d'égale résistance. Le diamètre $B B_1 = d$ est donné par l'équation:

$$P l = \frac{\pi}{32} B d^3$$

La ligne B A B_1, qui engendre la surface de révolution, est une parabole du troisième degré dont l'équation est:

$$y = d \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$$

Digitized by Google

Fig. 8, Pl. VI. Cône tronqué, qui fournit une forme approximative d'égale résistance, si on prend:

$$A\,A_1 = \frac{2}{3}\,B\,B_1.$$

53.

Solides chargés debout d'égale résistance.

Fig. 17, Pl. IV. Cette forme est obtenue de la manière suivante: On détermine, d'après le N°. 41, la section moyenne du solide. Si h est une des dimensions de cette section, la dimension analogue dans une section quelconque, située à une distance x de l'extrémité, est donnée par la relation:

$$\frac{x}{l} = \frac{2}{\pi}\left[\text{Arc. sin}\,\frac{z}{h} - \frac{z}{h}\sqrt{1 - \left(\frac{z}{h}\right)^2}\right]$$

On obtient, d'une manière approximative, des formes d'égale résistance pour des pièces chargées debout, si, aux extrémités, on adopte des sections semblables à celle du milieu, mais plus petites, dans le rapport de 7 : 10, et si l'on relie les points correspondants des trois sections par des courbes continues.

L'équation précédente, qui pour $x = o$, donne $z = o$ ne tient compte que des tensions ou pressions, dues à la flexion seule de la pièce. *Grashof,* en ayant égard à la compression, qui se produit indépendamment de la flexion, a trouvé que la variation de sections était une fonction de la longueur relative de la pièce.

54.

Comparaison de diverses formes de sections. Pl. V.

Une section carrée et une section circulaire présentent la même résistance à la rupture par flexion, lorsqu'on a:

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{\pi}{32}\,6\left(\frac{h}{b}\right)}$$

pour:

$\frac{h}{b} =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
$\frac{h}{d} =$	0·581	0·617	0·665	0·732	0·778	0·838	0·905	0·964	1·056	1·139	1·215

h est la dimension de la section parallèle à la force fléchissante.

Digitized by Google

Une section circulaire et une section elliptique donnent la même résistance à la rupture par flexion, lorsqu'on a:

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{h}{b}}$$

Pour:

$\frac{h}{b} =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
$\frac{h}{d} =$	0·693	0·736	0·794	0·873	0·928	1	1·080	1·150	1·260	1·360	1·450

h est l'axe de l'ellipse parallèle à la force, qui produit la flexion.

Deux pièces, l'une à section circulaire, l'autre à section carrée, et chargées debout, présentent la même résistance, pour la même longueur relative, lorsqu'on a:

$$\frac{h}{d} = \sqrt[4]{\frac{\pi}{32}\, 6 \left(\frac{h}{b}\right)}$$

Pour $\frac{h}{b} =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	1
$\frac{h}{d} =$	0·586	0·619	0·664	0·737	0·790	0·816	0·876

h étant la plus petite des dimensions de la section rectangulaire.

Dans les mêmes conditions, deux pièces à sections circulaire et elliptique ont la même résistance, si on a:

$$\frac{h}{d} = \sqrt[4]{\frac{h}{b}}$$

Pour $\frac{h}{b} =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	1
$\frac{h}{d} =$	0·667	0·707	0·758	0·841	0·903	0·931	1

h étant le petit axe de la section elliptique.

Deux sections, l'une circulaire, l'autre carrée, offrent la même résistance à la rupture par torsion, si on a:

$$d = b \sqrt[3]{\frac{16}{3 \,.\, 3{\cdot}14 \sqrt{2}}} = 1{\cdot}063\ b, \quad b = 0{\cdot}94\ d$$

Digitized by Google

Si on calcule la résistance à la torsion, pour la section carrée, d'après la formule rigoureuse indiquée au N°. 42, on trouve:

$$d = b \sqrt[3]{\frac{32}{9\pi}} = 1{\cdot}042\ b,\ b = 0{\cdot}960\ d.$$

55.

Quantités de travail nécessaires pour produire l'extension, la compression, la flexion et la torsion des barres.

a) Extension ou compression.

Notations:

V le volume de la barre, en centimètres cubes,
l la longueur de cette barre, en centimètres,
Ω la section, en centimètres carrés,
ε le module d'élasticité (table N°. 57),
λ l'extension ou la compression de la barre, en centimètres,
A la tension, par centimètre carré, dans chaque section, en supposant la barre allongée de λ,
W le travail (en kilogrammes-centimètres) correspondant à l'extension; on a:

$$\left.\begin{aligned} W &= \frac{\Omega\,\varepsilon}{2}\,\frac{\lambda^2}{l} \\ \text{ou } W &= \frac{1}{2}\,V\,\frac{A^2}{\varepsilon} \end{aligned}\right\} \text{kilogrammes-centimètres.}$$

En substituant, dans la dernière de ces expressions, à la place de A, le coefficient de résistance à la rupture par extension de la matière, dont la barre est formée, on obtient le travail qui est nécessaire pour allonger la barre jusqu'à la rupture. Ce travail, comme on le voit, est proportionnel: 1° au volume de la barre; 2° au carré du coefficient de résistance à la rupture par extension; 3° en raison inverse du module d'élasticité.

b) Flexion des barres.

Notations:

E la valeur de l'expression (Pl. V) correspondant à la section,
z la distance à la fibre neutre de la fibre la plus étendue,
l la longueur de la barre,

Digitized by Google

B le maximum de tension, par centimètre carré, qui a lieu dans la barre,
ε le module d'élasticité,
V le volume de la barre,
W le travail (en kilogrammes-centimètres) nécessaire pour fléchir la barre, de telle sorte que la plus grande tension, par centimètre carré, soit égale à B; on a:

$$W = \frac{1}{6} \frac{B^2}{\varepsilon} \frac{E\,l}{z}$$

Cette expression est aussi bien applicable au cas où la barre est encastrée à une extrémité et où la force agit à l'extrémité libre, qu'à celui où la barre repose sur deux appuis et où la charge correspond à un point quelconque entre ces deux appuis.

Pour les profils simples, $\frac{E\,l}{z}$ est proportionnel au volume de la barre, et on a:

1° Pour une barre rectangulaire:

$$W = \frac{1}{18} \frac{B^2}{\varepsilon} V$$

2° Pour un cylindre plein:

$$W = \frac{1}{24} \frac{B^2}{\varepsilon} V$$

3° Pour une barre elliptique:

$$W = \frac{1}{24} \frac{B^2}{\varepsilon} V$$

4° Pour une barre à profil triangulaire (Pl. V. N°. 5):

$$W = \frac{1}{12} \frac{B^2}{\varepsilon} V$$

Les valeurs de $\frac{B^2}{\varepsilon}$, qui correspondent à la rupture par flexion, sont données par la table du N°. 57.

c) Torsion des barres.

Notations:
V le volume d'une barre à section carrée ou cylindrique,

Digitized by Google

G le module d'élasticité de torsion pour la matière dont se compose la barre, table du N°. 57,

T la plus grande tension, par centimètre carré, qui se produit à la surface de la barre, par suite d'une torsion, table du N°. 57,

W le travail (en kilogrammes-centimètres), nécessaire pour produire la torsion correspondant à cette tension T; on a:

1° Pour des barres cylindriques:

$$W = \frac{1}{4} \frac{T^2}{G} V$$

2° Pour des barres carrées ou rectangulaires:

$$W = \frac{1}{6} \frac{T^2}{G} V$$

Les valeurs de $\frac{T^2}{G}$, pour la rupture par torsion, sont indiquées par la table du N°. 57.

56.

Remarque.

Les résultats précédents montrent que le travail, nécessaire pour produire la déformation ou la rupture, est proportionnel au volume, dans les solides de forme simple, et qu'il ne dépend nullement d'une dimension définie. Ainsi, deux barres, de même matière et de même volume, présentent la même résistance contre l'action des forces vives, quelles que soient les dimensions de ces barres. Cette loi n'est exacte qu'à la condition que le changement de formes ne soit pas trop rapide, de telle sorte, que la force vive ait le temps de se répartir sur le solide entier. (Cette loi présente une certaine importance pour la construction des machines qui ont à résister à l'action de forces vives.)

57.

Coefficients relatifs à la résistance et à l'élasticité des matériaux.

Le tableau suivant contient les coefficients relatifs à la résistance et à l'élasticité des matériaux, employés dans la construction des machines.

Colonne A: Coefficients de rupture par extension, par centimètre carré.

Digitized by Google

Colonne B: Coefficients de rupture par flexion, par centimètre carré.

Colonne T: Coefficients de rupture par torsion, par centimètre carré.

Colonne ε: Modules d'élasticité longitudinale des matériaux, pour les calculs relatifs à l'extension, à la compression et à la flexion des corps.

Colonne G: Modules d'élasticité transversale des matériaux, pour les calculs relatifs à la torsion des barres.

Colonne $\frac{A^2}{\varepsilon}$: Coefficients pour le calcul du travail, capable de produire la rupture par extension.

Colonne $\frac{B^2}{\varepsilon}$: Coefficients pour le calcul du travail, capable de produire la rupture par flexion.

Colonne $\frac{T^2}{G}$: Coefficients pour le calcul du travail, capable de produire la rupture par torsion.

Ces coefficients sont tous les valeurs moyennes de nombreux résultats d'expérience sur la résistance des matériaux.

Digitized by Google

Table des coefficients de résistance et d'élasticité des matériaux.

Désignation des matériaux.	A	B	T	ε	G	$\frac{A^2}{\varepsilon}$	$\frac{B^2}{\varepsilon}$	$\frac{T^2}{G}$
Bois de chêne	720	700	280	120000	48000	4·3	4·1	1·6
Bois d'érable	1195	900	478	112000	44800	12·8	7·2	5·1
Bois de sapin	854	600	240	100000	40000	7·3	3·6	1·44
Bois de hêtre	803	720	321	93000	37200	6·9	5·6	2·8
Fer forgé (mince) . . .	4350	7000	7000	2500000	1000000	7·6	19·6	49
Fer forgé (épais)	3300	4000	4500	1500000	600000	7·3	10·7	33·7
Fil de fer . .	7000	—	—	1800000	720000	27·2	—	—
Fonte	1000 1300	3000	3000	1000000	400000	1·0 1·7	9·0	22·5
Acier fondu .	10000	16000	10000	2000000	960000	50	128	104
Acier (qualité moyenne) .	7500	—	7500	3000000	1200000	18·7	—	46·9
Acier (qualité ordinaire) .	3600	—	3600	2000000	800000	6·5	—	16·2
Métal de canon (bronze)	2600	—	2300	700000	360000	9·7	—	14·7
Cuivre battu .	2500	—	—	1310000	—	4·8	—	—
Cuivre fondu	1300	—	2000	—	—	—	—	—
Laiton	1300	2270	2100	645000	258000	2·6	8·0	17·1
Etain	333	—	658	320000	—	0·35	—	—
Plomb	128	—	458	540000	—	0·03	—	—
Zinc	199	—	—	—	—	—	—	—
Verre	248	—	—	9000	—	6·8	—	—
Cuir de veau .	129	—	—	391	—	43	—	—
Cuir (tanné) de mouton .	110	—	—	381	—	32	—	—
Cuir (blanc) de cheval .	272	—	—	748	—	99	—	—
Cuir de cheval (mince) . .	218	—	—	476	—	100	—	—
Cuir de Cordoue	114	—	—	252	—	52	—	—
Cuir de vache	271	—	—	683	—	108	—	—
Cordes de chanvre . .	510	—	—	—	—	—	—	—

Digitized by Google

58.

Limite d'élasticité.

La limite d'élasticité d'un corps correspond au plus grand effort d'extension ou de compression qu'on puisse faire supporter à ce corps, sans altérer son élasticité, c-à-d. sans qu'il cesse de revenir à sa longueur primitive, lorsqu'on a supprimé l'action des forces, qui produisaient sa déformation, et qu'il est abandonné à lui-même.

Jusqu'à cette limite, le coefficient d'élasticité peut être considéré comme à peu près constant. Si on désigne par:

A la résistance à la rupture par extension,

R la résistance à la rupture par compression,

A_1 la tension, par centimètre carré, correspondant à la limite d'élasticité de l'extension,

R_1 la compression, par centimètre carré, pour la même limite,

a_1 et r_1 l'allongement et le raccourcissement relatifs d'une barre, pour la limite d'élasticité,

l'expérience fournit approximativement les valeurs suivantes:

Matériaux.	$\frac{R}{A}$	$\frac{A_1}{A}$	$\frac{R_1}{A}$	a_1	r_1
Fer forgé	$\frac{4}{5}$	0·4	0·4	$\frac{1}{1250}$	$\frac{1}{1250}$
Tôle	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{1222}$	$\frac{1}{1222}$
Fil de fer	$\frac{4}{5}$	0·4	0·4	$\frac{1}{843}$	$\frac{1}{843}$
Fer fondu	5·5	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{1562}$	$\frac{1}{521}$
Bois de sapin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{666}$
Bois de pin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{536}$	$\frac{1}{714}$
Bois de sapin blanc	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{444}$	$\frac{1}{592}$
Bois de mélèze	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{400}$	$\frac{1}{533}$
Bois de chêne	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{469}$	$\frac{1}{563}$

Digitized by Google

CHAPITRE III.

CONSTRUCTION DES PIÈCES DE MACHINES.

(Toutes les dimensions sont exprimées en centimètres, et les efforts en kilogrammes.)

59.

Cordes de chanvre.

Les cordes de chanvre ne doivent être soumises qu'à des efforts correspondant au plus au cinquième de leur résistance absolue (510 kilogr. par centim. carré). Dans ces conditions, le diamètre d d'une corde, susceptible de porter, avec sécurité, un poids P, est donné par la formule suivante, dont les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

$$d = 0{\cdot}113 \sqrt{P}$$

P Kilogram.	d Centimèt.	P Kilogram.	d Centimèt.
29	0·6	721	3·0
51	0·8	820	3·2
80	1·0	926	3·4
115	1·2	1038	3·6
157	1·4	1157	3·8
205	1·6	1282	4·0
260	1·8	1413	4·2
320	2·0	1551	4·4
388	2·2	1695	4·6
461	2·4	1846	4·8
542	2·6	2003	5·0
628	2·8	2166	5·2

Digitized by Google

60.

Câbles en fil de fer.

Les cordes ou câbles en fil de fer peuvent être soumis à un charge correspondant au cinquième de leur résistance absolue, c'est-à-dire à $\frac{7000}{5} = 1400$ kilogrammes par centimètre carré.

Soient :
δ le diamètre du fil de fer,
i le nombre de fils qui forment le câble,
d le diamètre de ce câble,
$A = 1400$ la charge qu'on peut admettre par centim. carré,
P la charge totale que le câble doit supporter, on a :

$$\delta = \sqrt{\frac{4P}{i\pi A}}$$

Pour les cas ordinaires, on doit prendre :

$$i = 36, \quad A = 1400$$

ce qui donne :

$$\delta = \frac{1}{200}\sqrt{P}, \qquad d = 10\,\delta = \frac{1}{20}\sqrt{P}$$

Pour la même charge, le diamètre des câbles en fil de fer est à peu près la moitié de celui des cordes en chanvre.

61.

Chaînes. Fig. 9 et 10, Pl. IV.

La résistance absolue d'une chaîne en fer, c-à-d. la charge, par centim.-carré de la double section du fer d'un anneau, que l'expérience indique comme capable de produire la rupture, est :

pour les chaînes ovales ordinaires, de . . . 2400 kilogr.
pour les chaînes avec étançons . . . . . 3200 „

Les chaînes, employées avec précaution, peuvent être soumises à des efforts correspondant au quart de leur résistance absolue ; le diamètre d du fer d'un anneau de chaîne, destinée à porter une charge P, avec une sécurité quadruple, est alors donné par la formule :

$$d = 0{\cdot}028\sqrt{P}.$$

Digitized by Google

Cette formule, qui correspond à une charge de 812 kilogr., par centim.-carré de la double section du fer des chaînons, ne donne la sécurité quadruple que pour les chaînes dont les anneaux sont parfaitement rigides. Pour les chaînes où cette condition n'existe pas, la charge ne doit être que les $\frac{3}{4}$ de la précédente, c-à-d. que le diamètre doit être déterminé par la formule:

$$d = 0{\cdot}032 \sqrt{P}.$$

La table suivante donne les valeurs de d et de P pour les chaînes à chaînons rigides, ainsi que les autres dimensions des chaînons, indiquées en fonction de d par les nombres proportionnels de la Fig. 9, Pl. VI.

P Kilogram.	d Centimèt.	1·5 d Centimèt.	2·6 d Centimèt.	3·5 d Centimèt.	4·6 d Centimèt.	Poids par mètre courant. Kilogram.
319	0·5	0·75	1·30	1·75	2·30	0·54
459	0·6	0·90	1·56	2·10	2·76	0·78
625	0·7	1·05	1·82	2·45	3·22	1·06
816	0·8	1·20	2·08	2·80	3·68	1·38
1033	0·9	1·35	2·34	3·15	4·14	1·75
1275	1·0	1·50	2·60	3·50	4·60	2·16
1543	1·1	1·65	2·86	3·85	5·06	2·61
1837	1·2	1·80	3·12	4·20	5·52	3·11
2156	1·3	1·95	3·38	4·55	5·98	3·65
2500	1·4	2·10	3·64	4·90	6·44	4·23
2870	1·5	2·25	3·90	5·25	6·90	4·86
3265	1·6	2·40	4·16	5·60	7·36	5·53
3686	1·7	2·55	4·42	5·95	7·82	6·24
4133	1·8	2·70	4·68	6·30	8·28	7·00
4605	1·9	2·85	4·94	6·65	8·74	7·80
5102	2·0	3·00	5·20	7·00	9·20	8·64
5625	2·1	3·15	5·46	7·35	9·66	9·53
6173	2·2	3·30	5·72	7·70	10·12	10.45

Digitized by Google

62.

Boulons d'assemblages. Fig. 11 et 12, Pl. VI.

Soient:

P l'effort (en kilogrammes), qui agit sur un boulon,
d le diamètre de ce boulon,
d_1 le diamètre intérieur du filet de vis,
D_1 le diamètre du cercle inscrit dans la section de l'écrou,
h la hauteur de cet écrou,
n le nombre des filets de vis sur une longueur égale à d.

Les dimensions de la vis et de l'écrou peuvent être déterminées par les formules suivantes:

a) Boulon à filet triangulaire:

$$d = \frac{1}{9}\sqrt{P}\ ^{(1)}$$

$$n = \sqrt[3]{48 + 168\,d}$$

$$d_1 = \frac{n-2}{n}\,d$$

$$D_1 = 0{\cdot}5 + 1{\cdot}4\,d$$

$$h = \frac{2}{3}\,D_1 = 0{\cdot}33 + 0{\cdot}9\,d$$

b) Boulon à filet carré:

$$d = \frac{1}{9}\sqrt{P}$$

$$n = \frac{1}{2}\sqrt[3]{48 + 168\,d}$$

(1) P désignant la pression en kilogrammes que le serrage de l'écrou doit donner entre les deux corps réunis par le boulon; le moment de la force capable de produire la rotation de l'écrou est

$$M = 0{\cdot}19\,P\,d \text{ en kilogr.-centim.}$$

en admettant 0·15 pour le coefficient de frottement entre le filet d'une vis triangulaire et son écrou. Le boulon étant soumis à la fois à l'extension et à la torsion, son diamètre devrait être déterminé par la relation:

$$d = 0{\cdot}27 + 1{\cdot}5\sqrt{\frac{P}{k}}$$

k représentant la plus grande tension, par centim.-carré, qu'on puisse admettre pour la matière du boulon.

Digitized by Google

$$d_1 = \frac{n-1}{n} d$$

$$D_1 = 0{\cdot}5 + 1{\cdot}4\, d$$

$$h = D_1 = 0{\cdot}5 + 1{\cdot}4\, d$$

Un centimètre carré de la section du boulon se trouve soumis à un effort de 103 kilogrammes.

Les résultats, fournis par ces formules, sont indiqués dans la table suivante :

P	d	n		d_1	D_1	h	
		Filet triangulaire	Filet carré.			Filet triangulaire	Filet carré.
81	1·0	6·0	3·0	0·67	1·90	1·27	1·90
117	1·2	6·3	3·1	0·82	2·18	1·45	2·18
159	1·4	6·6	3·3	0·98	2·46	1·64	2·46
207	1·6	6·8	3·4	1·13	2·74	1·83	2·74
262	1·8	7·0	3·5	1·29	3·02	2·01	3·02
324	2·0	7·3	3·6	1·45	3·30	2·20	3·30
467	2·4	7·7	3·8	1·78	3·86	2·57	3·86
635	2·8	8·0	4·0	2·10	4·42	2·95	4·42
829	3·2	8·4	4·2	2·44	4·98	3·32	4·98
1050	3·6	8·7	4·3	2·77	5·54	3·69	5·54
1296	4·0	9·0	4·5	3·11	6·10	4·07	6·10
1568	4·4	9·2	4·6	3·44	6·66	4·44	6·66
1866	4·8	9·5	4·7	3·79	7·22	4·81	7·22
2190	5·2	9·7	4·8	4·13	7·78	5·19	7·78
2540	5·6	10·0	5·0	4·48	8·34	5·56	8·34
2916	6·0	10·2	5·1	4·82	8·90	5·93	8·90

Pour le tracé des boulons à une petite échelle, on peut adopter les proportions moyennes suivantes :

n nombre des pas de vis, sur une longueur d_1 . . . . 8 à 4

d_1 le diamètre intérieur du filet . . . . . $\frac{3}{4}$ d

h hauteur de l'écrou . . . . . d à $\frac{3}{2}$ d

D_1 diamètre du cercle inscrit dans l'écrou . . . . . $\frac{3}{2}$ d

Digitized by Google

Rayon de la partie sphérique de la tête . . . . . 3 d

Rayon d'arrondissement du prisme à six faces . . . . $\frac{3}{2}$ d

63.

Assemblages divers au moyen de boulons. Pl. VII.

Fig. 1: Boulon de fondation.
Fig. 2: Boulon intérieur à ancre.
Fig. 3: Boulon pour l'assemblage de trois corps.
Fig. 4: Boulon à oreille.
Fig. 5: Boulon à clavette transversale.
Fig. 6: Boulon à section carrée.
Fig. 7: Boulon vissé dans le métal.
Fig. 8: Boulon à tête fraisée.
Fig. 9: Boulon à ergot.
Fig. 10: Boulon encastré dans une pierre.

Planche VIII.

Fig. 1: Assemblage de plaques en fonte.
Fig. 2: Assemblage d'un bras de volant avec la jante.
Fig. 3: Assemblage d'un bras d'une roue avec la couronne.
Fig. 4: Assemblage de plaques superposées, avec interposition d'une rondelle circulaire.
Fig. 5, 6, 7, 8: Assemblages de parois de vases en fonte.

64.

Rivets de tôle.

A) Rivure simple de deux tôles. Fig. 1, Pl. IX.

Si on désigne par:
δ l'épaisseur de la tôle,
d le diamètre du boulon d'un rivet,
e la distance des centres de deux rivets consécutifs,
e_1 la distance de la circonférence du rivet au bord de la tôle,
f le rapport de la résistance de la tôle à celle de la rivure,

On obtient une rivure qui, dans toutes ses parties, présente la même résistance, si l'on prend:

$$\frac{e}{\delta} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 + \frac{d}{\delta}$$

$$\frac{e_1}{\delta} = \frac{\pi}{8}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2$$

Digitized by Google

On a alors:

$$f = 1 + \frac{4}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right)$$

Pour $\frac{d}{\delta} =$	1	1·5	2	2·5	3	on trouve:
$f =$	2·27	1·85	1·64	1·51	1·42	
$\frac{e}{\delta} =$	1·79	3·27	5·14	7·41	10·07	
$\frac{e_1}{\delta} =$	0·39	0·88	1·57	2·45	3·53	

La valeur de e_1, donnée par la formule précédente, doit être considérée comme une limite inférieure. Généralement e_1 peut être pris légèrement plus grand et égal, par exemple, à $e - 1{\cdot}5\,d$, de telle sorte que la distance du centre du rivet au bord de la tôle $\left(e_1 + \frac{d}{2}\right)$ soit égale à $e - d$.

Au point de vue de la résistance, il y a avantage, comme on le voit, à augmenter la distance des rivets, en leur donnant un diamètre plus fort.

Pour les rivures, dans lesquelles la condition principale à remplir est l'étanchéïté, on doit prendre:

$$d = 1{\cdot}5\,\delta,\ e = 3{\cdot}25\,\delta,\ e_1 = \delta.$$

Pour les rivures de chaudières, qui doivent satisfaire à la double condition de la résistance et de l'étanchéïté, il est préférable de prendre:

Diamètre du rivet	$2\,\delta$
Distance des centres de deux rivets consécutifs	$5\,\delta$
Distance du centre d'un rivet au bord de la tôle	$3\,\delta$
Diamètre de la tête demi-sphérique	$3\,\delta$
Diamètre de la tête conique	$4\,\delta$
Hauteur de chacune de ces têtes	$1{\cdot}5\,\delta$

Pour les rivures qui doivent être simplement résistantes, les dimensions à adopter sont les suivantes:

Diamètre des rivets	$2{\cdot}5\,\delta$
Distance des centres de deux rivets consécutifs	$7{\cdot}5\,\delta$
Distance du centre d'un rivet au bord de la tôle	$5\,\delta$
Diamètre d'une tête de rivet	$4\,\delta$
Hauteur d'une tête de rivet	$2\,\delta$

Digitized by Google

B) **Rivure double de deux tôles. Fig. 2, Pl. IX.**

Si on désigne par:
δ l'épaisseur de la tôle,
d le diamètre d'un rivet,
e la distance des centres de deux rivets consécutifs,
f le rapport entre la résistance de la tôle et celle de la rivure.

On obtient, pour ces dimensions, un rapport convenable en prenant:

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2$$

et on trouve alors:

$$f = 1 + \frac{2}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right)$$

Pour $\frac{d}{\delta}$	= 1	1·5	2	2·5	3
on obtient $\frac{e}{\delta}$	= 2·6	5·0	8·3	12·3	17·1
f	= 1·64	1·42	1·32	1·25	1·21

C) **Rivure simple avec bande de recouvrement. Fig. 3, Pl. IX.**

Les deux tôles se touchent bout à bout et sont rivées toutes les deux sur une bande de tôle, qui recouvre leur joint. Dans ce cas, si les deux tôles sont soumises à des efforts, qui tendent à les éloigner l'une de l'autre, chacune des lignes de rivets constitue une véritable rivure simple, à laquelle on peut appliquer les règles précédentes (A). Si, au contraire, les efforts qui s'exercent sur les tôles tendent à les serrer l'une contre l'autre, ce qui est spécialement le cas où la rivure à recouvrement présente de l'utilité, il suffit de prendre $\frac{d}{\delta} = 1{\cdot}5$ et $\frac{e}{\delta} = 7{\cdot}5$.

D) **Rivure double à recouvrement. Fig. 12, Pl. IX.**

Si les forces, qui agissent sur les deux tôles, tendent à les séparer l'une de l'autre, il convient d'appliquer les régles de la rivure double (B); si, au contraire, ces forces tendent à les presser l'une contre l'autre, on peut se borner à prendre:

$$\frac{d}{\delta} = 1{\cdot}5 \text{ et } \frac{e}{\delta} = 12.$$

Digitized by Google

La Planche IX représente différents genres de rivures:

Fig. 1: Rivure simple de deux tôles.
Fig. 2: Rivure double de deux tôles.
Fig. 3: Rivure de deux tôles avec bande de recouvrement.
Fig. 4: Rivure de trois tôles.
Fig. 5: Rivure de quatre tôles.
Fig. 6, 7, 8: Formation d'arrêtes.
Fig. 9 et 10: Formation de sommets.

65.

Cornières.

Les cornières, telles qu'on les emploie dans les assemblages de tôles, n'ont pas des profils géométriquement semblables; les côtés des cornières minces sont relativement plus longs que ceux des cornières épaisses.

Généralement elles satisfont aux relations suivantes (Fig. 11, Pl. IX):

L'épaisseur moyenne Δ du métal de la cornière est égale à l'épaisseur de la tôle sur laquelle cette cornière est rivée.

La plus petite épaisseur de la cornière aux extrémités des branches est $\frac{6}{7}\Delta$.

La plus grande épaisseur de la cornière, mesurée sur l'arête, est $\frac{8}{7}\Delta$.

La longueur extérieure de la branche a pour valeur:

$$h = 2{\cdot}4 + 4{\cdot}5\,\Delta \text{ (en centimètres).}$$

Pour $\Delta =$	0·4	0·5	0·6	0·7	0·8	0·9	1·0	1·1	1·2
$h =$	4·20	4·65	5·10	5·55	6·00	6·45	6·90	7·35	7·80

66.

Tourillons des arbres de transmission.

Soient:

P la pression (en kilogrammes), qui agit sur un tourillon,
d, l le diamètre et la longueur du tourillon (en centimètres),
B la plus grande tension, par centimètre carré, dans le tourillon.

Digitized by Google

On a:

a) Pour un tourillon en fonte:

$$d = 0{\cdot}18 \sqrt{P}$$

$$l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\ d$$

$$B = 190 + \frac{137}{d}$$

b) Pour un tourillon en fer forgé:

$$d = 0{\cdot}12 \sqrt{P}$$

$$l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\ d$$

$$B = 428 + \frac{308}{d}$$

c) Pour un tourillon en acier:

$$d = 0{\cdot}09 \sqrt{P}$$

$$B = 629 \frac{l}{d}$$

Les résultats, fournis par ces formules, sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Digitized by Google

67.

Tableau des tourillons en fonte.

$$d = 0{\cdot}18 \sqrt{P}$$

P en kilogrammes, d et l en centimètres.

P	d	l	P	d	l
278	3·00	4·50	3735	11·	14·18
326	3·25	4·80	4444	12	15·39
378	3·50	5·10	5216	13	16·60
434	3·75	5·41	6049	14	17·81
494	4·00	5·71	6944	15	19·02
625	4·50	6·31	7901	16	20·23
772	5·00	6·92	8920	17	21·44
934	5·50	7·53	10000	18	22·65
1111	6·00	8·13	11142	19	23·86
1304	6·50	8·74	12346	20	25·07
1512	7·00	9·34	14938	22	27·49
1736	7·50	9.94	17778	24	29·91
1975	8·00	10·55	20864	26	32·33
2230	8·50	11·15	24197	28	34·75
2500	9·00	11·76	27778	30	37·17
2785	9·50	12·36	31605	32	39·59
3086	10·00	12·97	35679	34	42·01

Digitized by Google

68.

Tableau des tourillons en fer forgé, spécialement pour machines mues par la force de l'homme.

$$d = 0{\cdot}12 \sqrt{P}$$

P en kilogrammes, d et l en centimètres.

P.	d	l	P	d	l
156	1·50	2·68	3906	7·5	9·94
213	1·75	2·99	4444	8·0	10·55
278	2·00	3·29	5017	8·5	11·15
352	2·25	3·59	5625	9·0	11·76
434	2·50	3·89	6267	9·5	12·36
525	2·75	4·20	6944	10·0	12·97
625	3·00	4·50	8403	11·0	14·18
734	3·25	4 80	10000	12·0	15·39
851	3·50	5·10	11736	13·0	16·60
977	3·75	5·41	13611	14·0	17·81
1111	4·00	5·71	15625	15·0	19·02
1406	4·50	6·31	17778	16·0	20·23
1736	5·00	6·92	20069	17·0	21·44
2101	5·50	7·52	22500	18·0	22·65
2500	6·00	8·13	25069	19·0	23·86
2934	6·50	8·73	27778	20·0	25·07
3403	7·00	9·34			

69.

Arbres qui ne sont soumis qu'à la torsion.

Soient :

P la force (en kilogrammes), qui produit la torsion de l'arbre,

R (en centimètres) la longueur du bras de levier, à l'extrémité duquel est appliquée la force P,

d le diamètre de l'arbre (en centimètres),

l la longueur de l'arbre (en centimètres),

N le travail en chevaux (de 75 kilogrammètres), que transmet l'arbre,

Digitized by Google

n le nombre de tours de cet arbre par minute.
Θ l'angle de torsion en degrés.

Si l'on part du principe que tous les arbres, formés de la même matière, doivent présenter le même degré de sécurité, on peut faire usage des formules suivantes pour la détermination de d :

a) Arbres en fer forgé :

$$d = 0{\cdot}289 \sqrt[3]{P\,R}$$

$$d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

$$\Theta^0 = \frac{1}{33}\,\frac{l}{d}$$

$$T = 211.$$

b) Arbres en fonte :

$$d = 0{\cdot}385 \sqrt[3]{P\,R}$$

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

$$\Theta^0 = \frac{1}{39}\,\frac{l}{d}$$

$$T = 89.$$

Les valeurs fournies par ces formules concordent assez bien avec celles qu'on emploie en réalité, dans la pratique, lorsque les arbres n'ont pas une trop grande longueur.

Les quatre tables suivantes contiennent les résultats calculés de ces formules. Si R et P sont donnés, on forme le produit P R et on trouve, dans la première table, la valeur de d.

Si N et n sont donnés, on cherche le quotient $\frac{N}{n}$ et alors la valeur de d est fournie par la deuxième table.

Digitized by Google

70.

Diamètre des arbres en fer forgé.

$$d = 0{\cdot}289 \sqrt[3]{PR}$$

P en kilogrammes; d et R en centimètres.

PR	d	PR	d	PR	d	PR	d	PR	d
331	2·0	1628	3·4	5825	5·2	14209	7·0	28233	8·8
384	2·1	1933	3·6	6523	5·4	15462	7·2	30202	9·0
441	2·2	2273	3·8	7275	5·6	16787	7·4	32261	9·2
504	2·3	2652	4·0	8083	5·8	18187	7·6	34411	9·4
573	2·4	3069	4·2	8948	6·0	19661	7·8	36654	9·6
728	2·6	3529	4·4	9873	6·2	21213	8·0	38993	9·8
909	2·8	4033	4·6	10860	6·4	22843	8·2	41429	10·0
1119	3·0	4582	4·8	11910	6·6	24556	8·4	43965	10·2
1358	3·2	5179	5·0	13026	6·8	26352	8·6	46602	10·4

71.

Diamètre des arbres en fer forgé.

$$d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

d diamètre de l'arbre en centimètres,
N travail en chevaux-vapeur que transmet l'arbre,
n nombre de tours de l'arbre par minute.

$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d
0·0156	3·00	0·1589	6·5	1·0000	12	4·630	20
0·0199	3·25	0·1985	7·0	1·2714	13	6·162	22
0·0248	3·50	0·2441	7·5	1·5880	14	8·000	24
0·0305	3·75	0·2963	8·0	1·9531	15	10·171	26
0·0370	4·00	0·3554	8·5	2·3704	16	12·704	28
0·0527	4·50	0·4219	9·0	2·8432	17	15·625	30
0·0723	5·00	0·4962	9·5	3·3750	18	18·963	32
0·0963	5·50	0·5787	10·0	3.9693	19	22·745	34
0·1250	6·00	0·7703	11·0				

Digitized by Google

72.

Diamètre des arbres en fonte.

$$d = 0{\cdot}385 \sqrt[3]{PR}$$

P en kilogrammes, d et R en centimètres.

PR	d	PR	d	PR	d	PR	d	PR	d
140	2·0	689	3·4	2464	5·2	6011	7·0	11942	8·8
162	2·1	818	3·6	2759	5.4	6541	7·2	12775	9.0
187	2·2	962	3·8	3077	5·6	7101	7·4	13645	9·2
213	2·3	1121	4·0	3419	5·8	7692	7·6	14555	9·4
242	2·4	1298	4·2	3785	6·0	8316	7·8	15504	9·6
308	2·6	1493	4·4	4176	6·2	8972	8·0	16493	9·8
385	2·8	1706	4·6	4594	6·4	9662	8·2	17522	10·0
473	3·0	1938	4·8	5038	6·6	10386	8·4	18596	10·2
574	3·2	2190	5·0	5510	6·8	11146	8·6	19711	10·4

73.

Diamètre des arbres en fonte.

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

N travail en chevaux-vapeur,
n nombre de tours par minute,
d diamètre de l'arbre en centimètres.

$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d
0·0066	3·00	0·0670	6·5	0·4219	12	1·953	20
0·0084	3·25	0·0837	7·0	0·5364	13	2·600	22
0·0105	3·50	0·1030	7·5	0·6700	14	3·375	24
0·0129	3·75	0·1250	8·0	0·8240	15	4·291	26
0·0156	4·00	0·1500	8·5	1·0000	16	5·360	28
0·0222	4·50	0·1780	9·0	1·1995	17	6·592	30
0·0305	5·00	0·2093	9·5	1·4238	18	8·000	32
0·0406	5·50	0·2441	10·0	1·6745	19	9·596	34
0·0527	6·00	0·3250	11·0				

Digitized by Google

74.

Arbres de transmission d'une grande longueur en fer forgé.

Les arbres de transmission d'une grande longueur, surtout ceux des filatures et des tissages, doivent être construits de manière que l'angle de torsion soit proportionnel à leur longueur et indépendant du diamètre de l'arbre. Pour ces arbres, il convient de prendre:

$$d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}} = 0{\cdot}734 \sqrt[4]{P\,R}$$

L'angle de torsion devient:

$$\Theta = \frac{1}{397}$$

en prenant pour la constante G la moyenne des deux valeurs du N°. 57, c-à-d 800000.

Le tableau suivant contient les résultats de la formule pour d.

75.

Tableau des diamètres des arbres de transmission d'une grande longueur en fer forgé.

$$d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$$

N travail en chevaux-vapeur,
n nombre de tours par minute,
d diamètre de l'arbre en centimètres.

$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d
0·0039	3·00	0·0625	6·0	0·4823	10	5·062	18
0·0054	3·25	0·0861	6·5	0·7061	11	6·285	19
0·0072	3·50	0·1158	7·0	1·0000	12	7·716	20
0·0095	3·75	0·1526	7·5	1·3774	13	11·297	22
0·0123	4·00	0·1975	8·0	1·8526	14	16·000	24
0·0198	4·50	0·2517	8·5	2·4414	15	22·037	26
0·0301	5·00	0·3164	9·0	3·1605	16	29·643	28
0·0441	5·50	0·3928	9·5	4·0279	17	39·063	30

Digitized by Google

76.

Résistance des arbres soumis à l'action de forces vives.

Des arbres de transmission, qui ont à résister à l'action d'une force vive, ne doivent pas être calculés d'après les lois de la statique, mais d'après celles de la dynamique. Si, par exemple, un arbre est muni d'un volant, pour qu'il puisse recevoir la force vive de ce volant sans se rompre, il faut que la quantité de travail $\frac{1}{4}\frac{T^2}{G}V$ (N°. 55), nécessaire pour produire la rupture de l'arbre par torsion, soit plus grande que la force vive du volant (exprimée en kilogrammes et en centimètres).

Si on désigne par:

Q le poids la jante du volant (en kilogrammes),

C la vitesse à la circonférence de ce volant (en centimètres),

$g = 9{\cdot}81 \times 100 = 981$ centimètres (la valeur de l'accélération dans la chûte des corps), la condition pour que l'arbre ne se rompe pas est;

$$V > 4\,\frac{G}{T^2}\,\frac{Q}{2g}\,C^2$$

77.

Arbres exposés à une flexion.

Pour déterminer les dimensions d'une quelconque des sections d'un arbre, soumis à des efforts de flexion, il faut calculer la somme M des moments des forces extérieures, qui tendent à rompre l'arbre dans cette section. En égalant ce moment au moment d'élasticité B E (N°. 38), on obtient une équation qui donne les dimensions cherchées. On ne doit prendre pour B que la dixième partie du coefficient de rupture. Les exemples suivants fourniront les explications nécessaires pour l'usage de cette règle.

a) Construction de l'axe d'un balancier, qui repose sur deux appuis et qui est chargé au milieu. Fig. 1, Pl. X.

Soient:

2 P la pression qui agit au milieu de l'axe du balancier,

d et l le diamètre et la longueur d'un tourillon,

D le diamètre du corps de l'axe,

Digitized by Google

D_1 le diamètre des extrémités de cet axe,
λ la distance du milieu de la portée au milieu d'un tourillon.

On a:

$$d = 0{\cdot}12 \sqrt{P}$$

$$l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\, d$$

$$D = \frac{5}{4}\, d \sqrt[3]{\frac{2\lambda}{l}}, \quad D_1 = \frac{5}{4}\, d$$

Les deux fuseaux coniques de l'axe correspondent à une base commune, ayant pour diamètre $\frac{4}{5} D$ et supposée au milieu de la portée.

b) Construction d'un axe, qui repose sur deux appuis et qui est chargé en un point quelconque. Pl. X, Fig. 2.

D'après les notations de la figure, on a:

Pression sur le tourillon d . . . . . $2P \frac{\lambda_1}{\lambda + \lambda_1}$

Pression sur le tourillon d_1 . . . . . $2P \frac{\lambda}{\lambda + \lambda_1}$

Diamètre du tourillon d . . . . . $d = 0{\cdot}12 \sqrt{2P \frac{\lambda_1}{\lambda + \lambda_1}}$

Diamètre du tourillon d_1 . . . . . $d_1 = 0{\cdot}12 \sqrt{2P \frac{\lambda}{\lambda + \lambda_1}}$

Longueurs de ces tourillons . . . . $\begin{cases} l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\, d \\ l_1 = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\, d_1 \end{cases}$

Diamétre du corps de l'axe:

$$D = \frac{5}{4}\, d \sqrt[3]{\frac{2\lambda}{l}}$$

Diamètre de l'axe, à l'extrémité voisine du tourillon d $= \frac{5}{4}\, d$

Diamètre de l'axe, à l'extrémité voisine du tourillon $d_1 = \frac{5}{4}\, d_1$

Digitized by Google

Les deux fuseaux de l'axe appartiennent à deux cônes, ayant pour base commune un cercle de diamétre $\frac{4}{5}$ D, supposé situé au milieu de la portée.

78.

Arbres soumis en même temps à la torsion et à la flexion.

Pour construire des arbres de cette espèce, on détermine d'abord le diamètre que doit avoir l'arbre pour résister à la torsion et on ajoute à cet arbre un renflement qui à lui seul est capable de résister au moment de flexion.

Soient :

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

le diamètre que l'arbre doit avoir pour transmettre, à la vitesse de n tours par minute, un travail de N chevaux-vapeur,

M le moment de flexion (en kilogrammes-centimètres), pour une section déterminée de l'arbre.

Si le renforcement de l'arbre doit être annulaire, on a, pour la détermination du diamètre extérieur, la formule :

$$D = \sqrt[3]{d^3 + \frac{32\,M}{B\,\pi}}$$

Si l'on fait le renforcement par quatre nervures, on a, pour la détermination de h et de b (Pl. V, Fig. 14) :

$$h = \sqrt[3]{d^3 + \frac{6\,M}{B}\,\frac{h}{b}}$$

$$b = \frac{6\,M\,h}{B\,(h^3 - d^3)}$$

On doit se servir de la première de ces formules dans le cas où il y a avantage à se donner le rapport $\frac{h}{b}$ et à chercher h ; la deuxième formule doit être employée, au contraire, lorsqu'on se donne h et qu'on a à déterminer b.

Digitized by Google

Si on désigne par M_1 le moment de torsion (en kilogrammes-centimètres) qui a pour expression $M_1 = 71620 \frac{N}{n}$, par E la fonction des dimensions de la section, indiquée dans le N°. 38 (Pl. V), l'intensité de la tension S, due à l'action simultanée de M et M_1, est donnée plus exactement par l'expression:

$$S = \frac{1}{E} (\alpha M + (1 - \alpha) \sqrt{M^2 + M_1^2})$$

Où α est un coefficient compris entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{3}{8}$.

79.

Représentation de différents arbres. Pl. X.

Fig. 1 et 2: Axes de balanciers.

Fig. 3: Arbre de transmission en fonte, avec noyau rond et nervures de renforcement.

Fig. 4 et 5: Arbres en fonte pour roues hydrauliques.

Fig. 6, 7, 8, 9 et 10: Arbres en fer forgé.

80.

Accouplements d'arbres. Pl. XI.

Fig. 1: Accouplement demi-cylindrique avec manchon pour gros arbres en fonte.

Fig. 2: Accouplement demi-cylindrique avec manchon pour arbres plus faibles en fer.

Fig. 3: Accouplement d'arbres en fer forgé, au moyen d'une clavette longitudinale et d'une pièce transversale, entaillée sur les extrémités.

Fig. 4: Accouplement avec parties filetées.

Fig. 5: Embrayage d'arbres, au moyen de manchons dentés.

Si on désigne par:

N le travail, en chevaux-vapeur, que transmet l'arbre,

n le nombre de tours par minute,

d le diamètre de l'arbre,

d_1, l, δ, k, h, les dimensions indiquées sur la fig. 1 (Pl. X), on peut déterminer toutes ces dimensions par les formules suivantes, les unes rationnelles, les autres empiriques:

Digitized by Google

Diamètre des arbres . . . . . $d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ Fer forgé.

$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ Fonte.

Diamètre de la tête de l'accouplement $d_1 = 1{\cdot}25\ d$

Longueur du manchon . . . . . $l = 2{\cdot}7 + 1{\cdot}9\ d$

Epaisseur du métal du manchon . . $\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\ d$

Largeur de la clavette . . . . . $k = 0{\cdot}9\ \delta$

Epaisseur de la clavette . . . . . $h = \frac{1}{2}\ k$

Le tableau suivant renferme les dimensions de 19 manchons pour 32 diamètres d'arbres différents. Pour les petits diamètres un même manchon correspond à deux arbres.

81.

Tableau des dimensions des manchons ou des accouplements d'arbres.
Fig. 1, Pl. XI.

Numéro de l'accouplement.	d	d_1	l	δ	Numéro de l'accouplement.	d	d_1	l	δ
I.	3·00 3·25	4·06	8·88	1·58	IX.	10 11	13·75	23·6	4·17
II.	3·50 3·75	4·69	9·83	1·75	X.	12 13	16·25	27·4	4·83
III.	4·00 4·50	5·63	11·25	2·00	XI.	14 15	18·75	31·2	5·50
IV.	5·00 5·50	6·88	13·15	2·33	XII.	16 17	21·25	35·0	6·17
V.	6·00 6·50	8·12	15·05	2·67	XIII.	18 19	23·75	38·8	6·83
VI.	7·0 7·5	9·38	16·95	3·00	XIV.	20	25·0	40·7	7·17
					XV.	22	27·5	44·5	7·83
VII.	8·0 8·5	10·6	18·85	3·33	XVI.	24	30·0	48·3	8·50
					XVII.	26	32·5	52·1	9·17
VIII.	9·0 9·5	11·9	20·75	3·67	XVIII.	28	35·0	55·9	9·83
					XIX.	30	37·5	59·7	10·50

Digitized by Google

82.

Paliers pour arbres horizontaux, verticaux et suspendus.

La planche XII et le tableau ci-après donnent les dimensions principales pour les diverses espèces de paliers. Afin de se servir du plus petit nombre de modèles possible, on a adopté 32 diamètres. A chaque diamètre correspond un coussinet. Les diamètres extérieurs des petits coussinets sont choisis de manière que deux d'entre eux puissent être placés dans un même palier. 32 coussinets et XIX paliers sont ainsi suffisants pour les cas ordinaires de la pratique. Les dimensions l, d_1, e sont déterminées d'aprés les formules suivantes:

Longueur du coussinet. . .	$l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\ d$	centimètres.
Epaisseur du métal	$e = 0{\cdot}28 + 0{\cdot}074\ d$	
Diamètre extérieur du coussinet	$d_1 = 0{\cdot}69 + 1{\cdot}17\ d$	

Les rapports moyens sont:

$$l = 1{\cdot}3\ d \quad e = 0{\cdot}1\ d \quad d_1 = 1{\cdot}25\ d$$

Avec des coussinets, exécutés d'après ces formules ou d'après les valeurs du tableau suivant, on obtient, pour tous les paliers eux-mêmes, les dimensions rigoureusement convenables. si on les construit d'après des modèles géométriquement semblables. Dans les dessins de la Pl. XII, on a indiqué les dimensions principales des paliers, en prenant le diamètre extérieur des coussinets comme unité de longueur.

Digitized by Google

83.

Tableau des dimensions des coussinets pour paliers et chaises.

Pl. XII.

Numéro du palier.	d Diamètre intérieur du coussinet.	e Epaisseur du métal.	d_1 Diamètre extérieur du coussinet	l Longueur du coussinet.
	Centimètres.	Centimètres.	Centimètres.	Centimètres.
I.	3·00 3·25	0·520	4·49	4·80
II.	3·50 3·75	0·558	5·08	5·41
III.	4·0 4·5	0·613	5·95	6·31
IV.	5·0 5·5	0·687	7·12	7·52
V.	6·0 6·5	0·761	8·29	8·73
VI.	7·0 7·5	0·835	9·46	9·94
VII.	8·0 8·5	0·909	10·63	11·15
VIII.	9·0 9·5	0·983	11·80	12·36
IX.	10 11	1·094	13·56	14·18
X.	12 13	1·242	15·90	16·60
XI.	14 15	1·390	18·24	19·02
XII.	16 17	1·538	20·58	21·44
XIII.	18 19	1·686	22·92	23·86
XIV.	20	1·760	24·09	25·07
XV.	22	1·908	26·43	27·47
XVI.	24	2·056	28·77	29·91
XVII.	26	2·204	31·11	32·33
XVIII.	28	2·352	33·45	34·75
XIX.	30	2·500	35·79	37·18

Digitized by Google

84.

Représentation de divers paliers.

Pl. XIII: Triple palier pour la transmission d'un arbre à deux autres arbres.

Pl. XIV, Fig. 1, 2, 3 et 4: Paliers avec coussinets sphériques. L'arbre peut changer de position, sans que pour cela le contact entre les surfaces frottantes cesse d'être uniforme.

Pl. XIV, Fig. 5: Palier à cuvette pour arbres verticaux. L'arbre peut changer de position, sans modifier le contact des surfaces frottantes.

POULIES.

Pl. XV, Fig. 1 et 2.

85.

Calcul des tensions des courroies.

Dans un système de courroies, on doit distinguer trois tensions: 1° La tension initiale t, qui doit exister dans toute l'étendue de la courroie avant l'application de la force, afin qu'elle puisse transmettre, sans glisser sur les poulies, une puissance P de la poulie motrice à la poulie menée; 2° les tensions T et T_1, qui se produisent dans les brins (conducteurs et conduits), pendant le mouvement.

Ces diverses tensions sont reliées par les équations suivantes:

$$t = \frac{1}{2} P \frac{e^{f\frac{S}{R}} + 1}{e^{f\frac{S}{R}} - 1}$$

$$T = P \frac{e^{f\frac{S}{R}}}{e^{f\frac{S}{R}} - 1}$$

$$T_1 = P \frac{1}{e^{f\frac{S}{R}} - 1}$$

Digitized by Google

en désignant par:

f le coefficient de frottement de la courroie sur les poulies,

S la longueur de l'arc embrassé par la courroie sur la plus petite des deux poulies;

R le rayon de la petite poulie,

e = 2·718 la base des logarithmes naturels.

Si, pour plus de sécurité, on donne à t une valeur légèrement supérieure à celle que détermine la première des équations et qui correspond à la position limite où la courroie est sur le point de glisser, on a:

$$T = t + \frac{1}{2} P; \; T_1 = t - \frac{1}{2} P.$$

Les valeurs de f sont les suivantes:

f = 0·47 pour courroies ordinaires graissées sur poulies en bois,

f = 0·50 pour courroies neuves sur poulies en bois,

f = 0·28 pour les courroies ordinaires graissées sur poulies tournées en fonte,

f = 0·38 pour courroies humides sur poulies en fonte,

f = 0·50 pour câbles en chanvre sur poulies en bois.

On peut calculer aisément les valeurs de t, T, T_1, au moyen de la table suivante, qui contient, pour différentes valeurs de $\frac{S}{2R\pi}$ et de f les valeurs correspondantes de $e^{f\frac{S}{R}}$.

Digitized by Google

86.

Tableau pour le calcul des tensions des courroies.

$\frac{S}{2R\pi}$	Valeur de $e^{f\frac{S}{R}}$					
	Courroies neuves sur poulies en bois.	Courroies ordinaires		Courroies humides sur fer.	Cordes sur poulies en bois	
		sur bois.	sur fer.		non polies.	polies.
0·2	1·87	1·81	1·42	1·61	1·87	1·51
0·3	2·57	2·43	1·70	2·05	2·57	1·86
0·4	3·51	3·26	2·02	2·60	3·51	2·29
0·5	4·81	4·38	2·41	3·30	4·81	2·82
0·6	6·59	5·88	2·87	4·19	6·59	3·47
0·7	9·02	7·90	3·42	5·32	9·02	4·27
0·8	12·34	10·61	4·08	6·75	12·34	5·25
0·9	16·89	14·27	4·87	8·58	16·89	6·46
1·0	23·15	19·16	5·81	10·89	23·15	7·95

87.

Règles pratiques pour la détermination des poulies et des courroies, lorsque toute la force, contenue dans l'arbre moteur, doit être transmise à l'arbre conduit. Pl. XV, Fig. 1 et 2.

a) Diamètre des arbres.

Les diamètres des arbres sont donnés par les règles indiquées précédemment (N°s. 69 à 75).

b) Rayons des poulies.

Lorsque le rapport de transmission n'est pas trop considérable, le rayon de la plus grande des deux poulies peut être pris égal à 6 ou 7 fois le diamètre de l'arbre correspondant (supposé en fonte). Pour un grand rapport de transmission, supérieur à 3 par exemple, il convient de prendre, pour ce rayon, 8 à 12 fois le diamètre de l'arbre.

Le rayon de la plus petite des deux poulies s'obtient évidemment en divisant le rayon précédent par le rapport des nombres de tours.

Digitized by Google

En réalité, lorsque, sur les poulies, la tension de la courroie passe de T à T_1 et de T_1 à T, il se produit, par cela même, une variation de longueur de la courroie qui se traduit par une série de petits glissements sur les poulies. La conséquence de ce fait c'est que la vitesse v à la circonférence de la poulie menante est, rigoureusement parlant, supérieure à la vitesse v_1 de la poulie menée, et on a:

$$\frac{v}{v_1} = 1 + \frac{P}{\beta \delta \varepsilon}$$

en désignant par P la force tangentielle à transmettre, β la largeur, δ l'épaisseur et ε le coefficient d'élasticité de la courroie.

c) Largeur de la courroie et des poulies.

Si on désigne par:

d le diamètre de l'arbre dont la vitesse est la plus petite,

R le rayon de la poulie fixée sur cet arbre,

β la largeur, δ l'épaisseur } de la courroie,

b la largeur de la poulie,

A la tension, par centimètre carré, de la section du brin conducteur,

On a, pour la détermination de β, b et δ, les formules suivantes:

$$\frac{\beta}{d} = 10{\cdot}5 \frac{d}{R}$$

$$\delta = 3{\cdot}1 \frac{d}{A}$$

$$\frac{b}{\beta} = \frac{5}{4}$$

Ces formules correspondent à l'hypothèse d'un arbre en fonte et d'une courroie ordinaire graissée, embrassant la moitié de la circonférence d'une poulie tournée en fonte ($f = 0{\cdot}28$).

D'une manière générale, si on désigne par:

P l'effort à transmettre, supposé appliqué à la circonférence de la poulie R,

k P la tension du brin conducteur,

T le maximum de tension de l'arbre dû au moment P R, on a:

Digitized by Google

$$\frac{\beta}{\delta} = \frac{\pi}{16} \frac{k\,T}{A \frac{\delta}{d}} \frac{d}{R}$$

et, avec $\delta = 3{\cdot}1 \frac{d}{A}$:

$$\frac{\beta}{\delta} = \frac{k\,T}{15{\cdot}8} \frac{d}{R} = 0{\cdot}0633\ k\ T \frac{d}{R}$$

Pour un arbre en fonte, calculé d'après la formule:

$$d = 16 \sqrt{\frac{N}{n}},$$

on a: $T = 89$; on voit, d'après cela, que la relation:

$$\frac{\beta}{d} = 10{\cdot}5 \frac{d}{R}$$

correspond à la valeur $k = 1{\cdot}86$.

Les valeurs, qu'il convient d'adopter pour A, sont celles des coefficients de résistance absolue de la table du N°. 57, divisés par 5.

On a, par conséquent:

Cuir de veau	A = 26
Cuir de mouton	22
Cuir de cheval (blanc)	54
Cuir de cheval (mince)	44
Cuir de vache	54

Avec les formules précédentes on trouve pour:

$\frac{R}{d} =$	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\frac{\beta}{d} =$	2·62	2·10	1·75	1·50	1·31	1·17	1·05	0·95	0·87

Si, par exemple, le diamètre d d'un arbre est égal à 8 centimètres et le rayon de la poulie R à 56 centimètres, on a: $\frac{R}{d} = 7$, $\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}5$, et, par suite, $\beta = 1{\cdot}5 \times 8 = 12$ centimètres.

Digitized by Google

d) **Moyeu de fixation de la poulie sur l'arbre.**

Diamètre de la portée de l'arbre sur laquelle est fixée la poulie . . . . . $= 1{\cdot}35\ d$

Epaisseur du métal du moyeu . . . . . $\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\ d$

Longueur du moyeu, égale à la largeur de la poulie . $= \beta$

Largeur de la clavette . . . . . $k = 0{\cdot}9\ \delta$

Epaisseur de la clavette . . . . . $k_1 = \frac{1}{2}\ k$

e) **Nombre et profil des bras.**

Le nombre N des bras de la poulie doit être pris égal au nombre entier qui se rapproche le plus du rapport $\frac{R}{d}$ du rayon de la poulie au diamètre de l'arbre. Pour déterminer la largeur et l'épaisseur des bras, mesurées au centre de la poulie, on peut se servir des formules suivantes:

Largeur du bras (Fig. 2, Pl. XV) . . . . . $h = \frac{1{\cdot}7}{\sqrt[3]{N}}\ d$

Epaisseur . . . . . $= \frac{1}{2}\ h$

La section a une forme elliptique.

La première formule donne les résultats suivants:

Pour N =	4	6	8	10	12
$\frac{h}{d}$ =	1·07	0·94	0·85	0·79	0·74

Pour un arbre d'un diamètre de 6 centimètres, sur lequel est fixée une poulie de $6 \times 8 = 48$ centimètres, on a à prendre 8 bras, chacun d'eux ayant pour largeur $6 \times 0{\cdot}86 = 5{\cdot}16$ centimètres et pour épaisseur $\frac{1}{2} \times 5{\cdot}16 = 2{\cdot}58$ centimètres.

88.

Règles pratiques pour la détermination des poulies et des courroies, lorsqu'une partie seulement de la force, contenue dans l'arbre moteur, doit être transmise au second arbre.

Dans ce cas, on peut se servir encore des formules du numéro précédent, à la condition de remplacer le diamètre réel de

Digitized by Google

l'arbre moteur par celui qu'il faudrait lui donner, en tenant compte simplement de l'effort qu'il transmet à l'arbre mené. Il est bien évident, d'ailleurs, que l'alésage du moyeu de la poulie placée sur l'arbre moteur doit correspondre au diamètre réel. C'est ce que nous allons faire comprendre par un exemple, dont les données seraient les suivantes:

Travail total en chevaux transmis par l'arbre moteur . = 10
Nombre de tours de cet arbre par minute . . . . . = 80
Travail en chevaux, qui doit être transmis au deuxième arbre . . . . . = 4·2
Nombre de tours par minute de cet arbre . . . . . = 160

D'après la table du N°. 73, on a:

Diamètre réel de l'arbre moteur (N = 10, n = 80) . = 8 centimètres.
Diamètre réel de l'arbre conduit (N = 4·2, n = 160) . . . . . = 5 centimètres.
Diamètre que devrait avoir l'arbre moteur pour transmettre un travail de $4^{ch}2$ avec une vitesse de 80 tours . . . . . = 6 centimètres.

Ce dernier diamètre est celui dont il faut tenir compte et on trouve:

D'après le N°. 87, b): rayon de la poulie motrice = 6 × 6 . . . . . = 36 centimètres.
Rayon de la poulie conduite . . $36\frac{80}{160}$ = 18 centimètres.
D'après le N°. 87, c) la largeur de la courroie = 1·75 × 6 . . . . . = 10·5 centimètres.
Largeur des poulies $10{\cdot}5 \times \frac{5}{4}$ . . . . = 13·1 centimètres.

	Grande poulie.	Petite poulie.
D'après le N°. 87, d): diamètre de la portée de l'arbre .	1·35 × 8 = 10·8,	1·35 × 5 = 6·75
Epaisseur du moyeu . .	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times 6 = 2{\cdot}5$,	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\ 5 = 2{\cdot}16$
Longueur du moyeu	= 13·1	= 13·1
Largeur de la clavette . .	0·9 × 2·5 = 2·25,	0·9 × 2·17 = 1·95
Epaisseur de la clavette	= 1·12	= 0·98
Nombre des bras, d'après le N°. 87, e)	$\frac{36}{6} = 6$,	$\frac{18}{5} = 4$ (approx^t)
Largeur des bras, mesurée au centre	0·94 × 6 = 5·64,	1·07 × 5 = 5·35

Digitized by Google

Dans le cas où il serait essentiel que l'arbre mené fît exactement un nombre de tours double de celui de l'arbre moteur, la vitesse à la circonférence de la poulie menée devrait être légèrement inférieure à celle de la poulie menante et il conviendrait, par suite, de diminuer légèrement le rayon de la première poulie. En supposant l'épaisseur de la courroie égale à $0^{c}\cdot4$, le module d'élasticité $\varepsilon = 600$, avec $P = \frac{71620}{36}\frac{4\cdot2}{80} = 104\cdot4$, on a, d'après la remarque du N°. 87, b):

$$\frac{v}{v_1} = 1 + \frac{104\cdot4}{0\cdot4 \times 10\cdot5 \times 600} = 1\cdot04$$

ce qui donne, pour le diamètre corrigé de la poulie menée:

$$\frac{18}{1\cdot04} = 17^{\text{cent.}}3.$$

ROULEAUX OU POULIES DE TENSION.

89.

Détermination de la pression qu'un rouleau de tension doit exercer sur une courroie, pour qu'elle puisse transmettre un certain effort sans glisser.

Désignons par:

L la longueur totale de la courroie qui embrasse les poulies,

Ω la section de la courroie,

ε le coefficient d'élasticité du cuir (table N°. 57),

T la tension de la courroie, quand le rouleau de tension n'agit pas,

P la force, en kilogrammes, qui doit être transmise de la circonférence de la poulie motrice à celle de la poulie conduite,

q la pression, en kilogrammes, que doit exercer le rouleau sur la courroie, pour lui donner la tension moyenne $t = 1\cdot5\ P$, nécessaire à la transmission de la force P,

a et b les distances du centre du rouleau de tension aux points de contact de la courroie avec les poulies.

On a approximativement, si la courroie n'est pas trop fléchie par le rouleau de tension:

Digitized by Google

$$q = 2\,P \sqrt{\frac{2\,(a+b)}{a\,b}\;\frac{L\,(1{\cdot}5\,P - t_0)}{\Omega\,\varepsilon}}$$

en supposant que le rouleau agisse sur le brin conducteur (1).

Pour le cas où la tension $T = 0$ et $a = b$, on a:

$$q = 4{\cdot}9\,P \sqrt{\frac{L\,P}{\Omega\,\varepsilon\,a}}$$

Si l'on pose:

$$\frac{P}{\Omega} = 25,\ \varepsilon = 400$$

on obtient:

$$q = 1{\cdot}22{\cdot}P \sqrt{\frac{L}{a}}$$

ROUES DENTÉES.

Pl. XVII.

90.

Détermination de toutes les dimensions des roues dentées, lorsque le travail total, contenu dans un arbre, doit être transmis par deux roues dentées à un deuxième arbre.

a) Diamètre des arbres.

Ces diamètres sont à déterminer d'après les règles ou les tables des N°s. 69 à 75.

b) Grandeur relative d'une roue.

Pour que les roues présentent des proportions convenables, il est nécessaire que leurs rayons soient dans un certain rapport

---

(1) D'une manière générale, on a la relation:

$$q = \left(t \pm \frac{1}{2}\,P\right) \sqrt{2\,\frac{(a+b)}{a\,b}\,L\,\frac{t - t_0}{\Omega\,\varepsilon}}$$

dans laquelle on doit prendre le signe + ou le signe —, suivant que le tendeur agit sur le brin conducteur ou le brin conduit.

Digitized by Google

avec les diamètres des arbres, (supposés en fonte). Ce rapport du rayon d'une roue au diamètre de son arbre constitue ce que nous appellerons la grandeur relative de la roue et nous dirons d'une roue, dont la grandeur relative est 5, par exemple, qu'elle est une roue quintuple, relativement à un certain arbre. Si le rapport des vitesses angulaires n'est pas supérieur à 4, on peut prendre, pour la plus grande des deux roues, une roue quintuple ou sextuple, suivant qu'il s'agit d'arbres verticaux ou d'arbres horizontaux; en d'autres termes, le rayon de la grande roue doit être cinq fois plus grand, que le diamètre de l'arbre, si cet arbre est vertical et six fois plus grand s'il est horizontal. Pour obtenir le rayon de la petite roue, il suffit de diviser celui de la grande roue par le rapport des vitesses angulaires. Si ce rapport est plus grand que 4, il est convenable de faire le rayon de la petite roue de 1·5 à 3 fois plus grand que le diamètre de son arbre et, dans ce cas, on trouve le rayon de la plus grande roue en multipliant celui de la petite par le rapport des vitesses angulaires.

c) Dimensions et nombre des dents pour roues de machines, mues par la force de l'homme ou mécaniquement.

Soient:

R le rayon d'une roue,
d le diamètre de l'arbre de cette roue,
α l'épaisseur d'une dent de fonte, mesurée sur le cercle primitif.
β la largeur } d'une dent,
γ la longueur }
t le pas,
Z le nombre des dents de la roue.

On a, pour la détermination de α, β, γ, Z, si $\frac{\beta}{\alpha}$, R et d sont donnés:

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33 \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{d}{R}}$$

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{t}{\alpha} = \begin{cases} 2{\cdot}1, & \text{pour fonte sur fonte} \\ 2{\cdot}65, & \text{pour bois sur fonte.} \end{cases}$$

Digitized by Google

$$Z = \begin{cases} 2{\cdot}25 \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}, \text{pour fonte sur fonte} \\ 1{\cdot}79 \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}, \text{pour bois sur fonte.} \end{cases}$$

Ces formules sont établies en admettant que la tension T de l'arbre, due à l'action du moment de torsion P R, doit être égale à la tension σ d'une dent en fonte ou les $\frac{9}{4}$ de la tension d'une dent en bois, l'une ou l'autre de ces deux tensions correspondant d'ailleurs à l'action fléchissante de la pression P, supposée appliquée à l'extrémité de la dent, perpendiculairement à la longueur γ et répartie uniformément sur toute la largeur β.

Les résultats, que fournissent ces formules, sont contenus dans le premier tableau ci-dessous, qui donne, pour les diverses valeurs de $\frac{R}{d}$ et de $\frac{\beta}{\alpha}$, les valeurs correspondantes de $\frac{\beta}{d}$ et de Z. Pour les roues de machines, mues par la force de l'homme, on doit prendre $\frac{\beta}{\alpha}$ égal à 4 ou 5. Pour des roues, mises en mouvement par l'eau ou par la vapeur, il convient de prendre, dans la plupart des cas, $\frac{\beta}{\alpha} = 6$. Pour des roues de transmission, animées d'une très grande vitesse, il est convenable, pour diminuer l'usure des dents, de leur donner une grande largeur; dans ce cas, il faut faire $\frac{\beta}{\alpha} = 7$ à 8.

Supposons, par exemple, qu'on ait à construire une roue sextuple, pour un arbre de 8 centimètres de diamètre, la roue et l'arbre appartenant à une manivelle, mise en mouvement par la force de l'homme. On aura:

Diamètre de l'arbre . . . . . $d = 8$ centim.

Grandeur relative de la roue . . . . . $\frac{R}{d} = 6$.

Rayon de la roue . . . . . $R = 6 \times 8 = 48$ centim.

Rapport entre la largeur et l'épaisseur des dents $\frac{\beta}{\alpha} = 5$

Rapport entre la largeur des dents et le diamètre de l'arbre (d'après la table) . . . $\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}214$

Digitized by Google

Largeur des dents . . . . . $\beta = 8 \times 1{\cdot}214 = 9{\cdot}7$ centim.
Nombre des dents (fonte sur fonte) . . . . $Z = 74$.

Si on voulait construire une roue quintuple pour un arbre de 16 centimètres de diamètre, on aurait:

Diamètre de l'arbre . . . . . $d = 16$ centim.
Grandeur relative de la roue . . . . . $\frac{R}{d} = 5$
Rapport entre la largeur et l'épaisseur des dents $\frac{\beta}{\alpha} = 6$
Rapport entre la largeur des dents et le diamètre de l'arbre (d'après la table) . . . . $\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}456$
Largeur des dents . . . . . $\beta = 1{\cdot}456 \times 16 = 23{\cdot}3$ cent.
Nombre des dents (bois sur fonte) . . . . $Z = 49$.

Dans le cas d'une roue de transmission pour un arbre de 12 centimètres de diamètre, tournant très rapidement, on trouverait:

Diamètre de l'arbre . . . . . $d = 12$ centim.
Grandeur relative de la roue . . . . . $\frac{R}{d} = 4{\cdot}5$
Rayon de la roue . . . . . $R = 4{\cdot}5 \times 12 = 54$ centim.
Rapport entre la largeur et l'épaisseur des dents $\frac{\beta}{\alpha} = 7$
Rapport entre la largeur des dents et le diamètre de l'arbre (d'après la table) . . . . $\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}659$
Largeur des dents . . . . . $\beta = 1{\cdot}659 \times 12 = 20$ centim.
Nombre des dents (bois sur fonte) . . . . $Z = 45$.

b) **Détermination de l'arbre correspondant à une roue de dimensions données.**

Si la roue est donnée et si l'arbre est à chercher, on connaît $\frac{R}{\beta}$, $\frac{\beta}{\alpha}$ et on trouve alors:

$$\frac{d}{\beta} = 0{\cdot}827 \frac{\sqrt[3]{\frac{R}{\beta}}}{\sqrt[3]{\frac{\beta}{\alpha}}}$$

Digitized by Google

$$Z = \begin{cases} 2{\cdot}99 \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\left(\frac{R}{\beta}\right) \text{ pour fonte sur fonte} \\ 2{\cdot}37 \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\left(\frac{R}{\beta}\right) \text{ pour bois sur fonte.} \end{cases}$$

Les résultats, obtenus par ces formules, sont consignés dans la seconde des deux tables suivantes:

Exemple. Soit, pour une roue, $\beta = 20$ centimètres. $R = 100$ centimètres, $\frac{\beta}{\alpha} = 6$. On trouve dans la table: $\frac{d}{\beta} = 0{\cdot}778$ et, par suite, $d = 0{\cdot}778 \times 20 = 15{\cdot}56$ centimètres; la table donne, en outre: $Z = 90$.

Digitized by Google

Supplément au N°. 90 *c*. *Tableau des dimensions et du nombre des dents des engrenages.*

$\frac{R}{d}$	$\frac{\beta}{\alpha} = 4$			$\frac{\beta}{\alpha} = 5$			$\frac{\beta}{\alpha} = 6$			$\frac{\beta}{\alpha} = 7$			$\frac{\beta}{\alpha} = 8$		
	$\frac{\beta}{d}$	Z		$\frac{\beta}{d}$	Z		$\frac{\beta}{d}$	Z		$\frac{\beta}{d}$	Z		$\frac{\beta}{d}$	Z	
		fonte sur fonte	bois sur fonte		fonte sur fonte	bois sur fonte		fonte sur fonte	bois sur fonte		fonte sur fonte	bois sur fonte		fonte sur fonte	bois sur fonte
1·0	2·660	5	4	2·974	5	4	3·257	6	4	3·519	6	5	3·761	6	5
1·5	2·172	8	7	2·429	9	7	2·660	10	8	2·874	11	9	3·071	12	9
2·0	1·881	13	10	2·103	14	11	2·304	16	12	2·488	17	13	2·660	18	14
2·5	1·682	18	14	1·881	20	16	2·060	22	17	2·225	24	19	2·379	25	20
3·0	1·536	23	19	1·717	26	21	1·881	29	23	2·031	31	25	2·172	33	26
3·5	1·422	29	23	1·589	33	26	1·741	36	29	1·881	39	31	2·011	42	33
4·0	1·330	36	29	1·487	40	32	1·629	44	35	1·760	48	38	1·881	51	40
4·5	1·254	43	34	1·402	48	38	1·536	53	42	1·659	57	45	1·773	61	48
5·0	1·190	50	40	1·330	56	45	1·456	62	49	1·573	67	53	1·682	71	57
5·5	1·134	58	46	1·268	65	52	1·390	71	57	1·500	77	61	1·604	82	65
6·0	1·086	66	53	1·214	74	59	1·330	81	64	1·436	87	70	1·536	94	74
6·5	1·043	75	59	1·166	83	66	1·278	91	73	1·381	99	79	1·476	106	84
7·0	1·005	83	66	1·124	93	74	1·231	102	81	1·330	110	88	1·422	118	94
7·5	0.971	92	74	1·086	103	82	1·190	113	90	1·285	122	97	1·374	131	104
8·0	0·940	102	81	1·051	114	91	1·152	125	99	1·244	135	107	1·330	144	115
8·5	0·912	112	89	1·020	125	99	1·117	137	109	1·207	148	117	1·290	158	125
9·0	0·887	122	97	0·991	136	108	1·086	149	118	1·173	161	128	1·254	172	137
9·5	0·863	132	105	0·965	147	117	1·057	161	128	1·142	174	139	1·221	186	148
10	0·841	142	113	0·940	159	127	1·030	174	139	1·113	188	150	1·190	201	160

Digitized by Google

Supplément au N°. 90 *d*. *Tableau pour la détermination de l'arbre qui correspond à une roue de dimensions données.*

$\frac{R}{\beta}$	$\frac{\beta}{\alpha} = 4$			$\frac{\beta}{\alpha} = 5$			$\frac{\beta}{\alpha} = 6$			$\frac{\beta}{\alpha} = 7$			$\frac{\beta}{\alpha} = 8$		
	$\frac{d}{\beta}$	Z		$\frac{d}{\beta}$	Z		$\frac{d}{\beta}$	Z		$\frac{d}{\beta}$	Z		$\frac{d}{\beta}$	Z	
		fonte sur fonte	bois sur fonte		fonte sur fonte	bois sur fonte		fonte sur fonte	bois sur fonte		fonte sur fonte	bois sur fonte		fonte sur fonte	bois sur fonte
0·5	0·413	6	5	0·384	7	6	0·361	9	7	0·343	10	8	0·328	12	9
1·0	0·521	12	9	0·484	15	12	0·455	18	14	0·432	21	17	0·413	,24	19
1·5	0·596	18	14	0·554	22	18	0·521	27	21	0·495	31	25	0·473	36	28
2·0	0·656	24	19	0·609	30	24	0·573	36	28	0·545	42	33	0·521	48	38
2·5	0·707	30	24	0·656	37	30	0·618	45	36	0·587	52	41	0·561	60	47
3·0	0·751	36	28	0·698	45	36	0·656	54	43	0·624	63	50	0·596	72	57
3·5	0·791	42	33	0·734	52	41	0·691	63	50	0·656	73	58	0·628	84	66
4·0	0·827	48	38	0·768	60	47	0·722	72	57	0·686	84	66	0·656	96	76
4·5	0·860	54	43	0·798	67	53	0·751	81	64	0·714	94	75	0·683	108	85
5·0	0·891	60	47	0·827	75	59	0·778	90	71	0·739	105	83	0·707	120	95
5·5	0·920	66	52	0·854	82	65	0·803	99	78	0·763	115	91	0·730	132	104
6·0	0·947	72	57	0·879	90	71	0·827	108	85	0·786	126	100	0·751	144	114
6·5	0·972	78	62	0·903	97	77	0·849	117	92	0·807	136	108	0·772	155	123
7·0	0·997	84	66	0·925	105	83	0·871	126	100	0·827	147	116	0·791	167	133
7·5	1·020	90	71	0·947	112	89	0·891	135	107	0·846	157	124	0·809	179	142
8·0	1·042	96	76	0·967	120	95	0·910	144	114	0·865	167	133	0·827	191	152
8·5	1·063	102	81	0·987	127	101	0·929	152	121	0.882	178	141	0·844	203	161
9·0	1·084	108	85	1·006	135	107	0·947	161	128	0·899	188	149	0·860	215	171
9·5	1·103	114	90	1·024	142	113	0·964	170	135	0·916	199	158	0·876	227	180
10·0	1·122	120	95	1·042	150	119	0·981	179	142	0·931	209	166	0·891	239	190

Digitized by Google

e) **Dimensions du profil de l'anneau d'une roue dentée. Pl. XVII.**

Ces dimensions peuvent être prises proportionnelles à la largeur β de la dent, ainsi que l'indiquent les Fig. 1 à 9. Les nombres proportionnels des figures 1, 3, 4, 6, 7, 9 peuvent être appliqués quelle que soit la valeur adoptée pour le rapport $\frac{\beta}{\alpha}$, tandis que ceux des figures 2, 5, 8 ne sont applicables que pour le cas ordinaire où $\frac{\beta}{\alpha} = 6$. Pour l'usage de ces figures, il convient d'avoir égard aux explications suivantes:

Fig. 1: Profil d'une roue cylindrique, avec dents en bois, dont la largeur est plus petite que 20 centimètres.

Fig. 3: Profil d'une roue conique, avec dents en bois, dont la largeur est plus petite que 20 centimètres.

Fig. 2: Coupe d'une roue cylindrique ou conique, avec dents en bois.

Fig. 4: Profil d'une roue cylindrique, avec dents en fonte.

Fig. 6: Profil d'une roue conique, avec dents en fonte.

Fig. 5: Elévation d'une roue cylindrique, avec dents en fonte.

Fig. 7: Profil d'une roue cylindrique, avec dents en bois, dont la largeur dépasse 20 centimètres.

Fig. 8: Coupe d'une roue avec dents en bois.

f) **Dimensions du moyeu et de la clavette. Fig. 10 à 13.**

Longueur du moyeu . . . . . $l = \beta + 0{\cdot}06\ R$

Diamètre d'alésage du moyeu . . . . . $d_1 = \frac{5}{4}\ d$

Epaisseur de la paroi du moyeu . . . . . $\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\ d$

Largeur de la clavette . . . . . $k = 0{\cdot}9\ \delta$

Epaisseur de la clavette . . . . . $= \frac{1}{2}\ k$

g) **Nombre et dimensions des bras d'une roue. Fig. 10 à 13.**

Le nombre des bras d'une roue doit être pris égal à la grandeur relative $\frac{R}{d}$ de la roue. Si $\frac{R}{d}$ n'est pas un nombre entier, on doit adopter le nombre entier le plus rapproché de la valeur de $\frac{R}{d}$.

Digitized by Google

Si on désigne par:
N le nombre des bras d'une roue,
d le diamètre de l'arbre de la roue,
h la largeur de la nervure principale d'un bras,
on a, pour déterminer h, la relation:

$$\frac{h}{d} = \frac{1{\cdot}7}{\sqrt[3]{N}}$$

d'où l'on déduit:

pour N =	4	5	6	8	10	12
$\frac{h}{d}$ =	1·07	0·99	0·94	0·85	0·79	0·74

h étant déterminé, on doit faire:

L'épaisseur de la nervure principale . . . . . $= \frac{1}{5}$ h

L'épaisseur de la nervure secondaire . . . . $= \frac{1}{6}$ h

La largeur du bras, mesurée à l'anneau . . . $= \frac{3}{4}$ h

Soient:
l la longueur d'un bras, comprise entre la surface extérieure du moyeu et la surface intérieure de la couronne,
a le rayon extérieur du moyeu,
b la largeur de la nervure principale du bras, près du moyeu,
b_1 la largeur correspondante sur la circonférence intérieure de la couronne.

Pour que le maximum de tension σ ait la même valeur dans les deux sections extrêmes du bras, le rapport entre les largeurs extrêmes doit satisfaire approximativement à la relation:

$$\frac{b_1}{b} = \sqrt{\frac{5\,l + 12\,a}{15\,l + 12\,a}}$$

qui, pour $l = 3\,a$, par exemple, donne $\frac{b_1}{b} = 0{\cdot}69$.

Si on désigne par h et h_1 les épaisseurs de la nervure sur l'axe et sur le cercle primitif, en la supposant prolongée jusqu'à ces points, on a, en outre, pour $l = \frac{2}{3}$ R:

$$\frac{h_1}{h} = \frac{l}{R}\,\frac{b_1}{b} = 0{\cdot}46.$$

Digitized by Google

En admettant cet amincissement rationnel du bras et en supposant qu'il soit simplement soumis à l'action de flexion, due à la pression P, agissant à la circonférence du cercle primitif, on a:

$$b = \sqrt[3]{\frac{9}{2}\,\frac{5\,l + 4\,a}{5\,l + 6\,a}\,\frac{P\,l}{m\,\sigma\,N}}$$

m b désignant l'épaisseur constante de la nervure principale; pour $l = 3\,a = \frac{2}{5}\,R$, $m = \frac{1}{5}$, cette formule devient:

$$b = \sqrt[3]{\frac{95}{7}\,\frac{P\,R}{\sigma\,N}}$$

Comme d'ailleurs $P\,R = T\,\frac{\pi\,d^3}{16}$, T désignant le maximum de tension de l'arbre, il en résulte qu'on a:

$$\frac{b}{d} = \sqrt[3]{\frac{95\,\pi}{7 \times 16}\,\frac{T}{\sigma}}\,\frac{1}{\sqrt[3]{N}}$$

D'après les formules précédentes, on a:

$$\frac{h}{d} = \frac{1.7}{\sqrt[3]{N}} \quad \text{et} \quad \frac{h_1}{h} = \frac{3}{4}$$

D'où on tire, pour $\frac{a}{R} = \frac{2}{9}$: $\frac{b}{d} = \frac{17}{18}\,\frac{1{\cdot}7}{\sqrt[3]{N}}$

En égalant les deux valeurs de $\frac{b}{d}$, on obtient:

$$\sigma = 0{\cdot}64\ T.$$

On voit d'après cela que, même en ne tenant pas compte des nervures, les bras, établis d'après les formules précédentes, se trouvent soumis, dans les conditions normales, à des tensions moindres que les arbres et qu'ils peuvent, par suite, être exposés sans grand danger, à un excès de tension accidentel, que peuvent produire des chocs agissant à la circonférence du cercle primitif.

Digitized by Google

91.

Dimensions des roues qui ne transmettent qu'une partie de la force agissant sur l'arbre.

Lorsqu'une partie seulement du travail reçu par un arbre doit être transmise à un deuxième arbre, au moyen de deux roues, on peut admettre encore les formules du numéro précédent, à la condition d'y remplacer le diamètre réel par celui qui correspond au travail transmis. Supposons, par exemple, qu'il s'agisse de transmettre à un arbre, faisant 160 tours par minute, un travail de 40 chevaux, pris sur un arbre moteur développant 156 chevaux à la vitesse de 80 tours.

On a dans ce cas :

Diamètre réel de l'arbre moteur . . . . $16\sqrt[3]{\frac{156}{80}} = 20^{c.}$

Diamètre réel de l'arbre conduit . . . . $16\sqrt[3]{\frac{40}{160}} = 10^{c.}1$

Diamètre d'un arbre de transmission pour

40 chevaux et 80 tours par minute . . $16\sqrt[3]{\frac{40}{80}} = 12^{c.}7$

Avec ce dernier diamètre les formules du N°. 90 donnent :

Rayon de la roue motrice . . . . . $5 \times 12{\cdot}7 = 63^{c.}5$

Rayon de la roue conduite . . . . . $\frac{1}{2}\,63{\cdot}5 = 31^{c.}75$

Largeur des dents . $\left(\frac{\beta}{\alpha} = 6, \frac{R}{d} = 5\right)$ $1{\cdot}456 \times 12{\cdot}7 = 18^{c.}5$

Nombre des dents (fonte sur fonte) . . $\left\{\begin{array}{ll}\text{Grande roue} & . \ 62 \\ \text{Petite roue} & . \ . \ 31\end{array}\right.$

92.

Dimensions des roues, lorsqu'une partie du travail, correspondant à l'arbre moteur, doit être transmise à plusieurs arbres par une roue engrènant avec plusieurs autres.

Dans ce cas, comme dans le précédent, il est permis d'appliquer les formules du N°. 90, à la condition d'y introduire, pour les diamètres, des valeurs convenables. Nous allons montrer, par un exemple, comment on peut trouver ces diamètres. Un arbre

Digitized by Google

A d'une machine de 80 chevaux fait 60 tours par minute. De cet arbre on doit transmettre la force de 50 chevaux sur trois autres arbres B, C, D, savoir: 10 chevaux sur l'arbre B, 15 sur C et 25 sur D. Les vitesses de ces arbres sont respectivement de 60, 80 et 120 tours par minute. Soient A_1, B_1, C_1, D_1 les roues des arbres A, B, C, D.

Les dimensions réelles des diamètres des arbres sont:

A	B	C	D
$17^{c.}6$	$8^{c.}8$	$9^{c.}2$	$9^{c.}5$

Les dimensions des dents de la roue A_1 doivent être celles d'une roue qui transmet, avec une vitesse de 60 tours par minute, un travail de 25 chevaux.

Pour la détermination des dents, il faut donc introduire, dans le calcul, le diamètre d'un arbre de $16\sqrt[3]{\frac{25}{60}} = 12$ centim. ce qui donne:

Rayon de la roue A_1	$6 \times 12 = 72$	centimètres.
" " " " B_1	$= 72$	"
" " " " C_1	$72\frac{60}{80} = 54$	"
" " " " D_1	$72\frac{60}{160} = 36$	"
Largeur des dents pour toutes les roues . .	$\left(\frac{\beta}{\alpha} = 6\right) 1{\cdot}33 \times 12 = 16$	"
Nombre des dents de la roue A_1 (fonte sur fonte)	$= 81$	"

Pour déterminer les bras de la roue A_1 qui transmettent un travail de 50 chevaux le diamètre à introduire est de $16\sqrt[3]{\frac{50}{60}} = 15^{c.}1$ et on obtient:

Nombre des bras de la roue A_1	$= 6$
Largeur d'un bras de la roue	$15{\cdot}1 \times 0{\cdot}94 = 14{\cdot}2$

Les bras des roues B_1, C_1, D_1 doivent être établis d'après les diamètres réels des arbres B, C, D.

Digitized by Google

93.

Vis sans fin.

Lorsqu'une vis sans fin doit être construite avec sa roue dentée, un des axes de rotation est donné directement ou peut être facilement déterminé.

En désignant par:

d le diamètre de l'arbre de la vis,
d_1 le diamètre de l'arbre de la roue,
N le nombre des dents de la roue,
β et α la largeur et l'épaisseur des dents,
R le rayon de la roue,
r le rayon de la vis,
on a, si N et d ou d_1 sont connus, les relations suivantes:

$$\frac{d_1}{d} = 0{\cdot}69 \sqrt[3]{N}$$

$$\frac{R}{d} = 0{\cdot}25\ N,$$

$$\frac{\beta}{d} = 3, \quad \frac{r}{d} = 2, \quad \frac{\beta}{\alpha} = 4.$$

Si T est le travail en chevaux qui agit sur l'arbre de la vis, T_1 celui que reçoit l'arbre de la roue, les valeurs précédentes des rapports $\frac{d_1}{d}, \frac{R}{d}, \frac{\beta}{p}$ correspondent à l'hypothèse $T_1 = \frac{1}{3}$ T. D'une manière générale, pour $\beta = 4\ \alpha$, on a:

$$\frac{d_1}{d} = \sqrt[3]{\frac{T_1}{T} N}$$

$$\frac{R}{d} = 0{\cdot}367\ N \sqrt[3]{\frac{T_1}{T}}$$

$$\frac{\beta}{d} = 4{\cdot}392 \sqrt[3]{\frac{T_1}{T}}$$

On tire de là:

pour $\frac{T_1}{T} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{d_1}{d} =$	$0{\cdot}794 \sqrt[3]{N}$	$0{\cdot}693 \sqrt[3]{N}$	$0{\cdot}630 \sqrt[3]{N}$	$0{\cdot}585 \sqrt[3]{N}$
$\frac{R}{d} =$	$0{\cdot}291\ N$	$0{\cdot}254\ N$	$0{\cdot}231\ N$	$0{\cdot}215\ N$
$\frac{\beta}{d} =$	$3{\cdot}48$	$3{\cdot}04$	$2{\cdot}77$	$2{\cdot}57$

Digitized by Google

94.

Bâtis des paliers. Pl. XVIII, XIX, XX.

Pl. XVIII: Bâti de paliers pour la transmission de mouvement d'un arbre horizontal à un arbre vertical.

Pl. XIX, Fig. 1, 2, 3: Bâti de paliers pour la transmission d'un arbre vertical à un arbre horizontal.

Pl. XX, Fig. 1, 2, 3: Bâti de paliers pour la transmission du mouvement d'un arbre horizontal à deux arbres horizontaux et à un arbre vertical.

Pl. XX, Fig. 4, 5, 6: Bâti de paliers pour la transmission d'un arbre vertical à un arbre horizontal.

95.

Leviers coudés en fer forgé. Pl. XV. Fig. 3.

Pour la construction d'un levier coudé, on donne ordinairement: 1° les longueurs p, q des deux bras, 2° l'angle α qu'ils forment entre eux, 3° l'effort qui agit à l'extrémité de l'un des deux bras. Comme grandeurs données, nous aurons donc p, q, α et la force P qui agit à l'extrémité de p; il reste à déterminer les diamètres δ_p, δ_q, d des tourillons et les sections des bras. On a:

$$\delta_p = 0{\cdot}12 \sqrt{P}$$

$$\delta_q = \delta_p \sqrt{\frac{p}{q}}$$

$$d = \delta_p \sqrt[4]{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - 2\left(\frac{p}{q}\right)\cos\alpha}$$

Les valeurs du radical sont données par la table suivante:

Digitized by Google

Rapport $\frac{p}{q}$	Valeur de $\sqrt[4]{1+\left(\frac{p}{q}\right)^2-2\left(\frac{p}{q}\right)\cos\alpha}$ pour						
	$\alpha=180$	$\alpha=150$	$\alpha=120$	$\alpha=90$	$\alpha=60$	$\alpha=30$	$\alpha=0$
1	1·41	1·39	1·32	1·19	1·00	0·72	0·00
2	1·73	1·71	1·63	1·50	1·32	1·11	1·00
3	2·00	1·97	1·90	1·78	1·63	1·48	1·41
4	2·24	2·21	2·14	2·03	1·90	1·78	1·73
5	2·45	2·43	2·36	2·26	2·14	2·04	2·00
6	2·65	2·62	2·56	2·47	2·36	2·27	2·24
7	2·83	2·81	2·75	2·66	2·56	2·48	2·45
8	3·00	2·98	2·92	2·84	2·75	2·67	2·65
9	3·16	3·14	3·09	3·01	2·92	2·85	2·83
10	3·32	3·30	3·25	3·17	3·09	3·02	3·00

Dans le cas où un axe doit avoir un tourillon de chaque côté, on détermine le diamètre, comme s'il n'y avait qu'un seul tourillon et on le multiplie ensuite par 0·7.

La formule suivante sert à déterminer les dimensions h et b de la section de chaque bras, mesurées sur l'axe de rotation:

$$\frac{h}{\delta_p}=\sqrt[3]{\frac{6\pi}{16}\left(\frac{h}{b}\right)\left(\frac{p}{\delta_p}\right)\left(\frac{\delta_p}{c}\right)}$$

c est la longueur du tourillon, dont δ_p est le diamètre.

Les résultats de cette formule, obtenus en supposant $\frac{\delta_p}{c}=\frac{2}{3}$, sont contenus dans la table suivante:

Digitized by Google

Rapport $\frac{p}{\delta_p}$	Valeur de $\frac{h}{\delta_p}$ pour			
	$\frac{h}{b} = 2$	$\frac{h}{b} = 3$	$\frac{h}{b} = 4$	$\frac{h}{b} = 5$
5	2·0	2·3	2·5	2·7
10	2·5	2·9	3·2	3·4
20	3·2	3·6	4·0	4·3
30	3·6	4·1	4·6	4·9
40	4·0	4·6	5·0	5·4
50	4·3	4·9	5·4	5·8
60	4·6	5·2	5·7	6·2
70	4·8	5·5	6·0	6·5
80	5·0	5·7	6·3	6·8
90	5·2	6·0	6·6	7·1
100	5·4	6·2	6.8	7·3

Exemple. Pour un levier coudé, $p = 100$ centimètres, $q = 10$ centimètres, $\alpha = 120^0$, $P = 144$ kilogrammes. On trouve d'abord: $\delta_p = 1^c{\cdot}44$, $\delta_q = 1{\cdot}44\sqrt{\frac{100}{10}} = 4^c{\cdot}55$. Comme $\frac{p}{q} = 10$ et $\alpha = 120^0$, on a, d'après la première table, $d = 1{\cdot}44 \times 3{\cdot}3 = 4^c{\cdot}75$. Si l'on prend $\frac{h}{b} = 3$, la deuxième table donne $\frac{p}{\delta_p} = \frac{100}{1{\cdot}44} = 70$ et $\frac{h}{\delta_p} = 5{\cdot}5$ Donc $h = 5{\cdot}5 \times 1{\cdot}44 = 7^c{\cdot}92$ et $b = \frac{7{\cdot}92}{3} = 2^c{\cdot}64$.

96.

Manivelle et levier à manivelle. Pl. XV, Fig. 4, 5, 6.

En désignant par:

D le diamètre de l'arbre,

d le diamètre du tourillon ou du bouton de la manivelle,

A la longueur du bras, du milieu de l'arbre au milieu du tourillon.

Digitized by Google

On a, en supposant A et d donnés :

$$\frac{D}{d} = 0{\cdot}9\sqrt[3]{\frac{A}{d}} \text{ (tourillon et arbre en fer).}$$

$$\frac{D}{d} = 1{\cdot}1\sqrt[3]{\frac{A}{d}} \text{ (tourillon en fer et arbre en fonte).}$$

Si, au contraire, A et D sont donnés et si d est à trouver, on a :

$$\frac{d}{D} = 1{\cdot}171\sqrt{\frac{D}{A}} \text{ (tourillon et arbre en fer).}$$

$$\frac{d}{D} = 0{\cdot}867\sqrt{\frac{D}{A}} \text{ (tourillon en fer et arbre en fonte).}$$

Les résultats de ces formules sont contenus dans le tableau ci-dessous.

$\frac{A}{d}$	$\frac{D}{d}$		$\frac{A}{D}$	$\frac{d}{D}$	
	Arbre et tourillon en fer forgé.	Arbre en fonte, tourillon en fer forgé.		Arbre et tourillon en fer forgé.	Arbre en fonte, tourillon en fer forgé.
4	1·429	1·746	2	0·828	0·613
5	1·539	1·881	3	0·676	0·501
6	1·635	1·999	4	0·585	0·433
7	1·722	2·104	5	0·524	0·388
8	1·800	2·200	6	0·478	0·354
9	1·872	2·288	7	0·443	0·328
10	1·939	2·370	8	0·414	0·307
12	2·060	2·518	9	0·390	0·289
14	2·169	2·651	10	0·370	0·274
16	2·268	2·772	11	0·353	0·261
18	2·359	2·883	12	0·338	0·250
20	2·443	2·986	13	0·325	0·240

Digitized by Google

Les dimensions du bras, pour un levier à manivelle, peuvent être déterminées d'après les règles du numéro précédent. Les dimensions des bras d'une manivelle de force sont données par les nombres proportionnels des figures 5 et 6; la figure 5 est une manivelle en fonte, la figure 9 une manivelle en fer forgé.

97.

Essieux coudés. Pl. XVI, Fig. 1 et 2.

Les dimensions principales des essieux coudés peuvent être déterminées d'après les règles suivantes:

a) La force est transmise sur un seul côté par torsion. Fig. 1.

Si on désigne par:

P la pression en kilogrammes sur le bouton de la manivelle,
r le rayon de la manivelle,
d le diamètre du bouton,
d_1 le diamètre du tourillon support,
D le diamètre de l'arbre dans le palier,
l la distance du plan moyen de la manivelle au milieu du palier
} en centimètres.

On a:

$$D = 0{\cdot}29 \sqrt[3]{Pr} \qquad \frac{d}{D} = \sqrt[3]{\frac{l}{r}} \qquad d_1 = 0{\cdot}14 \sqrt{P}$$

Ces formules ont été établies en partant de la condition que le maximum de tension soit le même pour toutes les parties et égal à 210 kilogr. par centimètre carré; elles supposent, de plus, que l'arbre, dans le palier, n'est soumis qu'à une torsion et le bouton de la manivelle à une simple flexion; au point de vue de la répartition de la pression D sur les deux paliers, l'essieu coudé a été assimilé à une piéce droite, reposant librement sur des appuis à ses deux extrêmités.

Si, au contraire, on calcule la flexion de l'essieu comme celle d'une pièce droite, appuyée à l'une de ses extrémités et encastrée à l'autre, et si l'on tient compte de ce que le collet de l'arbre, le bouton de la manivelle et la moitié de l'arbre qu'ils comprennent entre eux sont soumis à la fois à la torsion et à la flexion, on arrive aux formules suivantes:

Digitized by Google

$$d_1 = 0{\cdot}107 \sqrt{P}, \qquad D_1 = 0{\cdot}247 \sqrt[3]{P\,l}$$

$$\frac{d}{D_1} = \sqrt[3]{\frac{3\,l + 5\sqrt{l^2 + r^2}}{8\,l}}; \qquad \frac{D}{D_1} = \sqrt[3]{1{\cdot}2\,\frac{3\,l + 5\sqrt{l^2 + 7\,r^2}}{8\,l}}$$

en désignant par D_1 la valeur jusqu'à laquelle doit s'élever le diamètre variable de l'autre moitié de l'arbre (exposée simplement à la flexion), depuis le tourillon support jusqu'au plan moyen de la manivelle et en admettant, de plus, que le maximum de tension, pour toutes les parties, reste fixé à 210 kilogr.

La moitié de l'arbre coudé, qui transmet le moment P r, doit présenter la forme d'un cylindre de diamètre D. On trouve, par exemple :

Pour $\frac{r}{l}$ =	0·4	0·6	0·8	1·0
$\frac{d}{D_1}$ =	1·016	1·033	1·055	1·080
$\frac{D}{D_1}$ =	1·155	1·229	1·302	1·370

b) L'essieu est symétrique, c'est-à-dire que la force doit être répartie également des deux côtés. Fig. 2.

Si on désigne par :

P la pression sur le bouton de la manivelle,
r le rayon de la manivelle,
d le diamètre du bouton,
D le diamètre de l'arbre dans un palier,
l la distance du plan moyen de la manivelle au milieu d'un palier,
on a :

$$D = 0{\cdot}29 \sqrt[3]{\frac{1}{2}\,P\,r} \qquad \frac{d}{D} = 1{\cdot}26 \sqrt[3]{\frac{l}{r}}$$

Ces formules reposent sur l'hypothèse que chacun des collets de l'arbre n'est soumis qu'à la torsion et le bouton de la manivelle à la flexion, l'essieu étant d'ailleurs assimilé à une pièce droite reposant sur deux appuis simples.

Si on considère, au contraire, l'essieu comme encastré à ses deux extrêmités et si l'on tient compte de ce que les collets sont soumis, non seulement à la torsion, mais encore à la flexion, on arrive aux formules suivantes :

Digitized by Google

$$d = 0{\cdot}230 \sqrt[3]{P\,l}; \qquad \frac{D}{d} = \sqrt[3]{\frac{3\,l + 5\sqrt{l^2 + 4\,r^2}}{8\,l}}.$$

Pour $\frac{r}{l} =$	0·4	0·6	0·8	1·0
On a: $\frac{D}{d} =$	1·055	1·105	1·158	1·210

98.

Traverses. Pl. XXI, Fig. 1.

Plan et élévation. Pour la construction d'une traverse, on donne toujours la demi-longueur A et le diamètre de la fusée d; les autres dimensions sont à déterminer. Soient b et h la largeur et la hauteur de la traverse au milieu; on a les formules:

$$\frac{h}{d} = 1{\cdot}33 \sqrt[3]{\frac{A}{d}}, \quad b = \frac{1}{3}\,h.$$

Pour $\frac{A}{d} =$	4	5	6	7	8	9	10	12	14
on a: $\frac{h}{d} =$	2·11	2·27	2·42	2·54	2·66	2·77	2·87	3·04	3·21

Les dimensions secondaires sont données par les nombres proportionnels inscrits sur la figure.

99.

Bielles en fer forgé. Pl. XXI, Fig. 2.

Les dimensions principales qu'il s'agit de déterminer sont: 1° la longueur l de la bielle; 2° le diamètre d du bouton de la manivelle; 3° le diamètre d_1 du milieu de la bielle. La longueur l est déterminée par des relations géométriques; en général, elle est 4, 5 ou 6 fois plus grande que le rayon de la manivelle. Le diamètre d doit être déterminé d'après la pression à laquelle le bouton doit résister. Si l'on connaît l et d, on trouve d_1 par la formule:

$$\frac{d_1}{d} = 0{\cdot}229 \sqrt{\frac{l}{d}}$$

Digitized by Google

Pour $\frac{l}{d}$ =	12	16	20	24	28	32	36	40
on a : $\frac{d_1}{d}$ =	0·79	0·92	1·02	1·12	1·21	1·30	1·37	1·45

En partant de la formule plus complète,

$$\frac{d_1}{d} = 0{\cdot}19 \sqrt[4]{\frac{l}{d}\left(\frac{l}{d} + 21\right)}$$

donnée par *Grashof*, dans son cours de résistance des matériaux, on trouve :

pour $\frac{l}{d}$ =	12	16	20	24	28	32	36	40
$\frac{d_1}{d}$ =	0·85	0·94	1·02	1·09	1·16	1·22	1·28	1·34

Les bielles à section rectangulaire présentent la même résistance que les bielles à section circulaire, lorsqu'on a :

$$\frac{b}{d_1} = \sqrt[4]{\frac{6\pi}{32}\left(\frac{b}{a}\right)}$$

a désignant la plus grande dimension de la section rectangulaire, au milieu de la pièce : cette formule donne :

pour $\frac{a}{b}$ =	1	1·25	1·50	2	2·5	3
$\frac{b}{d_1}$ =	0·88	0·83	0·79	0·74	0·70	0·67
$\frac{a}{d_1}$ =	0·88	1·04	1·19	1·48	1·75	2·01

100.

Têtes de bielles pour bielles en fer forgé. Pl. XXI et XXII.

Les planches XXI (fig. 3, 4, 5) et XXII (fig. 1 à 9) représentent les formes les plus usitées pour les bielles en fer avec leurs têtes. Les dimensions secondaires doivent être prises proportionnellement au diamètre des tourillons ou boutons. Les nombres proportionnels n'ont pas pu être rapportés sur les dessins par suite de la petitesse de l'échelle.

Digitized by Google

101.

Bielles en fonte. Pl. XXIII, Fig. 4, 5, 6.

Les dimensions principales d'une bielle de ce genre sont: 1° la longueur, 2° le diamètre du trou du bouton, 3° la section du milieu; on peut les déterminer par les relations suivantes:

La longueur l est égale à 5 ou 6 fois le diamètre de la manivelle.

Le diamètre d du trou inférieur est égal au diamètre du bouton de la manivelle.

Le diamètre des ouvertures dans la fourchette . . . $= 0{\cdot}7\ d$

La hauteur de la nervure au milieu . . . . . $h = \frac{l}{18}$

Epaisseur de cette nervure . $\begin{cases} \text{ordinairement} = \frac{h}{7} = \frac{l}{126} \\ \text{en général} \ . = 12 \ . \left(\frac{d}{l}\right) d \end{cases}$

Les autres dimensions accessoires et, en particulier, celles des têtes de la bielle, peuvent être établies proportionnellement au diamètre d du bouton.

102.

Balanciers. Pl. XXXIII, Fig. 1, 2, 3.

Une machine, qui possède un balancier, est le plus souvent munie d'une manivelle.

Soient:

A le rayon de la manivelle,

d le diamètre du bouton de cette manivelle;

les dimensions du balancier sont données par les relations suivantes:

Longueur totale du balancier . . . . . $= 6\ A$

Hauteur du balancier au milieu . . . . . $= A$

Hauteur du balancier aux extrémités . . . $= \frac{1}{3} A$

Epaisseur de la nervure principale, Fig. 3 . $b = \frac{9}{4} A \left(\frac{d_1}{A}\right)^2$

Largeur horizontale de la nervure du bord . $= 2\ b$

Epaisseur verticale . . . . . $= b$

Longueur de la douille du balancier . . . . $= 0{\cdot}6\ A$

Longueur de l'axe du balancier . . . . . $= 1{\cdot}4\ A$

Diamètre des tourillons de l'axe du balancier d_1 $= 1{\cdot}27\ d$

Digitized by Google

Diamètre des tourillons aux extrémités du balancier . $= 0{\cdot}7\ d$
Distance des centres des tourillons . . . . . $= 4{\cdot}2\ d$

103.

Crochets pour cordes en chanvre et pour chaînes.
Pl. XXI, Fig. 6, 7, 8.

Fig. 6: Crochet de corde avec traverse mobile pour moufle.
Fig. 7: Crochet simple pour chaînes.
Fig. 8: Crochet double pour chaînes.

Pour construire un crochet de ce genre, on doit commencer par déterminer sa forme théorique, qui est représentée par une courbe ponctuée (Fig. 6); il est facile ensuite de tracer la forme réelle à donner à ce crochet pour qu'il présente en tous ses points une résistance suffisante. La forme théorique est donnée par l'équation:

$$\sin \varphi = \frac{B\pi}{16\,Q}\,\frac{y^3}{2\,r + 1{\cdot}25\,y}$$

dans laquelle on a représenté par:
Q la charge en kilogrammes que doit porter le crochet,
r le rayon de la courbure intérieure,
y le diamètre du fer courbé qui forme le crochet, pour la section qui fait avec l'axe un angle φ,
B le coefficient de résistance relative de la matière.

Pour se servir de cette formule, on prend, pour le fer forgé, $B = 1400$ et on calcule les valeurs de φ ou de $\sin \varphi$, correspondant à une série de valeurs de y.

D'après *Grashof*, pour un crochet à section circulaire, on doit prendre, dans le cas d'un crochet simple de corde:

$$r = 0{\cdot}75\ d \text{ à } d, \quad D = 0{\cdot}12\sqrt{Q}$$

d désignant le diamètre de la corde en chanvre, capable de supporter la même charge que le crochet et D le plus grand diamètre du crochet.

Pour un crochet de chaînes en fer simple, on doit poser:

$$r = d \text{ à } 1{\cdot}5\ d, \quad D = 0{\cdot}11\sqrt{Q}$$

d désignant le diamètre du fer de la chaîne, capable de supporter la même charge que le crochet.

Pratiquement, on peut admettre, pour simplifier, que les crochets doivent être établis géométriquement semblables à ceux

Digitized by Google

des Fig. 6, 7 et 8. Les nombres proportionnels les plus essentiels sont alors les suivants:

Fig. 6: Si l'on prend pour unité le diamètre intérieur du filet supérieur, on a:

Diamètre d'un tourillon de la traverse	= 1·1
Hauteur de la traverse	= 2·0
Diamètre de la courbure intérieure r	= 1·7
Distance du centre de la courbure au milieu de la traverse	= 7·5
Le plus grand diamètre du fer du crochet	= 2·8

Fig. 7: Crochet simple à chaînes. Si l'on admet pour unité le diamètre du fer de l'anneau de la chaîne, on doit prendre:

Hauteur totale de l'anneau du crochet	= 7
Hauteur du centre de la courbure intérieure au dessous de l'anneau . . . . . , . . .	= 7·5
Diamètre de la courbure intérieure du crochet	= 3·1
Le plus grand diamètre du fer du crochet	= 3·5

Fig. 8: Crochet double à chaînes. Si l'on admet pour unité le diamètre du fer de l'anneau de la chaîne, il faut prendre:

Diamètre de la partie droite des crochets	$= \frac{5}{3}$
Diamètre de la courbure intérieure des crochets . . .	= 1·1
Distance des centres des courbures intérieures des crochets	= 4
Le plus grand diamètre du fer des crochets	= 2·5

104.

Tuyaux et leurs assemblages. Pl. XXIV.

Les formules suivantes sont destinées à déterminer l'épaisseur des tuyaux; δ est l'épaisseur de la paroi, d le diamètre intérieur du tuyau (en centimètres), et n la pression intérieure (exprimée en atmosphère), à laquelle les tuyaux doivent pouvoir résister avec une sécurité suffisante:

Tôle	$\delta = 0{\cdot}00125\,(n - 1)\,d + 0{\cdot}3$	centimètres.
Fonte	$\delta = 0{\cdot}00400\,(n - 1)\,d + 0{\cdot}5$	
Cuivre	$\delta = 0{\cdot}00200\,(n - 1)\,d + 0{\cdot}1$	
Plomb	$\delta = 0{\cdot}04000\,(n - 1)\,d + 0{\cdot}1$	
Zinc	$\delta = 0{\cdot}02500\,(n - 1)\,d + 0{\cdot}1$	
Bois	$\delta = 0{\cdot}03230\,(n - 1)\,d + 2{\cdot}7$	
Pierres naturelles .	$\delta = 0{\cdot}03690\,(n - 1)\,d + 3{\cdot}0$	
Pierres factices . .	$\delta = 0{\cdot}05380\,(n - 1)\,d + 4{\cdot}0$	

Digitized by Google

Des règles spéciales, dont il sera question plus loin, servent à déterminer l'épaisseur du métal des chaudières à vapeur.

Les dimensions des pièces d'assemblages, telles que les rebords, les boulons, les manchons, sont données par les formules suivantes:

Longueur d'un tuyau (en centimètres) . . . . $l = 200 + 5\,d$

Rebords. Fig. 9.

Longueur du rebord (en centimètres)	$1 + 1{\cdot}8\,\delta$
Epaisseur du rebord	$0{\cdot}33 + 1{\cdot}17\,\delta$
Nombre des boulons	$3 + \frac{d}{7}$
Diamètre d'un boulon	$0{\cdot}33 + 1{\cdot}17\,\delta$

Manchons. Fig. 10.

Longueur intérieure (en centimètres)	$d + 2\,\delta$
Diamètre intérieur	$d + 4{\cdot}4\,\delta$
Epaisseur du métal	$1{\cdot}2\,\delta$

Les assemblages les plus usités sont représentés sur la Pl. XXIV.

Fig. 3: Assemblage de deux tuyaux en cuivre au moyen d'un écrou en laiton.

Fig. 4: Assemblage de deux tuyaux en laiton au moyen d'un écrou en laiton.

Fig. 5: Assemblage d'un tuyau en cuivre et d'un cylindre en métal quelconque.

Fig. 7 et 8: Assemblage de tuyaux en fer forgé pour conduites de gaz et chauffage à l'eau chaude.

Fig. 9: Assemblage de tuyaux en fonte pour conduites d'eau.

Fig. 10: Tuyaux en fonte pour conduites d'eau ou de gaz; assemblage à manchons.

Fig. 11: Assemblage mobile de deux tuyaux en fonte, avec boîte-à-étoupes.

Fig. 12: Assemblage mobile de deux tuyaux en fonte, avec garniture en cuir.

Digitized by Google

105.

Couvercles et boîtes-à-étoupes pour cylindres à vapeur et cylindres de pompes. Pl. XXIV.

Fig. 2 et 6 : Boîtes-à-étoupes en laiton pour petits cylindres.
Fig. 1 : Couvercle avec boîtes-à-étoupes pour grands cylindres à vapeur et grands corps de pompes.

Pour les grands couvercles, on peut adopter les règles suivantes :

D diamètre (en centimètres) du cylindre,
δ épaisseur du cylindre.

Epaisseur du cylindre . . . . . $\delta = 1{\cdot}5 + \frac{D}{60}$

Nombre des boulons du couvercle. . . . $3 + \frac{D}{7}$

La figure 1 indique toutes les dimensions qui sont proportionnelles à l'épaisseur δ.

106.

Soupapes.

La Planche XXV représente les soupapes les plus usitées.
Fig. 7, 8, 9, 10. Soupapes coniques pour petites ou grandes pompes.
Fig. 12. Soupape double pour grandes pompes.
Fig. 11. Soupape double pour grandes machines à vapeur.

Si dans les figures 7, 8, 9, 10, on désigne par :

d le petit, d_1 le grand } diamètre d'une soupape conique,
h la hauteur du corps de la soupape,
on a, pour déterminer d_1 et h les relations :

$$d_1 = 1{\cdot}2\ d$$
$$h = 1{\cdot}2 \text{ centimètres.}$$

Fig. 5 et 6. Soupape à clapet en laiton.
Fig. 13. Soupape à clapet en cuir.
Fig. 14. Soupape à clapet en caoutchouc.

Digitized by Google

107.

Robinets en laiton ou en fonte. Pl. XXV.

Fig. 1 et 2. Coupe et élévation d'un robinet de communication de deux tuyaux situés en ligne droite.

Fig. 3 et 4. Coupe et élévation d'un robinet de communication de deux tuyaux placés à angle droit. Les dimensions principales sont indiquées sur les dessins.

108.

Tiroirs et clapets pour les conduites de gaz, d'air et d'eau. Pl. XXVI.

109.

Pistons pour machines à vapeur et pompes. Pl. XXVII.

Les pistons les plus usités sont représentés sur cette planche.

a) Piston pour machines à vapeur.

Fig. 1. Plan et coupe d'un piston à vapeur, avec deux anneaux étanches superposés, en fonte, fer ou métal composé. Les ressorts intérieurs peuvent être supprimés, de telle sorte que les anneaux ne soient appliqués, sur les parois du cylindre, qu'en vertu de leur élasticité propre.

Fig. 3. Plan et coupe d'un piston à vapeur, avec deux couches de segments superposés. Ce mode de construction n'est applicable que pour les cylindres verticaux de grandes dimensions. Si l'on désigne par D le diamètre du piston (en centimètres), on doit prendre, pour la hauteur du métal de chaque segment:

$$4\left(1 + \frac{D}{100}\right) \text{ en centimètres.}$$

Fig. 5. Plan et élévation d'un piston à vapeur, avec garniture en chanvre, usité pour les machines à vapeur à basse pression seulement. Hauteur de la garniture:

$$8\left(1 + \frac{D}{100}\right) \text{ en centimètres.}$$

Digitized by Google

b) **Pistons de pompes.**

Fig. 2. Piston plongeur pour petites pompes en laiton.
Fig. 7. Piston pour grandes pompes élévatoires.
Fig. 8. Piston pour pompes à eau ordinaires.
Fig. 9. Piston pour pompes foulantes à simple ou à double effet.
Fig. 10. Piston pour pompes foulantes, avec corps de pompe en bois.
Fig. 11. Piston pour grandes pompes élévatoires à eau chaude, avec garniture en chanvre.
Fig. 12. Piston pour petites pompes à eau chaude, avec garniture en chanvre.

La hauteur de la garniture ou la hauteur du piston, dans toutes ces dispositions, est égale à:

$$8\left(1 + \frac{D}{100}\right) \text{ en centimètres.}$$

c) **Piston pour machines soufflantes.**

Fig. 4. Garniture en cuir d'un piston de soufflerie.
Fig. 6. Garniture en chanvre d'un piston de soufflerie.

Digitized by Google

RÉSULTATS DES CALCULS

APPLICABLES A LA CONSTRUCTION DES BATIMENTS.

110.

Epaisseur des murs des maisons d'habitations et de fabriques.

Si on désigne par:

t la largeur d'un bâtiment à base rectangulaire, c'est-à-dire la plus petite des dimensions de cette base,

h_1, h_2, h_3 ... les hauteurs des étages (comptés de haut en bas),

e_1, e_2, e_3 ... les épaisseur des murs aux divers étages,

on doit prendre:

$$e_1 = \frac{t}{40} + \frac{h_1}{25}$$

$$e_2 = \frac{t}{40} + \frac{h_1 + h_2}{25}$$

$$e_3 = \frac{t}{40} + \frac{h_1 + h_2 + h_3}{25}$$

Si chaque étage a une hauteur de 4 mètres, les murs doivent avoir les dimensions indiquées dans la table ci-contre:

Désignation des étages (comptés de haut en bas).	Epaisseur du mur pour une largeur de bâtiment de:							
	6m	8m	10m	12m	14m	16m	18m	20m
Au 1er étage (supérieur)	0·31	0·36	0·41	0·46	0·51	0·56	0·61	0·66
„ 2e „	0·47	0·52	0·57	0·62	0·67	0·72	0·77	0·86
„ 3e „	0·63	0·68	0·73	0·78	0·83	0·88	0·93	0·98
„ 4e „	0·79	0·84	0·89	0·94	0·99	1·04	1·09	1·14
„ 5e „	0·95	1·00	1·05	1·10	1·15	1·20	1·25	1·30
„ 6e „	1·11	1·16	1·21	1·26	1·31	1·36	1·41	1·46

Digitized by Google

111.

Profils des murs de soutènement.

Si, pour un mur de soutènement, avec face intérieure verticale et face extérieure inclinée, on désigne par:
h la hauteur du mur,
b l'épaisseur supérieure,
B l'épaisseur inférieure,
α l'angle de la face extérieure avec la verticale,
on a, pour la détermination de b et B, les équations:

$$\frac{B}{h} = \sqrt{0{\cdot}285^2 + \frac{1}{3}\,\text{tang.}^2\,\alpha}$$

$$\frac{b}{h} = \frac{B}{b} - \text{tang.}\,\alpha$$

De ces équations on déduit:

pour tang. $\alpha =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{20}$	0
$\frac{B}{h} =$	0.308	0·301	0·294	0·291	0·289	0·286	0·285
$\frac{b}{h} =$	0·108	0·134	0·169	0·191	0·206	0·236	0·285

112.

Epaisseur des voûtes et des culées.

Dans le tableau ci-après les lettres r, g, w ont la signification suivante:
r est le rayon de courbure de l'intrados au sommet. Si l'intrados est un arc de cercle, r en est le rayon,
g l'épaisseur de la voûte au sommet,
w l'épaisseur de la culée. Les épaisseurs ont été calculées en supposant la hauteur de la culée indéfinie; les valeurs du tableau pour w donnent, par suite, dans tous les cas, une sécurité suffisante.

Digitized by Google

r	g	Voûtes en plein cintre extradossées parallèlement.		Voûtes en plein cintre avec reins remplis.		Voûtes en plein cintre extradossées horizontalement.	
		$\frac{w}{r}$	w	$\frac{w}{r}$	w	$\frac{w}{r}$	w
Mètres.	Mètres.		Mètres.		Mètres.		Mètres.
0·3	0·34	1·33	0·40	1·73	0·52	1·30	0·39
0·4	0·35	1·23	0·45	1·62	0·65	1·29	0·52
0·6	0·37	1·05	0·63	1·40	0·84	1·11	0·67
0·8	0·38	0·82	0·65	1·15	0·92	0·88	0·70
1·0	0·39	0·78	0·78	1·09	1·09	0·79	0·79
1·2	0·41	0·76	0·91	1·08	1·29	0·74	0·89
1·4	0·42	0·74	1·04	1·06	1·48	0·74	1·04
1·6	0·44	0·71	1·14	1·05	1·68	0·73	1·17
1·8	0·45	0·70	1·26	1·04	1·87	0·73	1·31
2·0	0·46	0·68	1·36	1·03	2·06	0·72	1·44
2·2	0·48	0·67	1·47	1·03	2·27	0·71	1·56
2·4	0·49	0·66	1·58	1·02	2·45	0.70	1·68
2·6	0·51	0·65	1·69	1·01	2·63	0·70	1·82
2·8	0·52	0·64	1·79	1·00	2·80	0·70	1·96
3·0	0·53	0·63	1·89	1·00	3·00	0·70	2·10
3·2	0·55	0·62	1·98	1·00	3·20	0·69	2·21
3·4	0·56	0·61	2·07	1·00	3·40	0·68	2·31
3·6	0·58	0·60	2·16	0·99	3·56	0·68	2·45
3·8	0·59	0·59	2·24	0·99	3·76	0·68	2·58
4·0	0·60	0·59	2·36	0·99	3·96	0·67	2·68
4·2	0·62	0·58	2·44	0·99	4·16	0·67	2·81
4·4	0·63	0·58	2·55	0·98	4·31	0·66	2·90
4·6	0·65	0·58	2·67	0·98	4·51	0·66	3·04
4·8	0·66	0·57	2·74	0·98	4·70	0·66	3·17
5·0	0·67	0·57	2·85	0·98	4·90	0·66	3·30
5·2	0·69	0·56	2·91	0·98	5·09	0·66	3·43
5·4	0·70	0·56	3·02	0·98	5·29	0·66	3·56
5·6	0·72	0·56	3·14	0·98	5·49	0·66	3·70
5·8	0·73	0·55	3·19	0·97	5·63	0·65	3·77
6·0	0·74	0·55	3·30	0·97	5·82	0·65	3·90
6·2	0·76	0·54	3·35	0·97	6·01	0·65	4·03
6·4	0·77	0·54	3·46	0·97	6·21	0·65	4·16
6·6	0·79	0·54	3·56	0·97	6·40	0·65	4·29
6·8	0·80	0·53	3·60	0·97	6·59	0·65	4·42
7·0	0·81	0·53	3·71	0·97	6·79	0·65	4·55

Digitized by Google

113.

Combles.

Les Planches XXVIII et XXIX représentent différentes formes de fermes ou de combles.

114.

Bâtiments de fabrique.

La Planche XXX représente une coupe transversale d'un bâtiment de fabrique, avec différentes formes de piliers et de colonnes.

La Planche XXXI représente divers détails de construction pour l'intérieur de ce bâtiment.

Digitized by Google

CHAPITRE IV.

FROTTEMENT ENTRE DES CORPS SOLIDES

ET

RAIDEUR DES CORDES.

115.

Lois du frottement.

On désigne, sous le nom de frottement de glissement, la résistance qui se manifeste, lorsque deux corps solides, pressés l'un contre l'autre, glissent l'un par rapport à l'autre.

A la suite de nombreuses expériences, on est arrivé aux règles empiriques suivantes:

1° Cette résistance est indépendante de l'étendue de la surface de contact des corps,

2° Elle est indépendante de la vitesse avec laquelle le mouvement s'effectue,

3° Elle est proportionnelle à la pression qui s'exerce entre les deux corps.

Si on désigne par:

P cette pression (en kilogrammes),

F la résistance du frottement (exprimée en kilogrammes),

le rapport $\frac{F}{P}$ est une quantité indépendante de l'étendue de la surface de contact et de la vitesse du mouvement, et qui ne dépend que de la nature des corps et de l'état des surfaces frottantes. Ce rapport est ce qu'on appelle le coefficient de frottement et si on le désigne par f, on a:

$$\frac{F}{P} = f;\ F = P f;\ P = \frac{F}{f}$$

Digitized by Google

Les valeurs de f, qui ont été déterminées, pour les divers matériaux, dans les différentes conditions qui peuvent influer sur le frottement, sont consignées dans les tableaux suivants.

116.

Tableau des coefficients de frottement de glissement, lorsque les corps ont été quelque temps en contact.

Désignation des surfaces frottantes.	Position des fibres.	Etat des surfaces.	Coefficient de frottement.
Chêne sur chêne	parallèles	sans enduit	0·62
	id.	frottées de savon sec	0·44
	perpendiculaires	sans enduit	0·54
	id	mouillées d'eau	0·71
Chêne sur orme	bois debout sur bois à plat	sans enduit	0·43
	parallèles	id.	0·38
Orme sur chêne	id.	id.	0·69
	id.	frottées de savon sec	0·41
	perpendiculaires	sans enduit	0·57
Frêne, sapin, hêtre, sorbier sur chêne	parallèles	id.	0·53
Cuir tanné sur chêne	cuir posé à plat	id.	0·61
	cuir de champ	id.	0·43
		mouillées d'eau	0·79
Courroie de cuir noir — sur surface plane en chêne	parallèles	sans enduit	0·74
Courroie de cuir noir — sur tambour en chêne	perpendiculaires	id.	0·47
Natte de chanvre sur chêne	parallèles	id.	0·50
	id.	mouillées d'eau	0·87
Corde de chanvre sur chêne	id.	sans enduit	0·80
Fer forgé sur chêne	id.	id.	0·62
	id.	mouillées d'eau	0·65
Fonte sur chêne	id.	id.	0·65
Laiton sur chêne	id.	sans enduit	0·62
Cuir de bœuf, pour garniture de piston, sur fonte	posé à plat ou de champ	mouillées d'eau	0·62
		avec huile, suif, etc.	0·12
Courroie sur poulie en fonte	à plat	sans enduit	0·28
		mouillées d'eau	0·38
Fonte sur fonte	.....	sans enduit	0·16
Fer sur fonte	.....	id.	0·19
Chêne, orme, hêtre, fer, fonte et bronze, glissant deux à deux l'un sur l'autre	.....	enduites de suif	0·10
		enduites d'huile ou de saindoux	0·15
Pierre calcaire oolithique sur calcaire oolithique	.....	sans enduit	0·74

Digitized by Google

Désignation des surfaces frottantes.	Position des fibres.	Etat des surfaces.	Coefficient de frottement.
Pierre calcaire dure dite muschelkalk sur calc. oolithique	. . . . .	sans enduit	0·75
Brique sur calcaire oolithique .	. . . . .	id.	0·67
Chêne sur calcaire oolithique .	bois debout	id.	0·63
Fer sur calcaire oolithique . .	. . . . .	id.	0·49
Pierre calcaire dure ou muschelkalk sur muschelkalk .	. . . . .	id.	0·70
Pierre calc. oolith sur muschelk.	. . . . .	id.	0·75
Brique "	. . . . .	id.	0·67
Fer "	. . . . .	id.	0·42
Chêne "	. . . . .	id.	0.64
Pierre calcaire oolithique sur calcaire oolithique	. . . . .	avec enduit de mortier de trois parties de sable fin et d'une partie de chaux hydraulique	0·74

117.

Tableau des coefficients de frottement de glissement pendant le mouvement.

Désignation des surfaces frottantes.	Position des fibres.	Etat des surfaces.	Coefficient de frottement.
Chêne sur chêne	parallèles	sans enduit	0·48
	id.	frottées de savon sec	0·16
	perpendiculaires	sans enduit	0·34
	id.	mouillées d'eau	0·25
	bois debout sur bois à plat	sans enduit	0·19
Orme sur chêne	parallèles	id.	0·43
	perpendiculaires	id.	0·45
	parallèles	id.	0·25
Frêne, sapin, hêtre, poirier sauvage et sorbier sur chêne .	id.	id.	0·36 à 0·40
Fer sur chêne	id.	id.	0·62
		mouillées d'eau	0·26
		frottées de savon sec	0·21
Fonte sur chêne	id.	sans enduit	0·49
		mouillées d'eau	0·22
		frottées de savon sec	0·19
Laiton sur chêne	id.	sans enduit	0·62
Fer sur orme	id.	id.	0·25
Fonte sur orme	id.	id.	0·20

Digitized by Google

Désignation des surfaces frottantes.	Position des fibres.	Etat des surfaces.	Coefficient de frottement.
Courroie sur chêne	parallèles	sans enduit	0·27
Cuir tanné sur chêne	à plat ou de champ	id.	0·30 à 0·35
		mouillées d'eau	0·29
Cuir tanné sur fonte ou bronze	id.	sans enduit	0·56
		mouillées d'eau	0 36
		onctueuses et mouillées d'eau	0·23
		enduites d'huile	0·15
Chanvre en brin ou en corde sur chêne	parallèles perpendiculaires	sans enduit	0·52
		mouillées d'eau	0·33
Chêne et orme sur fonte . .	parallèles	sans enduit	0·38
Poirier sauvage sur fonte . .	id.	id.	0·44
Fer sur fer	. . . . .	id.	(1)
Fer sur fonte et sur bronze .	. . . . .	id.	0·18
Fonte sur fonte et sur bronze .	. . . . .	id.	0·15
Bronze sur bronze	. . . . .	id.	0·20
Bronze sur fonte	. . . . .	id.	0·22
Bronze sur fer	. . . . .	id.	0·16
Chêne, orme, hêtre, poirier sauvage, fonte, fer, acier et bronze, glissant l'un sur l'autre ou sur eux-même . . .	. . . . .	graissées d'une manière ordinaire avec enduit de suif, saindoux, huile, etc.	(2) 0·07 à 0·08
		légèrement onctueuses au toucher	0·15
Pierre calcaire oolithique sur calcaire oolithique	. . . . .	sans enduit	0·64
Muschelkalk sur calcaire oolith.	. . . . .	id.	0·67
Brique " "	. . . . .	id.	0 65
Chêne " "	bois debout	id.	0·38
Fer forgé " "	parallèles	id.	0·38
Muschelkalk sur muschelkalk .	. . . . .	id.	0·69
Pierre calc. oolith. "	. . . . .	id.	0·65
Brique "	. . . . .	id.	0·60
Chêne "	bois debout	id.	0·38
Fer forgé "	parallèles	id.	0·24
		mouillées d'eau	0·30

(1) Les surfaces grippent.

(2) Si l'enduit est fréquemment renouvelé et s'il est uniformément réparti, le coefficient de frottement peut être abaissé jusqu'à 0·05.

Digitized by Google

118.

Tableau des coefficients de frottement des tourillons et des arbres, qui tournent dans des paliers.

Indication des surfaces frottantes.	Etat des surfaces.	Coefficient de frottement lorsque l'enduit est renouvelé d'une manière ordinaire.	Coefficient de frottement lorsque l'enduit est renouvelé d'une manière continue.
Tourillons en fonte sur coussinets ou paliers en fonte	enduites d'huile d'olive, de saindoux, de suif ou de cambouis mou	0·07 à 0·08	0·054
	avec les mêmes enduits et mouillées d'eau	0·08	—
	onctueuses	0·14	—
	onctueuses et mouillées d'eau .	0·14	—
Tourillons en fonte sur paliers en bronze .	enduites d'huile d'olive, de saindoux, de suif ou de cambouis mou	0·07 à 0·08	0·054
	onctueuses	0·16	—
	onctueuses et mouillées d'eau .	0·16	—
	très-peu onctueuses	0·19	— (1)
Tourillons en fonte sur paliers en bois de gaïac	sans enduit	0·18	—
	enduites d'huile ou de saindoux	—	0 090
	onctueuses d'huile ou de saindoux	0 10	—
	onctueuses d'un mélange de saindoux et de plombagine .	0·14	—
Tourillons en fer forgé sur paliers en fonte	enduites d'huile d'olive, de suif, de saindoux ou de cambouis mou	0·07 à 0·08	0·054
Tourillons en fer forgé sur paliers en bronze	enduites d'huile d'olive, de suif ou de saindoux	0·07 à 0·08	0·054
	enduites de cambouis ferme .	0·09	—
	onctueuses et mouillées d'eau .	0·19	—
	très-peu onctueuses	0·25	— (2)
Tourillons en fer sur paliers en bois de gaïac	enduites d'huile ou de saindoux	0·11	—
	onctueuses	0·19	—
Tourillons en bronze sur paliers en bronze	enduites d'huile	0·10	—
	enduites de saindoux	0·09	—
Tourillons en bronze sur paliers en fonte	enduites d'huile ou de suif . .	—	0·045 à 0·052
Tourillons en bois de gaïac sur paliers en fonte	enduites de saindoux	0·12	—
	onctueuses	0·15	—
Tourillons en bois de gaïac sur paliers en bois de gaïac . . .	enduites de saindoux	—	0·07

(1) Les surfaces commencent à gripper.
(2) — id. — — — id.

Digitized by Google

119.

Perte de travail due au frottement des tourillons horizontaux.

Si on désigne par:
d le diamètre du tourillon (en centimètres),
P la pression du tourillon contre le coussinet (en kilogrammes),
f le coefficient de frottement,
e la perte de travail, due au frottement du tourillon,
n le nombre de tours du tourillon par minute,
on a:

$$e = \frac{n\,d\,P\,f}{1910} \text{ kilogrammètres.}$$

120.

Perte de travail due au frottement des tourillons verticaux.

Soient:
P la pression qui agit dans une direction perpendiculaire à l'axe du tourillon,
P_1 la pression dans la direction de l'axe du tourillon,
n, d, f, e, comme au numéro précédent,
on a:

$$e = \frac{n\,d\,f}{1910}\left(P + \frac{2}{3}P_1\right) \text{ kilogrammètres.}$$

121.

Frottement d'un corps sur un plan incliné.

Si on désigne par:
Q le poids du corps,
α l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizon,
P la force (en kilogrammes), nécessaire pour faire monter ce corps le long du plan incliné,
p la force nécessaire pour empêcher le glissement du corps le long du plan incliné,
β l'angle que fait la direction des forces P et p avec le plan incliné,
f le coefficient de frottement,
on a:

Digitized by Google

$$P = Q \frac{\sin \alpha + f \cos \alpha}{\cos \beta + f \sin \beta}$$

$$p = Q \frac{\sin \alpha - f \cos \alpha}{\cos \beta - f \sin \beta}$$

122.

Frottement d'une vis.

L'emploi d'une vis avec écrou donne lieu à deux genres de frottements: 1° le frottement entre le filet et l'écrou; 2° le frottement de la partie qui se meut (filet ou écrou) contre une certaine surface, ordinairement annulaire.

Soient:

Q la force (en kilogrammes), avec laquelle la vis et l'écrou sont pressés l'un contre l'autre, dans la direction de leurs axes,

P, P_1 les forces qui doivent agir à la circonférence extérieure du pas de vis, pour vaincre les frottements et la résistance principale Q,

α l'angle d'inclinaison du filet de vis,

β la moitié de l'angle de l'arête du filet, pour une vis à filet triangulaire,

D le diamètre de la vis,

d_1, d_0 les diamètres extérieur et intérieur de la surface annulaire de contact entre la partie qui tourne et la surface résistante,

f, f_1 les coefficients correspondant aux frottements,

on a approximativement:

Pour les vis à filets rectangulaires:

$$P = Q \frac{\tang \alpha + f}{1 - f \tang \alpha}$$

Pour les vis à filets triangulaires:

$$P = Q \frac{\tang \alpha \cos \beta + f}{\cos \beta - f \tang \alpha}$$

$$P_1 = \frac{2}{3} \frac{Q}{D} \frac{d_1^3 - d_0^3}{d_1^2 - d_0^2} f_1.$$

Digitized by Google

123.

Frottement d'une vis sans fin.

La force P, qui doit agir à la circonférence d'une vis sans fin pour vaincre la résistance Q, appliquée à la circonférence de la roue, et le frottement entre le filet de vis et les dents de la roue, est approximativement:

Pour les vis à filets triangulaires: $P = Q \frac{\text{tang } \alpha + f}{1 - f \text{ tang } \alpha}$

Pour les vis à filets rectangulaires: $P = Q \frac{\text{tang } \alpha \cos \beta + f}{\cos \beta - f \text{ tang } \alpha}$

α et β ont la même signification que dans le numéro précédent.

124.

Frottement des roues dentées.

Si on désigne par:

Q la force qui agit à la circonférence des roues,
M, m les nombres de dents de la grande et de la petite roue,
R le rayon de la grande roue (en mètres),
n le nombre de tours de la roue R par minute,
α l'angle des axes, pour des roues coniques,
f le coefficient de frottement des dents,
F la force (en kilogrammes) qui doit agir, à la circonférence des roues, pour vaincre le frottement des dents,
e le travail (en kilogrammètres) nécessaire pour vaincre le frottement,

on a approximativement:

a) Pour les roues cylindriques, avec denture extérieure:

$$F = f Q \pi \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right)$$

$$e = 0{\cdot}1047 \text{ n R f Q } \pi \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right)$$

b) Pour les roues cylindriques, avec denture intérieure:

$$F = f Q \pi \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{M}\right)$$

$$e = 0{\cdot}1047 \text{ n R f Q } \pi \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{M}\right)$$

Digitized by Google

c) Pour les roues coniques, avec denture extérieure:

$$F = f\,Q\,\pi \sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{M^2} + \frac{2}{M\,m} \cos \alpha}$$

$$e = 0{\cdot}1047\ n\ R\ f\ Q\ \pi \sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{M^2} + \frac{2}{M\,m} \cos \alpha}$$

125.

Frottement d'une corde sur un tambour.

Soient:

s la longueur de l'arc d'enroulement de la corde sur le tambour,
r le rayon du tambour,
f le coefficient de frottement,
e = 2·718 la base des logarithmes naturels,
Q la résistance qui agit à une des extrémités de la corde,
P la force qui doit agir à l'autre extrémité de la corde, pour vaincre la résistance Q, ainsi que le frottement à la surface du tambour.

On a:

$$P = Q\,e^{f\frac{s}{r}}$$

126.

Frottement d'un arbre de transmission horizontal.

Soient:

E le travail (en kilogrammètres) que l'arbre doit transmettre,
e le travail (en kilogrammètres) nécessaire pour vaincre le frottement qui résulte du poids de l'arbre,
L la longueur de l'arbre (en mètres),
f le coefficient du frottement entre l'arbre et les coussinets.

Si le diamètre de l'arbre est calculé d'après la règle du N°. 69, on a:

$$\frac{e}{E} = \frac{1}{60}\,L\,f$$

Au point de vue de la perte de travail, correspondant au poids, un arbre fort et tournant lentement est équivalent à un arbre faible tournant avec rapidité.

Digitized by Google

127.

Perte de travail d'une transmission avec poulies et courroies.

Soient:

d, d_1 les diamètres des deux arbres,

D, D_1 les diamètres des poulies,

E le travail (en kilogrammètres), transmis d'un arbre à l'autre, au moyen de poulies et de courroies,

f le coefficient de frottement des arbres dans les coussinets,

e le travail (en kilogrammètres) nécessaire pour vaincre le frottement, qui résulte de la pression que les arbres exercent sur les paliers, par suite de la tension des courroies;

si la force totale, contenue dans l'arbre moteur, est transmise à l'arbre conduit et si la tension de la courroie est suffisante pour empêcher le glissement de la courroie, on a:

$$\frac{e}{E} = 3f\left(\frac{d}{D} + \frac{d_1}{D_1}\right)$$

128.

Raideur des cordes.

Le calcul exact de la résistance due à la raideur des cordes est très compliqué; dans la pratique, on peut adopter approximativement, pour cette résistance, l'expression suivante:

$$0{\cdot}26\ Q\ \frac{\delta^2}{D} \text{ kilogrammes}$$

en désignant par:

Q la tension du brin de corde qui s'enroule,

δ le diamètre de la corde (en centimètres),

D le diamètre de la poulie (en centimètres).

La valeur de la force qu'il faut appliquer au brin qui se déroule, pour vaincre la résistance Q et la raideur de la corde, est donné par l'expression:

$$Q\left(1 + 0{\cdot}26\ \frac{\delta^2}{D}\right) \text{ kilogrammes.}$$

D'une maniére générale, si on représente cette force par $Q\ (1 + x)$, on a, d'après les expériences de *Coulomb*,

$$x = 0{\cdot}26\ \frac{\delta^2}{D}$$

Digitized by Google

pour les cordes en chanvre. Des expériences de *Weisbach* on déduit :

$$\text{pour les cordes en chanvre : } x = \left(\frac{0{\cdot}075}{D} + \frac{0{\cdot}054}{Q}\right)\delta^2$$

$$\text{pour les câbles en fils de fer : } x = \left(\frac{0{\cdot}109}{D} + \frac{0{\cdot}203}{Q}\right)\delta^2$$

Dans le cas d'un câble s'enroulant sur un tambour, on peut prendre pour l'effort à appliquer à la circonférence de ce tambour,

$$\text{câble en chanvre : } Q\,(1 + 0{\cdot}75\,x)$$
$$\text{câble en fils de fer : } Q\,(1 + 1{\cdot}5\,x)$$

Dans le cas d'une chaine qui glisse sur une poulie ou qui s'enroule sur un tambour, la raideur se trouve remplacée par le frottement entre les anneaux ou entre les anneaux et les tourillons qui les relient. Si on désigne alors par δ le diamètre du fer des anneaux ou des tourillons, par f le coefficient de frottement, la force qu'il convient d'appliquer au brin de chaine qui se déroule, dans le cas d'une poulie, est représentée par l'expression :

$$Q\left(1 + 2\,f\,\frac{\delta}{D}\right)$$

Dans le cas d'une chaine s'enroulant simplement sur un tambour, la force à appliquer se réduit à $Q\left(1 + f\,\frac{\delta}{D}\right)$.

129.

Expression approximative de $\sqrt{x^2 + y^2}$.

Le calcul des résistances, qui se produisent dans des machines composées, est souvent très-compliqué, parce qu'on est conduit à des expressions de la forme $\sqrt{x^2 + y^2}$; il est avantageux, dans de pareils calculs, de pouvoir remplacer le radical par une expression de la forme : $\alpha\,x + \beta\,y$. Lorsque les limites des valeurs du rapport $\frac{x}{y}$ sont connues, on peut trouver les valeurs des coefficients α et β par la méthode des moindres carrés.

Si on désigne par tang φ_1 et tang φ_0 le maximum et le minimum des valeurs de $\frac{x}{y}$, les valeurs de α et β, pour les-

Digitized by Google

quelles la différence $\sqrt{x^2 + y^2} - (\alpha x + \beta y)$, entre l'expression vraie et l'expression approximative, devient un minimum, sont données par les relations:

$$\alpha = 2 \frac{\cos \varphi_0 - \cos \varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin (\varphi_1 - \varphi_0)}$$

$$\beta = 2 \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin (\varphi_1 - \varphi_0)}$$

Par conséquent, dans le cas où on sait que:

$$\frac{x}{y} > \operatorname{tang} \varphi_0, \quad \frac{x}{y} < \operatorname{tang} \varphi_1$$

on peut poser:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 2 \frac{\cos \varphi_0 - \cos \varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin (\varphi_1 - \varphi_0)} x + 2 \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin (\varphi_1 - \varphi_0)} y$$

Ordinairement, pour les valeurs de x et y, on sait simplement quelle est la plus grande des deux. Si on suppose, par exemple:

$$y > x$$

on a:

$$\operatorname{tang} \varphi_0 = 0 \qquad \operatorname{tang} \varphi_1 = 1$$

$$\varphi_0 = 0 \qquad \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$$

et on trouve alors:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 0{\cdot}393\, x + 0{\cdot}947\, y.$$

Ces formules n'ont d'utilité, pour la simplification des calculs, que dans le cas où x et y sont des expressions qui contiennent les quantités à déterminer ou sont elles-mêmes ces quantités.

Si on désigne par f l'erreur relative,

$$f = \pm \frac{\sqrt{x^2 + y^2} - (\alpha x + \beta y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

on a, dans le cas où α et β sont calculés au moyen des formules précédentes:

$$\max. f = \frac{\varphi_1 - \varphi_0 - \sin (\varphi_1 - \varphi_0)}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin (\varphi_1 - \varphi_0)}$$

Digitized by Google

ce qui, pour $0 < \frac{x}{y} < 1$, par exemple, donne: max. $f = 0{\cdot}0525$.

En calculant les coefficients α et β par une autre méthode, on a:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{\sin \frac{\varphi_1 + \varphi_0}{2}}{\cos^2 \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{4}} x + \frac{\cos \frac{\varphi_1 + \varphi_0}{2}}{\cos^2 \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{4}} y$$

ce qui donne, pour l'erreur relative: $f < \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{4}$.

On a alors:

pour $0 < \frac{x}{y} < 1$:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 0{\cdot}398\, x + 0{\cdot}960\, y;\ f < 0{\cdot}0396,$$

pour $0 < \frac{x}{y} < \frac{1}{2}$:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 0{\cdot}233\, x + 0{\cdot}986\, y;\ f < 0{\cdot}0136,$$

pour $\frac{1}{2} < \frac{x}{y} < 1$:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 0{\cdot}588\, x + 0{\cdot}817\, y;\ f < 0{\cdot}0065.$$

130.

Moufles.

Soient:

δ le diamètre de la corde (en centimètres),
d le diamètre de l'axe sur lequel tournent les poulies,
D le diamètre des poulies (en centimètres),
f le coefficient de frottement des poulies sur l'axe,
n le nombre des poulies d'un moufle,
Q le poids, suspendu au moufle, qui doit être soulevé,
P la force (en kilogrammes), qui doit agir à l'extrémité libre de la corde pour soulever le poids,
T la tension (en kilogrammes) du brin intérieur, attaché au moufle immobile.

On a:

Digitized by Google

$$\frac{Q}{P} = \frac{K^{2n} - 1}{K^{2n}(K - 1)}$$

$$T = \frac{P}{K^{2n}}$$

$$K = 1 + 0{\cdot}26\,\frac{\delta^2}{D} + 2\,f\,\frac{d}{D}$$

Pour un moufle avec chaine en fer, en désignant par δ le diamètre du fer des anneaux et f_1 le coefficient de frottement. on a :

$$K = 1 + 2\,\frac{f\,d + f_1\,\delta}{D}$$

relation qui, pour $D = 21\,\delta$, $d = 4\,\delta$, $f = 0{\cdot}16$, $f_1 = 0{\cdot}2$. donne

$$K = 1{\cdot}08.$$

Si on fait $\delta = 3$, $d = 5$, $D = 27$, $f = 0{\cdot}16$, on a, pour un moufle à cordes, $K = 1{\cdot}15$ et, par suite :

pour n =	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{Q}{2\,n\,P}$ =	0·75	0·63	0·56	0·50	0·45	0·40	0·37
$\frac{T}{P}$ =	0·57	0·43	0·33	0·25	0·18	0·14	0·10

Les proportions principales pour les moufles sont les suivantes :

a) Moufles à cordes.

Nombre des poulies d'un moufle . n =	2	3	4
Diamètre de la corde (en centimètres) .	δ	δ	δ
Diamètre des poulies	$7\,\delta$	$7\,\delta$	$7\,\delta$
P la force de traction à l'extrémité libre de la corde	$80\,\delta^2$	$80\,\delta^2$	$80\,\delta^2$
Q la charge qui peut être suspendue au moufle avec sécurité	$266\,\delta^2$	$370\,\delta^2$	$461\,\delta^2$
Diamètre des tourillons de la traverse du grand crochet et diamètre de l'axe sur lequel tournent les poulies	$0{\cdot}9\,\delta$	$1{\cdot}1\,\delta$	$1{\cdot}2\,\delta$

b) Moufles à chaînes.

Nombre des poulies d'un moufle . n =	2	3	4
Diamètre du fer d'un chaînon	δ	δ	δ

Digitized by Google

Diamètre des poulies	21 δ	21 δ	21 δ
Force de traction à l'extrémité libre de la chaîne	950 δ^2	950 δ^2	950 δ^2
Charge qui peut être soulevée avec sécurité	3154 δ^2	4389 δ^2	5472 δ^2
Diamètre des tourillons de la traverse du grand crochet et diamètre de l'axe sur lequel tournent les poulies	3·5 δ	4 δ	4·3 δ

Pour un moufle différentiel, composé d'une poulie libre à laquelle est suspendue la charge et de deux poulies invariablement reliées, tournant autour du même axe et de diamètres D et D_1, légèrement différents ($D > D_1$), on a

$$\frac{Q}{P} = \frac{K+1}{K^2 - \frac{D_1}{D}}$$

et, pour le rendement:

$$\eta = \frac{1 - \frac{D_1}{D}}{2} \cdot \frac{K+1}{K^2 - \frac{D_1}{D}}$$

Si le moufle doit jouir de la propriété de rester immobile de lui même, c-à-d. si la charge Q doit rester suspendue, même pour $P = 0$, on doit avoir:

$\frac{D}{D_1} < K^2$; par exemple, pour $K = 1{\cdot}08$, on doit avoir $\frac{D}{D_1} < 1{\cdot}1664$.

Avec $K = 1{\cdot}08$, on a: pour

$\frac{D_1}{D} =$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{9}{10}$
$\frac{Q}{P} =$	7·1	7·5	7·8
$\eta =$	0·44	0·42	0·39.

Digitized by Google

CHAPITRE V.

RÉSULTATS DES CALCULS

RELATIFS A L'HYDRAULIQUE.

Pl. XXXII.

(Toutes les dimensions sont exprimées en mètres.)

ÉCOULEMENT DE L'EAU.

131.

Vitesse avec laquelle l'eau s'écoule d'un orifice en mince paroi.

Il s'agit de distinguer ici plusieurs cas:

a) L'orifice débouche à l'air libre et se trouve pratiqué dans une paroi latérale (Fig. 4). Dans ce cas, $\sqrt{2gh}$ est la vitesse avec laquelle une molécule d'eau sort de l'orifice en un point, dont la hauteur au-dessous du niveau de l'eau est h; $\sqrt{2gH}$ est la vitesse moyenne de l'écoulement, H étant la hauteur du centre de gravité de l'orifice au-dessous du niveau d'eau. La première règle est exacte, la seconde n'est qu'approximative; mais l'approximation est d'autant plus grande que les dimensions de l'orifice sont plus petites relativement à H.

On obtient une valeur très rapprochée, en prenant, pour la vitesse moyenne, $\left(1 - \frac{1}{8}\frac{a^2}{H^2}\right)\sqrt{2gH}$, où $a^2 = \frac{J}{A}$, A représentant la surface de l'orifice d'écoulement et J le moment

Digitized by Google

d'inertie de cette surface, par rapport à une horizontale menée par son centre de gravité.

b) L'orifice se trouve au fond du réservoir et débouche à l'air libre (Fig. 5). La vitesse, avec laquelle l'eau sort en un point quelconque de l'orifice, de même que la vitesse moyenne d'écoulement, sont approximativement égales à $\sqrt{2gh}$.

c) L'orifice est noyé (Fig. 6). Si l'on désigne par h la différence de hauteur des deux niveaux d'eau supérieur et inférieur, la vitesse d'écoulement en un point quelconque de l'orifice et la vitesse moyenne sont exprimées par $\sqrt{2gh}$.

Toutes ces règles sont plus ou moins approchées; elles sont d'autant plus exactes que les résistances au mouvement sont plus faibles et que les orifices ont des dimensions plus petites comparativement à la surface de l'eau dans le réservoir. Les résistances sont d'autant plus faibles que la paroi dans laquelle est pratiqué l'orifice est plus mince; pour une paroi épaisse, on obtient à peu près le même résultat, en amincissant en biseau les bords de l'orifice.

132.

Table des vitesses d'écoulement et des hauteurs correspondantes.

g = 9·8088.

Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse.	Hauteur correspondante.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
0·01	0·00001	0·18	0·00166	0·35	0·00624	0·52	0·0138
0·02	0·00002	0·19	0·00185	0·36	0·00660	0·53	0·0143
0·03	0·00005	0·20	0·00204	0·37	0·00697	0·54	0·0148
0·04	0·00009	0·21	0·00225	0·38	0·00735	0·55	0·0154
0·05	0·00013	0·22	0·00247	0·39	0·00775	0·56	0·0160
0·06	0·00019	0·23	0·00270	0·40	0·00816	0·57	0·0165
0·07	0·00026	0·24	0·00294	0·41	0·00860	0·58	0·0171
0·08	0·00034	0·25	0·00319	0·42	0·00900	0·59	0·0177
0·09	0·00043	0·26	0·00345	0·43	0·00940	0·60	0·0184
0·10	0·00051	0·27	0·00372	0·44	0·00980	0·61	0·0190
0·11	0·00062	0·28	0·00400	0·45	0·01030	0·62	0·0196
0·12	0·00074	0·29	0·00429	0·46	0·01080	0·63	0·0202
0·13	0·00087	0·30	0·00459	0·47	0·01120	0·64	0·0209
0·14	0·00101	0·31	0·00490	0·48	0·01170	0·65	0·0215
0·15	0·00115	0·32	0·00522	0·49	0·01220	0·66	0·0222
0·16	0·00131	0·33	0·00555	0·50	0·01270	0·67	0·0229
0·17	0·00148	0·34	0·00589	0·51	0·0132	0·68	0·0236

Digitized by Google

Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
0·69	0·0243	1·12	0·0639	1·55	0·1225	1·98	0·1998
0·70	0·0250	1·13	0·0651	1·56	0·1241	1·99	0·2108
0·71	0·0257	1·14	0·0662	1·57	0·1257	2·00	0·2039
0·72	0·0264	1·15	0·0674	1·58	0·1273	2·01	0·2059
0·73	0·0272	1·16	0·0686	1·59	0·1289	2·02	0·2080
0·74	0·0279	1·17	0·0698	1·60	0·1305	2·03	0·2100
0·75	0·0287	1·18	0·0710	1·61	0·1321	2·04	0·2121
0·76	0·0295	1·19	0·0722	1·62	0·1337	2·05	0·2142
0·77	0·0302	1·20	0·0734	1·63	0·1354	2·06	0·2163
0·78	0·0310	1·21	0·0746	1·64	0·1371	2·07	0·2184
0·79	0·0318	1·22	0·0758	1·65	0·1388	2·08	0·2205
0·80	0·0326	1·23	0·0771	1·66	0·1405	2·09	0·2226
0·81	0·0334	1·24	0·0783	1·67	0·1422	2·10	0·2248
0·82	0·0343	1·25	0·0797	1·68	0·1440	2·11	0·2269
0·83	0·0351	1·26	0·0809	1·69	0·1456	2·12	0·2291
0·84	0·0360	1·27	0·0822	1·70	0·1473	2·13	0·2313
0·85	0·0368	1·28	0·0835	1·71	0·1490	2·14	0·2334
0·86	0·0377	1·29	0·0848	1·72	0·1508	2·15	0·2356
0·87	0·0386	1·30	0·0861	1·73	0·1525	2·16	0·2378
0·88	0·0395	1·31	0·0875	1·74	0·1543	2·17	0·2400
0·89	0·0404	1·32	0·0888	1·75	0·1561	2·18	0·2422
0·90	0·0413	1·33	0·0901	1·76	0·1579	2·19	0·2444
0·91	0·0422	1·34	0·0915	1·77	0·1597	2·20	0·2467
0·92	0·0431	1·35	0·0929	1·78	0·1615	2·21	0·2490
0·93	0·0441	1·36	0·0943	1·79	0·1633	2·22	0·2512
0·94	0·0450	1·37	0·0957	1·80	0·1651	2·23	0·2535
0·95	0·0460	1·38	0·0970	1·81	0·1670	2·24	0·2557
0·96	0·0470	1·39	0·0984	1·82	0·1688	2·25	0·2580
0·97	0·0480	1·40	0·0999	1·83	0·1707	2·26	0·2603
0·98	0·0490	1·41	0·1013	1·84	0·1726	2·27	0·2626
0·99	0·0500	1·42	0·1028	1·85	0·1745	2·28	0·2649
1·00	0·0510	1·43	0·1042	1·86	0·1763	2·29	0·2673
1·01	0·0520	1·44	0·1057	1·87	0·1782	2·30	0·2696
1·02	0·0530	1·45	0·1072	1·88	0·1801	2·31	0·2720
1·03	0·0541	1·46	0·1086	1·89	0·1820	2·32	0·2743
1·04	0·0551	1·47	0·1101	1·90	0·1840	2·33	0·2767
1·05	0·0562	1·48	0·1116	1·91	0·1859	2·34	0·2791
1·06	0·0573	1·49	0·1131	1·92	0·1878	2·35	0·2815
1·07	0·0584	1·50	0·1147	1·93	0·1898	2·36	0·2839
1·08	0·0595	1·51	0·1162	1·94	0·1918	2·37	0·2863
1·09	0·0606	1·52	0·1177	1·95	0·1938	2·38	0·2887
1·10	0·0617	1·53	0·1193	1·96	0·1958	2·39	0·2911
1·11	0·0628	1·54	0·1209	1·97	0·1978	2·40	0·2936

Digitized by Google

Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètre	Mètres.	Mètres.
2·41	0·2960	2·84	0·4111	3·27	0·5450	3·70	0·6978
2·42	0·2985	2·85	0·4140	3·28	0·5484	3·71	0·7016
2·43	0·3010	2·86	0·4169	3·29	0·5517	3·72	0·7054
2·44	0·3034	2·87	0·4198	3·30	0·5551	3·73	0·7092
2·45	0·3060	2·88	0·4228	3·31	0·5585	3·74	0·7130
2·46	0·3085	2·89	0·4257	3·32	0·5618	3·75	0·7168
2·47	0·3110	2·90	0·4287	3·33	0·5652	3·76	0·7206
2·48	0·3135	2·91	0·4316	3·34	0·5686	3·77	0·7245
2·49	0·3160	2·92	0·4346	3·35	0·5721	3·78	0·7283
2·50	0·3186	2·93	0·4376	3·36	0·5755	3·79	0·7322
2·51	0·3211	2·94	0·4406	3·37	0·5789	3·80	0·7361
2·52	0·3237	2·95	0·4436	3·38	0·5823	3·81	0·7400
2·53	0·3263	2·96	0·4466	3·39	0·5858	3·82	0·7438
2·54	0·3289	2·97	0·4497	3·40	0·5983	3·83	0·7478
2·55	0·3315	2·98	0·4526	3·41	0·5927	3·84	0·7517
2·56	0·3341	2·99	0·4557	3·42	0·5962	3·85	0·7556
2·57	0·3367	3·00	0·4588	3·43	0·5997	3·86	0·7595
2·58	0·3393	3·01	0·4618	3·44	0·6032	3·87	0·7634
2·59	0·3419	3·02	0·4649	3·45	0·6067	3·88	0·7674
2·60	0·3446	3·03	0·4680	3·46	0·6102	3·89	0·7713
2·61	0·3472	3·04	0·4711	3·47	0·6138	3·90	0·7753
2·62	0·3499	3·05	0·4742	3·48	0·6173	3·91	0·7793
2·63	0·3526	3·06	0·4773	3·49	0·6209	3·92	7·7833
2·64	0·3553	3·07	0·4804	3·50	0·6244	3·93	0·7873
2·65	0·3580	3·08	0·4835	3·51	0·6280	3·94	0·7913
2·66	0·3607	3·09	0·4866	3·52	0·6316	3·95	0·7953
2·67	0·3634	3·10	0·4899	3·53	0·6352	3·96	0·7993
2·68	0·3661	3·11	0·4930	3·54	0·6388	3·97	0·8034
2·69	0·3688	3·12	0·4962	3·55	0·6424	3·98	0·8074
2·70	0·3716	3·13	0·4994	3·56	0·6460	3·99	0·8115
2·71	0·3744	3·14	0·5026	3·57	0·6497	4·00	0·8156
2·72	0·3771	3·15	0·5058	3·58	0·6533	4·01	0·8197
2·73	0·3799	3·16	0·5090	3·59	0·6569	4·02	0·8238
2·74	0·3827	3·17	0·5122	3·60	0·6606	4·03	0·8279
2·75	0·3855	3·18	0·5155	3·61	0·6643	4·04	0·8320
2·76	0·3883	3·19	0·5187	3·62	0·6680	4·05	0·8361
2·77	0·3911	3·20	0·5220	3·63	0·6717	4·06	0·8402
2·78	0·3939	3·21	0·5252	3·64	0·6754	4·07	0·8444
2·79	0·3967	3·22	0·5285	3·65	0·6791	4·08	0·8485
2·80	0·3996	3·23	0·5318	3·66	0·6828	4·09	0·8527
2·81	0·4025	3·24	0·5351	3·67	0·6866	4·10	0·8569
2·82	0·4054	3·25	0.5384	3·68	0·6903	4·11	0·8611
2·83	0·4082	3·26	0·5417	3·69	0·6940	4·12	0·8653

Digitized by Google

Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
4·13	0·8695	4·56	1·0599	4·99	1·2698	5·42	1·4975
4·14	0·8737	4·57	1·0646	5·00	1·2744	5·43	1·5030
4·15	0.8779	4·58	1·0692	5·01	1·2795	5·44	1·5085
4·16	0·8821	4·59	1·0739	5·02	1·2846	5·45	1·5141
4·17	0·8864	4·60	1·0786	5·03	1·2897	5·46	1·5196
4·18	0·8906	4·61	1·0833	5·04	1·2948	5·47	1·5252
4·19	0·8949	4·62	1·0880	5·05	1·3000	5·48	1·5308
4·20	0·8992	4·63	1·0927	5·06	1·3051	5·49	1·5364
4·21	0·9035	4·64	1·0974	5·07	1·3103	5·50	1.5420
4·22	0·9078	4·65	1·1022	5·08	1·3155	5·51	1·5476
4·23	0·9121	4·66	1·1069	5·09	1·3206	5·52	1·5532
4·24	0·9164	4·67	1·1117	5·10	1·3258	5·53	1·5588
4·25	0·9207	4·68	1·1164	5·11	1·3311	5·54	1·5645
4·26	0·9251	4·69	1·1212	5·12	1·3363	5·55	1·5701
4·27	0·9294	4·70	1·1260	5·13	1·3315	5·56	1·5758
4·28	0·9337	4·71	1·1308	5·14	1·3467	5·57	1·5815
4·29	0·9381	4·72	1·1356	5·15	1·3520	5·58	1·5872
4·30	0·9425	4·73	1·1404	5·16	1·3572	5·59	1·5929
4·31	0·9469	4·74	1·1452	5·17	1·3625	5·60	1·5986
4·32	0·9513	4·75	1·1501	5·18	1·3678	5·61	1·6043
4·33	0·9557	4·76	1·1549	5·19	1·3730	5·62	1·6100
4·34	0·9601	4·77	1·1598	5·20	1·3784	5·63	1·6157
4·35	0·9646	4·78	1·1647	5·21	1·3837	5·64	1·6215
4·36	0·9690	4·79	1·1695	5·22	1·3890	5·65	1·6272
4·37	0·9734	4·80	1·1744	5·23	1·3943	5·66	1·6330
4·38	0·9779	4·81	1·1793	5·24	1·3996	5·67	1·6388
4·39	0·9823	4·82	1·1842	5·25	1·4050	5·68	1·6446
4·40	0·9869	4·83	1·1891	5·26	1·4103	5·69	1·6503
4·41	0·9913	4·84	1·1941	5·27	1·4157	5·70	1·6562
4·42	0·9958	4·85	1·1990	5·28	1·4211	5·71	1·6620
4·43	1·0003	4·86	1·2040	5·29	1·4265	5·72	1·6678
4·44	1·0048	4·87	1·2090	5·30	1·4319	5·73	1·6736
4·45	1·0094	4·88	1·2139	5·31	1·4373	5·74	1·6795
4·46	1·0140	4·89	1·2189	5·32	1·4427	5·75	1·6854
4·47	1·0185	4·90	1·2239	5·33	1·4481	5·76	1·6912
4·48	1·0231	4·91	1·2289	5·34	1·4535	5·77	1·6971
4·49	1·0276	4·92	1·2339	5·35	1·4590	5·78	1·7030
4·50	1·0321	4·93	1·2389	5·36	1·4645	5·79	1·7089
4·51	1·0368	4·94	1·2440	5·37	1·4699	5·80	1·7148
4·52	1·0414	4·95	1·2490	5·38	1·4754	5·81	1·7207
4·53	1·0460	4·96	1·2541	5·39	1·4809	5·82	1·7266
4·54	1·0507	4·97	1·2591	5·40	1·4864	5·83	1·7326
4·55	1·0553	4·98	1·2642	5·41	1·4919	5·84	1·7385

Digitized by Google

Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
5·85	1·7445	6·28	2·0103	6·71	2·2951	7·14	2·5987
5·86	1·7505	6·29	2·0167	6·72	2·3019	7·15	2·6060
5·87	1·7564	6·30	2·0232	6·73	2·3088	7·16	2·6132
5·88	1·7624	6·31	2·0296	6·74	2·3156	7·17	2·6205
5·89	1·7684	6·32	2·0361	6·75	2·3225	7·18	2·6279
5·90	1·7744	6·33	2·0425	6·76	2·3294	7·19	2·6352
5·91	1·7805	6·34	2·0490	6·77	2·3363	7·20	2·6425
5·92	1·7865	6·35	2·0554	6·78	2·3432	7·21	2·6499
5·93	1·7925	6·36	2·0619	6·79	2·3501	7·22	2·6572
5·94	1·7986	6·37	2·0684	6·80	2·3571	7·23	2·6646
5·95	1·8046	6·38	2·0749	6·81	2·3640	7·24	2·6720
5·96	1·8107	6·39	2·0814	6·82	2·3709	7·25	2·6794
5·97	1·8168	6·40	2·0879	6·83	2·3779	7·26	2·6868
5·98	1·8229	6·41	2·0945	6·84	2·3849	7·27	2·6942
5·99	1·8290	6·42	2·1010	6·85	2·3919	7·28	2·7116
6·00	1·8351	6·43	2·1075	6·86	2·3989	7·29	2·7090
6·01	1·8412	6·44	2·1141	6·87	2·4059	7·30	2·7164
6·02	1·8473	6·45	2·1207	6·88	2·4129	7·31	2·7239
6·03	1·8535	6·46	2·1273	6·89	2·4199	7·32	2·7313
6·04	1·8596	6·47	2·1338	6·90	2·4269	7·33	2·7388
6·05	1·8658	6·48	2·1404	6·91	2·4339	7·34	2·7463
6·06	1·8720	6·49	2·1471	6·92	2·4410	7·35	2·7538
6·07	1·8782	6·50	2·1537	6·93	2·4481	7·36	2·7613
6·08	1·8843	6·51	2·1603	6·94	2·4551	7·37	2·7688
6·09	1·8905	6·52	2·1670	6·95	2·4622	7·38	2·7763
6·10	1·8968	6·53	2·1736	6·96	2·4693	7·39	2·7838
6·11	1·9030	6·54	2·1803	6·97	2·4764	7·40	2·7914
6·12	1·9092	6·55	2·1869	6·98	2·4835	7·41	2·7989
6·13	1·9155	6·56	2·1936	6·99	2·4906	7·42	2·8065
6·14	1·9217	6·57	2·2003	7·00	2·4978	7·43	2·8140
6·15	1·9280	6·58	2·2070	7·01	2·5049	7·44	2·8216
6·16	1·9343	6·59	2·2137	7·02	2·5121	7·45	2·8292
6·17	1·9405	6·60	2·2205	7·03	2·5192	7·46	2·8368
6·18	1·9468	6·61	2·2272	7·04	2·5264	7·47	2·8444
6·19	1·9531	6·62	2·2339	7·05	2·5336	7·48	2·8521
6·20	1·9595	6·63	2·2407	7·06	2·5408	7·49	2·8597
6·21	1·9658	6·64	2·2474	7·07	2·5480	7·50	2·8673
6·22	1·9721	6·65	2·2542	7·08	2·5552	7·51	2·8750
6·23	1·9785	6·66	2·2610	7·09	2·5624	7·52	2·8826
6·24	1·9848	6·67	2·2678	7·10	2·5696	7·53	2·8903
6·25	1·9912	6·68	2·2746	7·11	2·5769	7·54	2·8980
6·26	1·9976	6·69	2·2814	7·12	2·5841	7·55	2·9057
6·27	2·0039	6·70	2·2883	7·13	2·5914	7·56	2·9134

Digitized by Google

Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
7·57	2·9211	8·00	3·2624	8·43	3·6225	8·86	4·0015
7·58	2·9288	8·01	3·2705	8·44	3·6311	8·87	4·0105
7·59	2·9365	8·02	3·2787	8·45	3·6397	8·88	4·0196
7·60	2·9443	8·03	3·2869	8·46	3·6483	8·89	4·0286
7·61	2·9520	8·04	3·2951	8·47	3·6570	8·90	4·0377
7·62	2·9598	8·05	3·3033	8·48	3·6656	8·91	4·0468
7·63	2·9676	8·06	3·3115	8·49	3·6743	8·92	4·0559
7·64	2·9754	8·07	3·3197	8·50	3·6829	8·93	4·0650
7·65	2·9832	8·08	3·3280	8·51	3·6916	8·94	4·0741
7·66	2·9910	8·09	3·3362	8·52	3·7003	8·95	4·0832
7·67	2·9989	8·10	3·3445	8·53	3·7090	8·96	4·0923
7·68	3·0066	8·11	3·3527	8·54	3·7177	8·97	4·1015
7·69	3·0144	8·12	3·3610	8·55	3·7264	8·98	4·1106
7·70	3·0223	8·13	3·3693	8·56	3·7351	8·99	4·1198
7·71	3·0301	8·14	3·3776	8·57	3·7438	9·00	4·1290
7·72	3·0380	8·15	3·3859	8·58	3·7526	9·01	4·1381
7·73	3·0459	8·16	3·3942	8·59	3·7613	9·02	4·1473
7·74	3·0538	8·17	3·4025	8·60	3·7701	9·03	4·1565
7·75	3·0617	8·18	3·4108	8·61	3·7789	9·04	4·1657
7·76	3·0696	8·19	3·4192	8·62	3·7876	9·05	4·1750
7·77	3·0775	8·20	3·4275	8·63	3·7964	9·06	4·1832
7·78	3·0854	8·21	3·4359	8·64	3·8052	9·07	4·1924
7·79	3·0933	8·22	3·4443	8·65	3·8141	9·08	4·2017
7·80	3·1013	8·23	3·4526	8·66	3·8229	9·09	4·2109
7·81	3·1092	8·24	3·4610	8·67	3·8317	9·10	4·2212
7·82	3·1172	8·25	3·4695	8·68	3·8405	9·11	4·2305
7·83	3·1252	8·26	3·4779	8·69	3·8494	9·12	4·2398
7·84	3·1332	8·27	3·4863	8·70	3·8583	9·13	4·2491
7·85	3·1412	8·28	3·4947	8·71	3·8671	9·14	4·2584
7·86	3·1492	8·29	3·5032	8·72	3·8760	9·15	4·2677
7·87	3·1572	8·30	3·5116	8·73	3·8849	9·16	4·2771
7·88	3·1652	8·31	3·5201	8·74	3·8938	9·17	4·2864
7·89	3·1733	8·32	3·5286	8·75	3·9028	9·18	4·2958
7·90	3·1813	8·33	3·5371	8·76	3·9117	9·19	4·3051
7·91	3·1894	8·34	3·5455	8·77	3·9206	9·20	4·3145
7·92	3·1974	8·35	3·5541	8·78	3·9295	9·21	4·3239
7·93	3·2055	8·36	3·5626	8·79	3·9385	9·22	4·3333
7·94	3.2136	8·37	3·5711	8·80	3·9475	9·23	4·3417
7·95	3·2217	8·38	3·5796	8·81	3·9565	9·24	4·3511
7·96	3·2298	8·39	3·5582	8·82	3·9654	9·25	4·3615
7·97	3·2380	8·40	3·5968	8·83	3·9744	9·26	4·3710
7·98	3·2461	8·41	3·6053	8·84	3·9834	9·27	4·3804
7·99	3·2542	8·42	3·6139	8·85	3·9925	9·28	4·3898

Digitized by Google

Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse.	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.	Vitesse	Hauteur correspondante.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
9·29	4·3993	9·38	4·4850	9·47	4·5715	9·56	4·6588
9·30	4·4088	9·39	4·4945	9·48	4·5811	9·57	4·6685
9·31	4·4183	9·40	4·5041	9·49	4·5908	9·58	4·6783
9·32	4·4278	9·41	4·5137	9·50	4·6005	9·59	4·6880
9·33	4·4373	9·42	4·5233	9·51	4·6102	9·60	4·6978
9·34	4·4468	9·43	4·5329	9·52	4·6199	9·61	4·7076
9·35	4·4563	9·44	4·5425	9·53	4·6296	9·62	4·7174
9·36	4·4659	9·45	4·5522	9·54	4·6394	9·63	4·7272
9·37	4·4754	9·46	4·5618	9·55	4·6490	9·64	4·7370

133.

Dépense d'eau théorique par seconde. Pl. XXXII.

Le calcul de la quantité d'eau, qui s'écoule d'un orifice dans différentes conditions, constitue un problême qui n'a pas encore été résolu exactement. On obtient, d'une manière approximative, la dépense d'eau par seconde, en multipliant la surface A de l'orifice par une certaine vitesse qui se rapproche autant que possible de la vitesse moyenne d'écoulement. Cette quantité, ainsi calculée. s'appelle la dépense d'eau théorique. Elle est représentée par les expressions suivantes :

1° Orifice libre (Fig. 4, 5):

$$Q = A\sqrt{2\,g\,h} \text{ mètres cubes, par seconde.}$$

2° Orifice noyé (Fig. 6):

$$Q = A\sqrt{2\,g\,h}$$

3° Orifice en déversoir (Fig. 7, 8, 9):

$$Q = b\,h\sqrt{2\,g\,h}.$$

b est la largeur de l'ouverture, h la hauteur du niveau de l'eau dans le canal d'alimentation au-dessus du bord de l'orifice.

134.

Dépense d'eau effective par seconde. Pl. XXXII.

Pour obtenir la quantité d'eau qui s'écoule réellement d'un orifice, il faut multiplier la quantité théorique par un certain

Digitized by Google

coefficient d'expérience k, dont nous allons indiquer les différentes valeurs.

a) Si l'orifice a une forme correspondant à la contraction naturelle de la veine fluide et si $\sqrt{2gh}$ est la vraie vitesse moyenne d'écoulement, la formule théorique n'a pas besoin de subir une correction et on a, dans ce cas, $k = 1$.

b) Si l'eau sort avec contraction et si $\sqrt{2gh}$ est la vraie vitesse moyenne d'écoulement, le coefficient k, par lequel il faut multiplier la quantité théorique, est le rapport entre la section de la veine fluide à l'endroit de la plus forte contraction et la section de l'orifice. Dans ce cas, ce coefficient porte le nom de coefficient de contraction.

c) Si l'eau sort sans contraction et si $\sqrt{2gh}$ ne représente pas la véritable vitesse moyenne, le coefficient k représente le rapport entre la vraie vitesse moyenne et la vitesse approchée $\sqrt{2gh}$. Dans ce cas le coefficient peut s'appeller coefficient de vitesse.

d) Si l'eau sort avec contraction et si $\sqrt{2gh}$ ne représente pas la véritable vitesse moyenne, le coefficient k est le produit du coefficient de contraction par le coefficient de vitesse, et peut être désigné sous le nom de coefficient de correction.

VALEURS DES COEFFICIENTS k POUR LE CALCUL DES VOLUMES D'EAU.

135.

Coefficients de correction pour l'écoulement d'orifices verticaux en minces parois; contraction complète.

La table suivante contient les coefficients que *Poncelet* et *Lesbros* ont déterminés, pour ce cas, par de nombreuses expériences. Les charges d'eau, contenues dans la première colonne, sont supposées mesurées en un point où l'eau n'a pas de mouvement sensible.

Digitized by Google

Table des coefficients pour le calcul du volume d'eau, sortant d'orifices rectangulaires verticaux en minces parois, à contraction complète et à écoulement libre.

Charge sur le sommet des orifices.	Coefficients de la dépense d'eau pour des hauteurs d'orifices de					
	0m·20	0m·10	0m·05	0m·03	0m·02	0m·01
Mètres.						
0·000	—	—	—	—	—	—
0·005	—	—	—	—	—	0·705
0·010	—	—	0·607	0·630	0·660	0·701
0·015	—	0·593	0·612	0·632	0·660	0·697
0·020	0·572	0·596	0·615	0·634	0·659	0·694
0·030	0·578	0·600	0·620	0·638	0·659	0·688
0·040	0·582	0·603	0·623	0·640	0·658	0·683
0·050	0·585	0·605	0·625	0·640	0·658	0·679
0·060	0·587	0·607	0.627	0·640	0·657	0·676
0·070	0·588	0·609	0·628	0·639	0·656	0·673
0·080	0·589	0·610	0·629	0·638	0·656	0·670
0·090	0·591	0·610	0·629	0·637	0·655	0·668
0·100	0·592	0·611	0·630	0·637	0·654	0·666
0·120	0·593	0·612	0·630	0·636	0·653	0·663
0·140	0·595	0·613	0·630	0·635	0·651	0·660
0·160	0·596	0·614	0·631	0·634	0·650	0·658
0·180	0·597	0·615	0·630	0·634	0·649	0·657
0·200	0·598	0·615	0·630	0·633	0·648	0·655
0·250	0·599	0·616	0·630	0·632	0·646	0·654
0·300	0·600	0·616	0·629	0·632	0·644	0·650
0·400	0·602	0·617	0·628	0·631	0·642	0·647
0·500	0·603	0·617	0·628	0·630	0·640	0·644
0·600	0·604	0·617	0·627	0·630	0·638	0·642
0·700	0·604	0·616	0·627	0·629	0·637	0·640
0·800	0·605	0·616	0·627	0·629	0·636	0·637
0·900	0·605	0·615	0·626	0·628	0·634	0·635
1·000	0·605	0·615	0·626	0·628	0·633	0·632
1·100	0·604	0·614	0·625	0·627	0·631	0·629
1·200	0·604	0·614	0·624	0·626	0·628	0·626
1·300	0·604	0·613	0·622	0·624	0·625	0·622
1·400	0·603	0·612	0·621	0·622	0·622	0·618
1·500	0·602	0·611	0·620	0·620	0·619	0·615
1·600	0·602	0·611	0·618	0·618	0·617	0·613
1·700	0·602	0·610	0·617	0·616	0·615	0·612
1·800	0·601	0·609	0·615	0·615	0·614	0·612
1·900	0·601	0·608	0·614	0·613	0·612	0·611
2·000	0·601	0·607	0·613	0·612	0·612	0·611
3·000	0·601	0·603	0·606	0·608	0·610	0·609

Digitized by Google

136.

Coefficients pour le calcul du volume d'eau sortant d'un orifice noyé, Fig. 6; *contraction complète.*

Les coefficients, contenus dans la table précédente, sont également applicables dans ce cas; mais les nombres de la première colonne verticale représentent alors la différence de hauteur des niveaux supérieur et inférieur.

137.

Coefficients pour le calcul des volumes d'écoulement par des orifices en minces parois; contraction incomplète.

On obtient ces coefficients en multipliant ceux qui correspondent à la contraction complète par les nombres suivants:

a) Orifices rectangulaires:

Contraction sur 3 côtés	1·035
„ „ 2 „	1·072
„ „ 1 „	1·125

b) Orifices non-rectangulaires:

Si on désigne par:

p le périmètre de l'orifice,
n la longueur de la partie du périmètre, sur laquelle il n'y a pas de contraction,
la quantité par laquelle il faut multiplier le coefficient correspondant à la contraction complète est:

$$1 + 0{\cdot}152 \frac{n}{p}$$

Weisbach, en se fondant sur ses propres expériences et sur celles de *Bidone*, a trouvé qu'il convenait de prendre, en moyenne, pour ce multiplicateur: $1 + 0{\cdot}115 \frac{n}{p}$.

138.

Coefficients pour l'écoulement par des ajutages cylindriques.

Le tableau suivant a été dressé d'après les expériences d'*Eytelwein*:

Digitized by Google

Rapport entre la longueur et le diamètre des ajutages.	Coefficients correspondants pour le volume d'eau.
n =	
1 ou < 1	0·62
2 à 3	0·82
12	0·77
24	0·73
36	0·68
43	0·63
60	0·60

D'après les expériences d'*Eytelwein*, pour $n \leqq 1$, on n'avait pas un écoulement à gueule-bée, c-à-d. que le tuyau n'était pas complétement rempli par l'eau et, dans ce cas, la valeur du coefficient d'écoulement coïncidait avec celle qui avait été trouvée pour un orifice circulaire en mince paroi, de même diamètre ($2^{c}\cdot5$ environ). Pour $n = 2$, le jet à la sortie remplissait exactement l'ajutage. Pour des valeurs supérieures de n, le frottement de l'eau sur les parois de l'ajutage avait une influence sensible sur les coefficients d'écoulement. Il importe de remarquer que, dans les expériences d'*Eytelwein*, les ajutages étaient en bronze, poli à l'intérieur, et que la charge de l'eau était, en moyenne, de $0^{m}\cdot75$.

Avec des ajutages où n était égal à 3 environ, *Weisbach* a trouvé que le coefficient d'écoulement dépendait du diamètre du tuyau et qu'il était d'autant plus petit que ce diamètre était plus grand; ainsi, il a trouvé qu'il s'abaissait de 0·84 à 0·81, lorsque le diamètre passait de 1^{c} à 4^{c}.

La valeur limite de n, pour laquelle le jet remplit complétement le tuyau, augmente avec la charge sous laquelle se produit l'écoulement; la valeur $n = 3$ est suffisante pour des charges allant jusqu'à 10 mètres environ.

139.

Coefficients pour l'écoulement par des ajutages coniques convergents. (Expériences de d'Aubuisson et de Castel.)

Pour déterminer, dans ce cas, le volume et la vitesse d'écoulement, il y a lieu de multiplier la valeur théorique par les coefficients contenus dans le tableau ci-après; la quantité théorique est calculée d'après le plus petit diamètre de l'ajutage.

Digitized by Google

Angle de convergence.	Coefficients pour la quantité d'eau.	Coefficients pour la vitesse d'écoulement.	Angle de convergence.	Coefficients pour la quantité d'eau.	Coefficients pour la vitesse d'écoulement.
0°	0·829	0·829	20°	0·922	0·972
2°	0·873	0·874	22°	0·916	0·973
4°	0·909	0·907	24°	0·911	0·973
6°	0·925	0·922	26°	0·906	0·974
8°	0·931	0·933	28°	0·898	0·974
10°	0·937	0·949	30°	0·896	0·975
12°	0·942	0·955	35°	0·883	0·977
14°	0·943	0·965	40°	0·871	0·980
16°	0·938	0·970	45°	0·857	0·982
18°	0·931	0·971	50°	0·844	0·985

Le volume d'eau est maximum pour l'angle de convergence de 13°; le coefficient correspondant, pour la quantité d'eau, est 0·946.

140.

Coefficients pour orifices formés par des vannes verticales ou inclinées.
Pl. XXXII.

Il faut distinguer ici plusieurs cas :

a) Si la vanne est inclinée et s'il n'y a de contraction, ni au fond ni sur les côtés de l'orifice, on a :

$$k = 1 - 0{\cdot}0043\ \alpha^0$$

α^0 étant l'inclinaison de la vanne sur l'horizon et k le coefficient pour le calcul du volume d'eau.

Pour $\alpha =$	40	45	50	55	60
on obtient $k =$	0·83	0·81	0·79	0·76	0·74

b) Si la vanne est verticale, le coursier n'a pas d'influence sur la quantité d'eau qui s'écoule, tant que le niveau, au-dessus du centre, ne reste pas au-dessous des limites suivantes :

0m·50 à 0m·60	pour	ouvertures	de	0m·15 à 0m·20	de	hauteur
0m·30 à 0m·40	„	„	„	0m·10	„	„
0m·20	„	„	„	0m·05	„	„

Digitized by Google

c) Si le niveau de l'eau au-dessus du centre de l'ouverture tombe au-dessous des limites indiquées, ce qui, du reste, n'arrive que très-rarement, la présence d'un canal de décharge exerce une certaine influence sur le volume d'eau; les coefficients sont alors donnés par le tableau suivant, auquel il faut joindre les Figures 10 à 15 de la Planche XXXII.

Hauteur de l'orifice. Mètres.	Niveau au-dessus du centre de l'orifice. Mètres.	Coefficients des volumes d'eau pour les dispositions indiquées dans les figures ci-après:					
		Fig. 10.	Fig. 11.	Fig. 12.	Fig. 13.	Fig. 14.	Fig. 15.
0·20	0·40	0·591	0·580	0·582	0·577	0·603	0·597
	0·24	0·559	0·552	0·550	0·548	0·576	0·573
	0·12	0·483	0·482	0·484	0·485	0·484	0·483
0·10	0·16	0·590	0·580	0·583	0·585	0·606	0·604
	0·11	0·562	0·560	0·561	0·562	0·566	0·564
	0·09	0·523	0·522	0·522	0·517	0·510	0·510
	0·06	0·464	0·463	0·462	0·462	0·460	0·460
0·05	0·20	0·631	0·615	0·618	0·622	0·636	0·628
	0·11	0·614	0·597	0·598	0·601	0·610	0·609
	0·05	0·495	0·493	0·486	0·490	0·462	0·501
	0·04	0·452	0·443	0·442	0·442	0·417	
0·03	0·20	0·632	0·631	0·632	0·635	0·650	0·651
	0·06	0·627	0·605	0·602	0·607	0·572	0·594

141.

Volumes d'eau fournis par des orifices en déversoirs.
Pl. XXXII, Fig. 7, 8, 9.

D'après les expériences de *Castel*, on peut adopter les règles suivantes, pour le calcul des volumes d'eau fournis par des orifices en déversoirs.

Si on désigne par:

B la largeur du canal d'alimentation,

b la largeur du déversoir,

h la hauteur du niveau d'eau, dans le canal d'alimentation, au-dessus de l'arête horizontale du déversoir,

Q la quantité d'eau en mètres cubes par seconde,

on a:

$$Q = \left(0{\cdot}381 + 0{\cdot}062 \frac{b}{B}\right) b\, h \sqrt{2\, g\, h}.$$

Digitized by Google

Cette formule ne donne des valeurs exactes que dans les circonstances suivantes :

1° Si la section du courant d'eau, dans le canal d'alimentation, est au moins 5 fois la section b h ;

2° Si la largeur du déversoir est au moins le tiers de la largeur du canal d'alimentation ;

3° Si l'ouverture du déversoir est à arêtes vives ;

4° Si la hauteur de l'arête du déversoir au-dessus du niveau de l'eau, dans le canal de décharge, est au moins égale à 2 h.

Les valeurs de $\left(0{\cdot}381 + 0{\cdot}062 \frac{b}{B}\right)$ sont contenues dans le tableau suivant :

$\frac{b}{B}$ . . . . . =	0·33	0·40	0·50	0·60	0·70	0·80	0·90	1·00
$0{\cdot}381 + 0{\cdot}062 \frac{b}{B}$ =	0·401	0·406	0·412	0·419	0·424	0·431	0·437	0·443
$\frac{0{\cdot}381 + 0{\cdot}062 \frac{b}{B}}{0{\cdot}443}$ =	0·905	0·916	0·930	0·945	0·957	0·973	0·986	1·000

Si on désigne par n le rapport de la section b h à celle du courant d'eau dans le canal d'alimentation, en avant du déversoir, on a, d'après les expériences de *Weisbach* :

$$Q = k\ b\ h \sqrt{2\ g\ h}.$$

Dans le cas où b est notablement plus petit que B et où. par suite, il y a contraction complète sur les côtés, on doit poser :

$$k = k_0\ (1 + 1{\cdot}718\ n^4)$$

Pour le cas où b = B, on doit prendre :

$$k = k_0\ (1{\cdot}041 + 0{\cdot}369\ n^2).$$

k_0 est le coefficient donné par les expériences de *Poncelet* et *Lesbros* sur les écoulements par déversoirs. On a :

k_0 =	0·412	0·407	0·401	0·397	0·395	0·393	0·390
pour h_0 =	$0^m{\cdot}03$	$0^m{\cdot}04$	$0^m{\cdot}06$	$0^m{\cdot}08$	$0^m{\cdot}10$	$0^m{\cdot}15$	$0^m{\cdot}20$

Si la largeur du déversoir est égale à celle du canal d'alimentation, les contractions latérales disparaissent, et alors on a :

$$Q = 0{\cdot}443\ b\ h \sqrt{2\ g\ h}.$$

Digitized by Google

142.

Table pour le calcul de la dépense d'eau par des orifices en déversoirs.

Dans le cas où la largeur du déversoir est égale à celle du canal d'alimentation, la table suivante donne la quantité d'eau, en décimètres cubes, qui s'écoule dans une seconde, par chaque mètre de largeur du déversoir; en d'autres termes, cette table donne les valeurs de $433\ h \sqrt{2\ g\ h}$ pour diverses valeurs de h.

Epaisseur de la lame d'eau. Mètres.	Volume d'eau. Litres.	Epaisseur de la lame d'eau. Mètres.	Volume d'eau. Litres.	Epaisseur de la lame d'eau. Mètres.	Volume d'eau. Litres.	Epaisseur de la lame d'eau. Mètres.	Volume d'eau. Litres.	Epaisseur de la lame d'eau. Mètres.	Volume d'eau. Litres.
0·050	21·9	0·080	44·4	0·130	92·0	0·180	149·8	0·230	216·4
0·051	22·6	0·082	46·1	0·132	94·2	0·182	152·3	0·235	223·5
0·052	23·3	0·084	47·8	0·134	96·3	0·184	154·8	0·240	230·7
0·053	23·9	0·086	49·5	0·136	98·5	0·186	157·3	0·245	237·9
0·054	24·6	0·088	51·2	0·138	100·6	0·188	159·9	0·250	245·2
0·055	25·3	0·090	53·0	0·140	102·8	0·190	162·5	0·255	252·6
0·056	26·0	0·092	54·7	0·142	105·0	0·192	165·0	0·260	260·1
0·057	26·7	0·094	56·5	0·144	107·2	0·194	167·6	0·265	267·7
0·058	27·4	0·096	58·3	0·146	109·4	0·196	170·2	0·270	275·2
0·059	28·1	0·098	60·2	0·148	111·7	0·198	172·8	0·275	282·9
0·060	28·8	0·100	62·1	0·150	114·0	0·200	175·5	0·280	290·7
0·061	29·6	0·102	64·0	0·152	116·3	0·202	178·2	0·285	298·6
0·062	30·3	0·104	65·9	0·154	118·6	0·204	180·8	0·290	306·4
0·063	31·0	0·106	67·8	0·156	120·9	0·206	183·5	0·295	314·4
0·064	31·8	0·108	69·7	0·158	123·2	0·208	186·1	0·300	322·4
0·065	32·5	0·110	71·6	0·160	125·6	0·210	188·8	0·305	330·5
0·066	33·3	0·112	73·5	0·162	128·0	0·212	191·5	0·310	338·7
0·067	34·0	0·114	75·5	0·164	130·4	0·214	194·2	0·315	346·9
0·068	34·8	0·116	77·5	0·166	132·7	0·216	196·9	0·320	355·2
0·069	35·6	0·118	79·5	0·168	133·1	0·218	199·6	0·325	363·5
0·070	36·3	0·120	81·5	0·170	137·5	0·220	202·4	0·330	371·9
0·072	37·9	0·122	83·6	0·172	140·0	0·222	205·2	0·335	380·4
0·074	39·5	0·124	85·7	0·174	142·4	0·224	208·0	0·340	389·1
0·076	41·1	0·126	87·8	0·176	144·8	0·226	210·8	0·345	397·7
0·078	42·7	0·128	90·0	0·178	147·3	0·228	213·6	0·350	406·3

Digitized by Google

143.

Barrages destinés à produire une élévation du niveau d'un cours d'eau.

Les barrages n'ont ordinairement des arêtes vives que lorsqu'ils servent au jaugeage des cours d'eau et qu'ils sont spécialement établis à cet effet. Les barrages que l'on emploie pour produire une élévation du niveau d'un cours d'eau sont munis d'une couronne arrondie, afin que l'eau puisse s'écouler sans aucune espèce de contraction. La quantité d'eau, qui s'écoule par seconde d'un tel barrage, est d'après *Eytelwein*:

$$Q = 0{\cdot}57\ b\ h \sqrt{2\ g\ h} \sqrt{1 + 0{\cdot}115\ \frac{u^2}{h}}$$

Q, b, h ont les mêmes significations qu'au N°. 141, et u est la vitesse de l'eau, à une petite distance en avant du barrage.

ETABLISSEMENT DES BARRAGES.

144.

Circonstances dans lesquelles l'établissement d'un barrage est avantageux ou nécessaire.

L'établissement d'un barrage n'est possible que dans le cas où les circonstances permettent de produire, sur une longueur considérable, une élévation du niveau d'un cours d'eau. L'établissement d'un barrage est utile ou nécessaire dans les cas suivants: 1° si aucune chute naturelle n'existe et si l'on veut produire une chute artificiellement; 2° si la chute, qui existe on un point, n'a pas une hauteur convenable et si l'on veut augmenter cette hauteur; 3° si l'on veut concentrer en un certain point la pente qui existe sur une étendue plus ou moins considérable d'un cours d'eau; 4° si les changements naturels du niveau d'un cours d'eau doivent être diminués ou annulés; 5° si l'élévation du niveau d'eau n'est pas supérieure à 2·5 mètres environ; 6° si deux ou plusieurs des circonstances, qui viennent d'être indiquées, se rencontrent en même temps.

145.

Circonstances qui déterminent l'espèce de barrage qu'il faut adopter.

Un barrage à déversoir est dit parfait ou imparfait, suivant que la couronne du déversoir est plus élevée ou plus basse que

Digitized by Google

le niveau de l'eau en aval. Ce dernier est d'ailleurs au-dessous du niveau du courant primitif (avant l'établissement du barrage), si une partie de l'eau se trouve détournée en amont du barrage et s'il ne passe, par suite, au-dessus de ce barrage, qu'une quantité d'eau Q plus petite que le débit primitif du courant Q_0.

Si on désigne par:

a la profondeur moyenne du courant pour la quantité Q_0, avant l'établissement du barrage,

b la largeur du lit,

e l'abaissement du niveau, en aval de déversoir, produit par la retenue $Q_0 - Q$,

on a approximativement:

$$\frac{e}{a} = 1 - \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{\frac{2}{3}} \left\{1 - \frac{2}{3}\,\frac{a}{b}\left[1 - \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{\frac{2}{3}}\right]\right\}$$

formule qui est d'autant plus exacte que les rives du courant sont plus raides et que b est plus grand par rapport à a.

Si on pose:

$$\frac{e}{a} = x + y\,\frac{a}{b}$$

les valeurs de x et y sont à déterminer par le tableau suivant:

$\frac{Q}{Q_0}$ =	0·2	0·3	0·4	0·5	0·6	0·7	0·8
x =	0·658	0·552	0·457	0·370	0·289	0·212	0·138
y =	0·150	0·165	0·166	0·155	0·137	0·111	0·079

On doit établir un barrage à déversoir imparfait, lorsque le niveau du cours d'eau n'est pas très variable et que la surélévation à produire n'est pas trop considérable. Il convient, au contraire, de recourir à un barrage à déversoir parfait, lorsque la surélévation à produire est grande et le volume d'eau peu variable. Il devient nécessaire d'établir un barrage à écluses, lorsque les localités ne permettent aucune élévation pendant les grandes eaux. Enfin, un barrage mixte, à déversoir et à écluses, constitue la solution à adopter, si le niveau doit être maintenu constant avec une alimentation très variable.

Digitized by Google

146.

Solution plus rigoureuse de la question relative à l'établissement d'un barrage parfait ou imparfait.

Soient:

h l'élévation qui doit être produite par le barrage,

b la largeur du barrage, qui coïncide généralement avec celle du cours d'eau, mais qui quelquefois peut être plus grande,

Q le volume d'eau (en mètres cubes), qui passe dans une seconde par dessus le barrage.

Si la quantité d'eau Q est plus petite que $0{\cdot}57\ b\ h\ \sqrt{2\ g\ h}$, il faut établir un barrage à déversoir parfait. Si elle est plus grande, il faut établir un barrage à déversoir imparfait. Enfin, si $Q = 0{\cdot}57\ b\ h\ \sqrt{2\ g\ h}$, la couronne du barrage doit s'élever jusqu'au niveau primitif du cours d'eau.

147.

Hauteur d'un barrage à déversoir parfait.

Si on désigne par:

h la valeur de la surélévation, c'est-à-dire la distance verticale des niveaux, en avant et en arrière du barrage, après la construction,

x la profondeur de la couronne au-dessous du niveau exhaussé,

b la largeur du barrage,

Q le volume d'eau, en mètres cubes, qui doit passer sur le barrage en une seconde,

la valeur de x, pour une couronne arrondie, est donnée par la relation:

$$x = \left(\frac{Q}{0{\cdot}57\ b\ \sqrt{2\ g}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

148.

Hauteur du barrage à déversoir imparfait.

Q, h et b conservant les mêmes significations qu'au N°. précédent et x étant la profondeur de la couronne du barrage au-dessous du niveau primitif, on a, comme première approximation:

$$x = \frac{Q}{0.62\ b\ \sqrt{2\ g\ h}} - 0{\cdot}92\ h.$$

Digitized by Google

Si on veut tenir compte de l'abaissement de niveau e, en aval du barrage et, en outre, de la vitesse moyenne d'écoulement u au-dessus de ce barrage (ce qui est surtout nécessaire pour le déversoir imparfait), on trouve les valeurs suivantes, en posant $\frac{u^2}{2g} = i$:

a) hauteur x de la couronne d'un déversoir parfait, au-dessus du niveau primitif du courant:

$$x = h - \left(\frac{Q}{k\,b\sqrt{2g}} + i^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} + i$$

b) profondeur x de la couronne d'un déversoir imparfait au-dessous du niveau primitif:

$$x = \frac{Q}{k_1\,b\sqrt{2g\,(h+e+i)}} - \frac{k}{k_1}\,\frac{(h+e+i)^{\frac{3}{2}} - i^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{h+e+i}} + e$$

cette valeur de x doit être nécessairement $> e$, car autrement le barrage serait à déversoir parfait, tandis que la valeur précédente de x doit être $> -e$.

D'après *Weisbach*, pour les déversoirs, sans contraction latérale et à couronne arrondie, on doit poser:

$$k = 0{\cdot}53;\ k_1 = 0{\cdot}8;\ \frac{k}{k_1} = \frac{2}{3}.$$

149.

Calcul de l'étendue du remous.

Cette étendue est la distance (en amont), sur laquelle s'exerce l'action élévatrice du barrage. Si on désigne par h l'exhaussement et par α l'angle que formait avec l'horizontale la surface du courant, avant l'établissement du barrage, on peut prendre, comme valeur approximative de l'étendue du remous:

$$h \cot g.\ \alpha.$$

D'une manière plus rigoureuse, la nouvelle surface de l'eau surélevée est asymptotique à la surface primitive et, dès lors, la seule question qu'on puisse se poser, pour un calcul plus exact de l'étendue du remous, est la suivante:

Digitized by Google

Déterminer la distance x, mesurée en amont, à partir du déversoir, pour laquelle l'élévation de l'eau, qui, près de ce déversoir, est égale à h, a une valeur y?

Soient :

a la profondeur moyenne du courant, avant l'établissement du barrage,

α l'angle que formait avec l'horizontale la surface primitive de l'eau,

Ω, S, u des quantités relatives à l'état initial du courant et qui ont les mêmes significations qu'on N°. 156,

$$k^2 = \frac{S}{\Omega}\frac{u^2}{\alpha},\ z = \frac{a+y}{a},\ z_1 = \frac{a+h}{a}$$

$$f(z) = \frac{1}{6}\log.\text{nat.}\frac{z^2+z+1}{(z-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}}\text{arc. cotg.}\frac{2z+1}{\sqrt{3}}$$

$f(z_1)$ l'expression correspondant à $f(z)$, quand on remplace z par z_1; on trouve approximativement:

$$x = \frac{a}{\alpha}\left\{z_1 - z + \left(1 - \frac{\alpha k^2}{g}\right)[f(z) - f(z_1)]\right\}$$

expression qui est d'autant plus exacte que la largeur du cours d'eau est moins variable sur la longueur x, que cette largeur est plus grande par rapport à la profondeur et que les rives sont plus escarpées. Les valeurs de f (z) sont données par la table suivante de *Bresse (mécanique appliquée).*

Digitized by Google

$\frac{1}{z}$	f (z)	$\frac{1}{z}$	f (z)	$\frac{1}{z}$	f (z)	$\frac{1}{z}$	f (z)
1·000	∞	0·952	0·8931	0·835	0·4831	0·58	0·1832
0·999	2·1834	0·950	0·8795	0·830	0·4733	0·57	0·1761
0·998	1·9523	0·948	0·8665	0·825	0·4637	0·56	0·1692
0·997	1·8172	0·946	0·8539	0·820	0·4544	0·55	0·1625
0·996	1·7213	0·944	0·8418	0·815	0·4454	0·54	0·1560
0·995	1·6469	0·942	0·8301	0·810	0·4367	0·53	0·1497
0·994	1·5861	0·940	0·8188	0·805	0·4281	0·52	0·1435
0·993	1·5348	0·938	0·8079	0·800	0·4198	0·51	0·1376
0·992	1·4902	0·936	0·7973	0·795	0·4117	0·50	0·1318
0·991	1·4510	0·934	0·7871	0·790	0·4039	0·49	0·1262
0·990	1·4159	0·932	0·7772	0·785	0·3962	0·48	0·1207
0·989	1·3841	0·930	0·7675	0·780	0·3886	0·47	0·1154
0·988	1·3551	0·928	0·7581	0·775	0·3813	0·46	0·1102
0·987	1·3284	0·926	0·7490	0·770	0·3741	0·45	0·1052
0·986	1·3037	0·924	0·7401	0·765	0·3671	0·44	0·1003
0·985	1·2807	0·922	0·7315	0·760	0·3603	0·43	0·0955
0·984	1·2592	0·920	0·7231	0·756	0·3536	0·42	0·0909
0·983	1·2390	0·918	0·7149	0·750	0·3470	0·41	0·0865
0·982	1·2199	0·916	0·7069	0·745	0·3406	0·40	0·0821
0·981	1·2019	0·914	0·6990	0·740	0·3343	0·39	0·0779
0·980	1·1848	0·912	0·6914	0·735	0·3282	0·38	0·0738
0·979	1·1686	0·910	0·6839	0·730	0·3221	0·37	0·0699
0·978	1·1531	0·908	0·6766	0·725	0·3162	0·36	0·0660
0·977	1·1383	0·906	0·6695	0·720	0·3104	0·35	0·0623
0·976	1·1241	0·904	0·6625	0·715	0·3047	0·34	0·0587
0·975	1·1105	0·902	0·6556	0·710	0·2991	0·33	0·0553
0·974	1·0974	0·900	0·6489	0·705	0·2937	0·32	0·0519
0·973	1·0848	0·895	0·6327	0·70	0·2883	0·31	0·0486
0·972	1·0727	0·890	0·6173	0·69	0·2778	0·30	0·0455
0·971	1·0610	0·885	0·6025	0·68	0·2677	0·29	0·0425
0·970	1·0497	0·880	0·5884	0·67	0·2580	0·28	0·0395
0·968	1·0282	0·875	0·5749	0·66	0·2486	0·27	0·0367
0·966	1·0080	0·870	0·5619	0·65	0·2395	0·26	0·0340
0·964	1·9890	0·865	0·5494	0·64	0·2306	0·25	0·0314
0·962	0·9709	0·860	0·5374	0·63	0·2221	0·24	0·0290
0·960	0·9539	0·855	0·5258	0·62	0·2138	0·23	0·0266
0·958	0·9376	0·850	0·5146	0·61	0·2058	0·22	0·0243
0·956	0·9221	0·845	0·5037	0·60	0·1980	0·21	0·0221
0·954	0·9073	0·840	0·4932	0·59	0·1905	0·20	0·0201

Digitized by Google

CANAUX DES USINES.

150.

Circonstances qui peuvent déterminer l'établissement d'un canal d'usine.

Un canal doit être établi dans les circonstances suivantes: 1° si les localités ne permettent pas d'établir les constructions dans le courant lui-même; 2° si les constructions doivent être mises à l'abri des inondations; 3° si, par suite de conditions spéciales, l'usine doit être établie dans le voisinage de la rivière; 4° si une pente considérable, répartie sur une grande étendue, doit être utilisée pour fournir la force motrice à une usine.

151.

Emploi simultané d'un barrage et d'un canal.

L'établissement simultané d'un barrage et d'un canal doit être recommandé dans deux cas principaux: 1° lorsque les circonstances extérieures sont aussi favorables à la construction d'un barrage qu'à celle d'un canal; 2° lorsque les circonstances exigent la construction d'un canal; dans ce cas, il est avantageux d'établir également un barrage pour faciliter l'entrée de l'eau dans ce canal.

On doit se borner à l'établissement d'un barrage, lorsque le résultat cherché peut être atteint sans recourir à un canal et que l'usine peut être placée directement sur le cours d'eau.

152.

Tracé des canaux.

Le point où un canal commence et celui où il finit sont toujours déterminés par la chûte, que doit produire ce canal.

Le tracé du canal, entre ces points, est réglé par les circonstances locales; il doit, autant que possible, se rapprocher de la ligne droite.

Dans les pays de plaines, le meilleur emplacement pour l'usine se trouve ordinairement dans le voisinage du point où le canal commence, de telle sorte que la longueur correspondant à l'alimentation du moteur soit faible et celle de la décharge assez considérable. Cette disposition se trouve justifiée par les raisons suivantes: 1° le service de l'écluse, établie à l'entrée du canal, est plus facile; 2° dans le canal d'alimentation, il se forme des

Digitized by Google

glaçons de fond, qui doivent être enlevés, tandis que, dans le canal de décharge, au contraire, ces glaçons ne se forment pas si facilement, en raison de la température plus élevée de l'eau qui entre par les parois du canal et, s'il s'en forme, ils ne gênent pas la marche des machines hydrauliques; 3° si le canal de décharge est long, les changements du niveau de la rivière ne produisent pas une élévation sensible du niveau d'eau au commencement du canal de décharge; 4° dans le canal d'alimentation, il est toujours difficile de construire des parois parfaitement étanches, parce que la gelée produit souvent des fissures ou des ruptures; dans le canal de décharge, au contraire, il n'est pas nécessaire que les parois soient étanches, et l'eau plus chaude, est une garantie contre la gelée; 5° ordinairement, le terrain a une certaine inclinaison dans le sens du tracé et alors la disposition, avec un canal d'alimentation d'une faible longueur, entraine une dépense moins considérable.

Dans les vallées, au contraire, il est plus avantageux de donner une grande longueur au canal d'alimentation, parce que, dans ce cas, il est facile de conduire l'eau le long des flancs des montagnes.

153.

Vitesse de l'eau dans le canal.

Désignons par:

U la plus grande vitesse de l'eau au milieu du canal et un peu au-dessous de la surface,

w la vitesse de l'eau au fond,

u la vitesse moyenne,

on a:

a) lorsqu'on connait U et qu'on veut déterminer u et w:

$$u = \frac{U\,(U + 2{\cdot}37)}{U + 3{\cdot}15}$$

$$w = 2\,u - U$$

b) Lorsqu'on connait u:

$$U = -\frac{1}{2}\,(2{\cdot}37 - u) + \sqrt{\frac{1}{4}\,(2{\cdot}37 - u)^2 + 3{\cdot}15\,u}$$

$$w = 2\,u - U.$$

Digitized by Google

c) Lorsqu'on connait w:

$$U = -\frac{1}{2}(1{\cdot}59 - w) + \sqrt{\frac{1}{4}(1{\cdot}59 - w)^2 + 3{\cdot}15\,w}$$

$$u = \frac{w + U}{2}$$

Les deux premières formules a), qui sont dues, l'une (u) à *Prony*, l'autre (w) à *Dubuat*, ne se sont pas trouvées suffisamment confirmées par les expériences ultérieures sur le mouvement de l'eau, dans les fleuves et dans les canaux. La loi de variation de la vitesse, d'un point à l'autre de la section, et, par suite, la relation entre u et U doit se dégager d'autant plus nettement que la section Ω du courant, sur lequel on mesure les vitesses, est plus considérable. A ce titre, on doit tenir spécialement compte des résultats des nombreuses mesures effectuées sur le Mississipi, de 1850 à 1860, sous la direction de *Humphrey* et *Abbot*. De ces expériences il résulte que si, aux différents points d'une verticale du fleuve, on porte horizontalement des longueurs proportionelles aux vitesses de l'eau, les extrémités de ces ordonnées forment une parabole à axe horizontal. La distance de cet axe au niveau de l'eau, ou, en d'autres termes, la position du point où se produit le maximum de vitesse est très variable et dépend, en particulier de la direction et de la vitesse du vent. Toutefois, la vitesse v, correspondant à la moitié de la profondeur, est indépendante de ces variations et, par suite, cette vitesse est la seule à laquelle on puisse rapporter la vitesse moyenne, quelle que soit la position de l'axe de la parabole. Dès lors la vitesse moyenne u de la section entière ne peut être déduite utilement que des vitesses v, mesurées à la moitié de la profondeur sur le plus grand nombre de points possible de la section. D'après *Humphrey* et *Abbot*, la relation entre u et ces vitesses v peut s'obtenir de la manière suivante (en prenant le mètre pour unité).

Si on désigne par:

B la largeur de la section à la surface du fleuve,

$\Delta\,\Omega$ un des éléments de surface, dans lesquels on a partagé, par des sondages, la section du liquide,

v la vitesse, au milieu de la verticale moyenne d'un semblable élément,

on a:

Digitized by Google

$$k = \frac{0{\cdot}284}{\sqrt{\frac{\Omega}{B} + 0{\cdot}46}}; \quad u_1 = \frac{\Sigma\,(v\,\Delta\,\Omega)}{\Omega}$$

En étendant le signe Σ à tous les éléments de la surface, on trouve:

$$u = \left(\sqrt{u_1 + \frac{k}{576}} - \sqrt{\frac{k}{576}}\right)^2$$

Les vitesses v peuvent se déterminer par des flotteurs doubles, dont l'un reste à la surface, tandis que l'autre, plus fort et relié au précédent par une ficelle, se tient précisement à la moitié de la profondeur.

Digitized by Google

La table suivante donne les valeurs correspondantes de U et de u.

Vitesse		Vitesse		Vitesse		Vitesse	
à la surface.	moyenne.	à la surface.	moyenne.	à la surface	moyenne.	à la surface	moyenne.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
0·00	0·00000	0·40	0·31206	0·80	0·64190	1·20	1·98464
0·01	0·00754	0·41	0·32011	0·81	0·65033	1·21	1·99334
0·02	0·01508	0·42	0·32817	0·82	0·65877	1·22	1·00205
0·03	0·02264	0·43	0·33625	0·83	0·66721	1·23	1·01777
0·04	0·03022	0·44	0·34434	0·84	0·67566	1·24	1·01949
0·05	0·03781	0·45	0·35243	0·85	0·68412	1·25	1·02822
0·06	0·04542	0·46	0·36054	0·86	0·69258	1·26	1·03695
0·07	0·05304	0·47	0·36866	0·87	0·70106	1·27	1·04569
0·08	0·06068	0·48	0·37679	0·88	0·70954	1·28	1·05443
0·09	0·06833	0·49	0·38493	0·89	0·71803	1·29	1·06318
0·10	0·07599	0·50	0·39308	0·90	0·72653	1·30	1·07193
0·11	0·08367	0·51	0·40123	0·91	0·73503	1·31	1·08069
0·12	0·09137	0·52	0·40940	0·92	0·74354	1·32	1·08946
0·13	0·09907	0·53	0·41758	0·93	0·75206	1·33	1·09823
0·14	0·10679	0·54	0·42577	0·94	0·76058	1·34	1·10701
0·15	0·11453	0·55	0·43397	0·95	0·76912	1·35	1·11579
0·16	0·12228	0·56	0·44218	0·96	0·77766	1·36	1·12458
0·17	0·13004	0·57	0·45040	0·97	0·78621	1·37	1·13337
0·18	0·13782	0·58	0·45863	0·98	0·79476	1·38	1·14217
0·19	0·14560	0·59	0·46686	0·99	0·80332	1·39	1·15097
0·20	0·15341	0·60	0·47511	1·00	0·81189	1·40	1·15978
0·21	0·16122	0·61	0·48336	1·01	0·82047	1·41	1·16859
0·22	0·16905	0·62	0·49163	1·02	0·82905	1·42	1·17742
0·23	0·17689	0·63	0·49990	1·03	0·83764	1·43	1·18624
0·24	0·18475	0·64	0·50819	1·04	0·84623	1·44	1·19507
0·25	0·19261	0·65	0·51648	1·05	0·85484	1·45	1·20391
0·26	0·20049	0·66	0·52478	1·06	0·86345	1·46	1·21274
0·27	0·20838	0·67	0·53309	1·07	0·87206	1·47	1·22159
0·28	0·21629	0·68	0·54141	1·08	0·88068	1·48	1·23044
0·29	0·22420	0·69	0·54974	1·09	0·88931	1·49	1·23930
0·30	0·23213	0·70	0·55807	1·10	0·89795	1·50	1·24816
0·31	0·24007	0·71	0·56642	1·11	0·90659	1·51	1·25702
0·32	0·24802	0·72	0·57477	1·12	0·91523	1·52	1·26589
0·33	0·25599	0·73	0·58314	1·13	0·92389	1·53	1·27477
0·34	0·26396	0·74	0·59151	1·14	0·93255	1·54	1·28364
0·35	0·27195	0·75	0·59988	1·15	0·94122	1·55	1·29253
0·36	0·27995	0·76	0·60827	1·16	0·94989	1·56	1·30142
0·37	0·28796	0·77	0·61667	1·17	0·95857	1·57	1·31031
0·38	0·29598	0·78	0·62507	1·18	0·96726	1·58	1·31921
0·39	0·30401	0·79	0·63348	1·19	0·97595	1·59	1·32811

Digitized by Google

Vitesse		Vitesse		Vitesse		Vitesse	
à la surface.	moyenne.	à la surface.	moyenne.	à la surface	moyenne.	à la surface	moyenne.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
1·60	1·33701	1·96	1·66053	2·31	1·97966	2·66	2·30251
1·61	1·34593	1·97	1·66959	2·32	1·98884	2·67	2·31179
1·62	1·35485	1·98	1·67865	2·33	1·99802	2·68	2·32108
1·63	1·36377	1·99	1·68772	2·34	2·00720	2·69	2·33034
1·64	1·37269	2·00	1·69679	2·35	2·01639	2·70	2·33962
1·65	1·38162	2·01	1·70586	2·36	2·02557	2·71	2·34890
1·66	1·39056	2·02	1·71494	2·37	2·04476	2·72	2·35818
1·67	1·39950	2·03	1·72402	2·38	2·04396	2·73	2·36747
1·68	1·40844	2·04	1·733 0	2·39	2·05315	2·74	2·37676
1·69	1·41739	2·05	1·74219	2·40	2·06235	2·75	2·38605
1·70	1·42634	2·06	1·75129	2·41	2·07156	2·76	2·39535
1·71	1·43529	2·07	1·76038	2·42	2·08076	2·77	2·40464
1·72	1·44425	2·08	1·76948	2·43	2·08997	2·78	2·41394
1·73	1·45322	2·09	1·77858	2·44	2·09918	2·79	2·42324
1·74	1·46219	2·10	1·78769	2·45	0·10840	2·80	2·43255
1·75	1·47116	2·11	1·97680	2·46	2·11761	2·81	2·44185
1·76	1·48014	2·12	1·80591	2·47	2·12683	2·82	2·45116
1·77	1·48912	2·13	1·81503	2·48	2·13606	2·83	2·46047
1·78	1·49811	2·14	1·82415	2·49	2·14528	2·84	2·46979
1·79	1·50710	2·15	1·83327	2·50	2·15451	2·85	2·47910
1·80	1·51609	2·16	1·84239	2·51	2·16374	2·86	2·48842
1·81	1·52509	2·17	1·85152	2·52	2·17297	2·87	2·49774
1·82	1·53409	2·18	1·86065	2·53	2·18221	2·88	2·50706
1·83	1·54310	2·19	1·86979	2·54	2·19145	2·89	2·51639
1·84	1·55211	2·20	1·87893	2·55	2·20069	2·90	2·52571
1·85	1·56112	2·21	1·88807	2·56	2·20973	2·91	2·53504
1·86	1·57014	2·22	1·89722	2·57	2·21918	2·92	2·54437
1·87	1·57916	2·23	1·90636	2·58	2·22843	2·93	2·55370
1·88	1·58819	2·24	1·91551	2·59	2·23768	2·94	2·56304
1·89	1·59722	2·25	1·92467	2·60	2·24693	2·95	2·57238
1·90	1·60625	2·26	1·93383	2·61	2·25619	2·96	2·58172
1·91	1·61529	2·27	1·94299	2·62	2·26545	2·97	2·59106
1·92	1·62433	2·28	1·95215	2·63	2·27471	2·98	2·60040
1·93	1·63337	2·29	1·96132	2·64	2·28398	2·99	2·60975
1·94	1·64242	2·30	1·97049	2.65	2·29324	3·00	2·61910
1·95	1·65147						

Digitized by Google

154.

Maximum de vitesse de l'eau sur le fond de la rivière.

Pour que l'eau ne dégrade pas le fond de la rivière ou n'y produise pas d'affouillements, la vitesse, près du fond, ne doit pas dépasser les valeurs suivantes :

Terre détrempée	$0^{m}\cdot076$
Argile tendre	$0^{m}\cdot152$
Sable	$0^{m}\cdot305$
Gravier	$0^{m}\cdot609$
Cailloux arrondis	$0^{m}\cdot914$
Cailloux pointus	$1^{m}22$
Conglomérés	$1^{m}\cdot52$
Roches tendres	$1^{m}\cdot83$
Roches dures	$3^{m}\cdot05$

155.

Profil tranversal du canal.

Si on désigne par :

Ω la section du courant,
Q la dépense d'eau (en mètres cubes), par seconde,
u la vitesse moyenne de l'eau dans le canal,
b la largeur du lit au fond,
t la profondeur de l'eau dans le canal,
n l'angle du talus des parois du canal,
on a, pour la détermination du profil, les formules suivantes :

$$\Omega = \frac{Q}{u}$$

$$\frac{b}{t} = 2\cdot7 + 0\cdot9\ \Omega$$

$$t = \sqrt{\left(\frac{\Omega}{\frac{b}{t} + \text{cotg. n}}\right)}$$

$$b = \left(\frac{b}{t}\right) t$$

Digitized by Google

156.

Profil en long du canal.

Si on désigne par:
L la longueur du canal,
G la pente totale de ce canal,
Ω, u, n, b, t, les mêmes quantités qu'au N°. précédent,
$S = b + \frac{2\,t}{\sin n}$ le périmètre mouillé,
on a, pour la détermination de G, la formule:

$$\frac{G}{L} = \frac{S}{\Omega}\,(0{\cdot}0000444\,u + 0{\cdot}000309\,u^2)$$

La table suivante contient les valeurs de $\alpha\,u + \beta\,u^2 = 0{\cdot}0000444\,u + 0{\cdot}000309\,u^2$ pour différentes valeurs de u.

u	$\alpha\,u + \beta\,u^2$	u	$\alpha\,u + \beta\,u^2$	u	$\alpha\,u + \beta\,u^2$
0·01	0·0000005	0·26	0·0000325	0·51	0·0001031
0·02	0·0000010	0·27	0·0000346	0·52	0·0001068
0·03	0·0000016	0·28	0·0000367	0·53	0·0001104
0·04	0·0000023	0·29	0·0000389	0·54	0·0001142
0·05	0·0000030	0·30	0·0000412	0·55	0·0001180
0·06	0·0000038	0·31	0·0000435	0·56	0·0001219
0·07	0·0000046	0·32	0·0000459	0·57	0·0001258
0·08	0·0000055	0·33	0·0000484	0·58	0·0001298
0·09	0·0000065	0·34	0·0000509	0·59	0·0001339
0·10	0·0000075	0·35	0·0000534	0·60	0·0001380
0·11	0·0000086	0·36	0·0000561	0·61	0·0001422
0·12	0·0000098	0·37	0·0000588	0·62	0·0001465
0·13	0·0000010	0·38	0·0000616	0·63	0·0001508
0·14	0·0000123	0·39	0·0000644	0·64	0·0001551
0·15	0·0000136	0·40	0·0000673	0·65	0·0001596
0·16	0·0000150	0·41	0·0000702	0·66	0·0001641
0·17	0·0000165	0·42	0·0000732	0·67	0·0001686
0·18	0·0000180	0·43	0·0000763	0·68	0·0001733
0·19	0,0000196	0·44	0·0000794	0·69	0·0001779
0·20	0·0000213	0·45	0·0000826	0·70	0·0001827
0·21	0·0000230	0·46	0·0000859	0·71	0·0001875
0·22	0·0000247	0·47	0·0000892	0·72	0·0001924
0·23	0·0000266	0·48	0·0000926	0·73	0·0001973
0·24	0·0000285	0·49	0·0000960	0·74	0·0002023
0·25	0·0000304	0·50	0·0000996	0·75	0·0002073

Digitized by Google

u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$
0·76	0·0002124	1·19	0·0004909	1·62	0·0008838
0·77	0·0002176	1·20	0·0004988	1·63	0·0008943
0·78	0·0002229	1·21	0·0005067	1·64	0·0009048
0·79	0·0002282	1·22	0·0005146	1·65	0·0009155
0·80	0·0002335	1·23	0·0005225	1·66	0·0009261
0·81	0·0002389	1·24	0·0005307	1·67	0·0009369
0·82	0·0002444	1·25	0·0005389	1·68	0·0009477
0·83	0·0002500	1·26	0·0005471	1·69	0·0009586
0·84	0·0002556	1·27	0·0005553	1·70	0·0009695
0·85	0·0002613	1·28	0·0005637	1·71	0·0009805
0·86	0·0002670	1·29	0·0005721	1·72	0·0009915
0·87	0·0002728	1·30	0·0005805	1·73	0·0010026
0·88	0·0002786	1·31	0·0005890	1·74	0·0010138
0·89	0·0002846	1·32	0·0005976	1·75	0·0010251
0·90	0·0002606	1·33	0·0006063	1·76	0·0010364
0·91	0·0002966	1·34	0·0006150	1·77	0·0010477
0·92	0·0003027	1·35	0·0006237	1·78	0·0010592
0·93	0·0003089	1·36	0·0006326	1·79	0·0010706
0·94	0·0003151	1·37	0·0006414	1·80	0·0010822
0·95	0.0003214	1·38	0·0006504	1.81	0·0010938
0·96	0·0003277	1·39	0·0006594	1·82	0·0011055
0·97	0·0003342	1·40	0·0006685	1·83	0·0011172
0·98	0·0003406	1·41	0·0006776	1·84	0·0011290
0·99	0·0003472	1·42	0·0006868	1·85	0·0011409
1·00	0·0003538	1·43	0·0006961	1·86	0·0011528
1·01	0·0003604	1·44	0·0007054	1·87	0·0011648
1·02	0·0003672	1·45	0·0007148	1·88	0·0011768
1·03	0·0003739	1·46	0·0007242	1·89	0·0011889
1·04	0·0003808	1·47	0·0007337	1·90	0·0012011
1·05	0·0003877	1·48	0·0007433	1·91	0·0012133
1·06	0·0003947	1·49	0·0007529	1·92	0·0012256
1·07	0·0004017	1·50	0.0007626	1·93	0·0012380
1·08	0·0004088	1·51	0·0007724	1·94	0·0012504
1·09	0·0004159	1·52	0·0007822	1·95	0·0012628
1·10	0·0004232	1·53	0·0007921	1·96	0·0012754
1·11	0·0004304	1·54	0·0008020	1·97	0·0012880
1·12	0·0004378	1·55	0·0008120	1·98	0·0013006
1·13	0·0004452	1·56	0·0008221	1·99	0·0013134
1·14	0.0004527	1·57	0·0008322	2·00	0·0013262
1·15	0·0004602	1·58	0·0008424	2·01	0·0013390
1·16	0·0004678	1·59	0·0008527	2·02	0·0013519
1·17	0·0004754	1·60	0·0008630	2·03	0·0013649
1·18	0·0004831	1·61	0·0008733	2·04	0·0013779

Digitized by Google

u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$
2·05	0·0013910	2·37	0·0018427	2·69	0·0023578
2·06	0·0014042	2·38	0·0018579	2·70	0·0023749
2·07	0·0014174	2·39	0·0018731	2·71	0·0023921
2·08	0·0014307	2·40	0·0018883	2·72	0·0024093
2·09	0·0014440	2·41	0·0019037	2·73	0·0024266
2·10	0·0014574	2·42	0·0019190	2·74	0·0024440
2·11	0·0014709	2·43	0·0019345	2·75	0·0024614
2·12	0·0014844	2·44	0·0019500	2·76	0·0024789
2·13	0·0014980	2·45	0·0019656	2·77	0·0024985
2·14	0·0015117	2·46	0·0019812	2·78	0·0025141
2·15	0·0015254	2·47	0·0019969	2·79	0·0025318
2·16	0·0015392	2·48	0·0020126	2·80	0·0025495
2·17	0·0015530	2·49	0·0020285	2·81	0·0025673
2·18	0·0015669	2·50	0·0020443	2·82	0·0025851
2·19	0·0015809	2·51	0·0020603	2·83	0·0026031
2·20	0·0015949	2·52	0·0020763	2·84	0·0026210
2·21	0·0016090	2·53	0·0020924	2·65	0·0026391
2·22	0·0016231	2·54	0·0021085	2·88	0·0026572
2·23	0·0016373	2·55	0·0021247	2·87	0·0026754
2·24	0·0016516	2·56	0·0021409	2·88	0·0026936
2·25	0·0016659	2·57	0·0021572	2·89	0·0027119
2·26	0·0016803	2·58	0·0021736	2·90	0·0027302
2·27	0·0016948	2·59	0·0021900	2·91	0·0027487
2·28	0·0017093	2·60	0·0022065	2·92	0·0027671
2·29	0·0017239	2·61	0·0022231	2·93	0·0027857
2·30	0·0017385	2·62	0·0022397	2·94	0·0028043
2·31	0·0017532	2·63	0·0022564	2·95	0·0028229
2·32	0·0017680	2·64	0·0022731	2·96	0·0028417
2·33	0·0017828	2·65	0·0022900	2·97	0·0028695
2·34	0·0017977	2·66	0·0023068	2·98	0·0018793
2·35	0·0018126	2·67	0·0023238	2·99	0·0028982
2·36	0·0018277	2·68	0·0023407	3·00	0·0029171

La relation précédente, entre la vitesse moyenne u de l'eau dans un canal, la pente par mètre $\frac{G}{L}$ et les dimensions de la section, est purement empirique et laisse beaucoup à désirer. A coté de cette formule, qui est due à *Prony*, il peut être utile de reproduire ici les résultats les plus importants des expériences postérieures à celles de ce savant hydraulicien.

Si l'on pose avec *Prony*:

$$\frac{\Omega}{S}\frac{G}{L} = \alpha u + \beta u^2$$

Digitized by Google

on a,

d'après *Eytelwein*: $\alpha = 0{\cdot}000024$; $\beta = 0{\cdot}000366$
d'après *Lahmeyer*: $\alpha = 0{\cdot}000022$; $\beta = 0{\cdot}000378$

et, comme moyenne des résultats des trois observateurs:

$$\alpha = 0{\cdot}000030;\ \beta = 0{\cdot}000351.$$

Dans les expériences faites sur le Mississipi, on est arrivé à une relation d'un genre tout différent. D'après ces expériences, en désignant par B la largeur à la surface et en posant

$$k = \frac{0{\cdot}284}{\sqrt{\frac{\Omega}{B} + 0{\cdot}46}}$$

on est arrivé à la formule:

$$\left(0{\cdot}93\ u + \frac{1}{6}\sqrt{k\,u}\right)^2 = 59{\cdot}4\,\frac{\Omega}{B+S}\sqrt{\frac{G}{L}}$$

qu'on peut ramener à la forme plus simple:

$$u = m\sqrt{\left(\frac{\Omega}{B+S}\sqrt{\frac{G}{L}}\right)}$$

où le coefficient m, fonction de la profondeur moyenne $\frac{\Omega}{B}$ et de la vitesse moyenne u, est donné par la table suivante:

$\frac{\Omega}{B} =$	0·25	0·50	1	2	4	8	16
u = 0·5	7·25	7·31	7·40	7·50	7·61	7·70	7·80
u = 1·0	7·53	7·59	7·65	7·73	7·80	7·88	7·94
u = 1·5	7·66	7·71	7·76	7·83	7·90	7·95	8·01
u = 2·0	7·75	7·79	7·84	7·90	7·95	8·00	8·05
u = 2·5	7·80	7·84	7·89	7·94	7·99	8·04	8·08

D'importantes expériences, sur le mouvement de l'eau dans les canaux, effectuées, de 1856 à 1864, sous la direction de *Darcy* et de *Bazin*, ont fait ressortir l'influence des parois du canal. On a trouvé que la vitesse moyenne u pouvait s'exprimer par la relation:

Digitized by Google

$$u = \sqrt{\frac{\frac{\Omega}{S}\,\frac{G}{L}}{\alpha + \beta\,\frac{S}{\Omega}}}$$

les coefficients α et β ayant les valeurs suivantes:

1° Pour des parois très unies de ciment lissé, sans sable, ou de bois soigneusement raboté	$\alpha = 0{\cdot}00015$; $\beta = 0{\cdot}0000045$
2° Pour des parois lisses en mortier de ciment, en pierre de tailles, en briques	$\alpha = 0{\cdot}00019$; $\beta = 0{\cdot}0000124$
3° Pour des parois peu unies, en maçonnerie de meulière . . .	$\alpha = 0{\cdot}00024$; $\beta = 0{\cdot}00006$
4° Pour des parois en terre . .	$\alpha = 0{\cdot}00028$; $\beta = 0{\cdot}00035$

Jusqu'à ce jour, on doit donc adopter, pour les parois naturelles et spécialement pour les grands fleuves, les résultats des mesures effectuées sur le Mississipi, pour les canaux et les rigoles artificielles, ceux des expériences de *Darcy* et *Bazin*.

CONDUITE DE L'EAU DANS LES TUYAUX.

157.

Perte de charge due au frottement de l'eau contre les parois des tuyaux.

Si on désigne par:

Ω la section,
C la circonférence,
L la longueur,
D le diamètre,
u la vitesse de l'eau,
} du tuyau (en mètres),

$\alpha = 0{\cdot}00001733$
$\beta = 0{\cdot}0003483$
} deux coefficients,

z la hauteur de la colonne d'eau, dont le poids est capable de vaincre la résistance du frottement de l'eau sur les parois du tuyau,

on a la relation suivante:

Digitized by Google

a) Pour des tuyaux d'un profil quelconque:

$$z = L \frac{G}{\Omega} (\alpha u + \beta u^2)$$

b) Pour des tuyaux cylindriques:

$$z = \frac{4 L}{D} (\alpha u + \beta u^2)$$

La table suivante donne, pour différentes valeurs de u, les valeurs correspondantes de $\alpha u + \beta u^2$.

Table pour le calcul du frottement de l'eau sur les parois des tuyaux.

u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$
0·01	0·0000002	0·30	0·0000365	0·59	0·0001315
0·02	0·0000005	0·31	0·0000388	0·60	0·0001358
0·03	0·0000008	0·32	0·0000412	0·61	0·0001402
0·04	0·0000013	0·33	0·0000436	0·62	0·0001446
0·05	0·0000017	0·34	0·0000462	0·63	0·0001491
0·06	0·0000023	0·35	0·0000487	0·64	0·0001537
0·07	0·0000029	0·36	0·0000514	0·65	0·0001584
0·08	0·0000036	0·37	0·0000541	0·66	0·0001631
0·09	0·0000044	0·38	0·0000569	0·67	0·0001679
0·10	0·0000052	0·39	0·0000597	0·68	0·0001728
0·11	0·0000061	0·40	0·0000627	0·69	0·0001778
0·12	0·0000071	0·41	0·0000656	0·70	0·0001828
0·13	0·0000081	0·42	0·0000687	0·71	0·0001879
0·14	0·0000093	0·43	0·0000718	0·72	0·0001930
0·15	0·0000004	0·44	0·0000750	0·73	0·0001982
0·16	0·0000117	0·45	0·0000783	0·74	0·0002035
0·17	0·0000130	0·46	0·0000817	0·75	0·0002089
0·18	0·0000144	0·47	0·0000851	0·76	0·0002143
0·19	0·0000159	0·48	0·0000886	0·77	0·0002198
0·20	0·0000174	0·49	0·0000921	0·78	0·0002254
0·21	0·0000190	0·50	0·0000957	0·79	0·0002310
0·22	0·0000207	0·51	0·0000994	0·80	0·0002368
0·23	0·0000224	0·52	0·0001032	0·81	0·0002425
0·24	0·0000242	0·53	0·0001070	0·82	0·0002484
0·25	0·0000261	0·54	0·0001109	0·83	0·0002543
0·26	0·0000280	0·55	0·0001149	0·84	0·0002603
0·27	0·0000301	0·56	0·0001189	0·85	0·0002663
0·28	0·0000322	0·57	0·0001230	0·86	0·0002725
0·29	0·0000343	0·58	0·0001272	0·87	0·0002787

Digitized by Google

u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$
0·88	0·0002849	1·32	0·0006297	1·76	0·0011093
0·89	0·0002913	1·33	0·0006391	1·77	0·0011217
0·90	0·0002977	1·34	0·0006486	1·78	0·0011343
0·91	0·0003042	1·35	0·0006581	1·79	0·0011469
0·92	0·0003107	1·36	0·0006677	1·80	0·0011596
0·93	0·0003173	1·37	0·0006774	1·81	0·0011723
0·94	0·0003240	1·38	0·0006871	1·82	0·0011851
0·95	0·0003308	1·39	0·0006970	1·83	0·0011980
0·96	0·0003376	1·40	0·0007069	1·84	0·0012110
0·97	0·0003445	1·41	0·0007168	1·85	0·0012240
0·98	0·0003515	1·42	0·0007268	1·86	0·0012371
0·99	0·0003585	1·43	0.0007369	1·87	0·0012502
1·00	0·0003656	1·44	0·0007471	1·88	0·0012635
1·01	0·0003728	1·45	0·0007573	1·89	0·0012768
1·02	0·0003800	1·46	0·0007677	1·90	0·0012901
1·03	0·0003873	1·47	0·0007780	1·91	0·0013036
1·04	0·0003947	1·48	0·0007885	1·92	0·0013171
1·05	0·0004022	1·49	0·0007990	1·93	0·0013307
1·06	0·0004097	1·50	0 0008096	1·94	0·0013443
1·07	0·0004173	1·51	0·0008202	1·95	0·0013581
1·08	0·0004249	1·52	0·0008310	1·96	0·0013718
1·09	0·0004327	1·53	0·0008418	1·97	0·0013857
1·10	0·0004405	1·54	0·0008526	1·98	0.0013996
1·11	0·0004483	1·55	0·0008636	1·99	0·0014136
1·12	0·0004563	1·56	0·0008746	2·00	0·0014277
1·13	0·0004643	1·57	0·0008856	2·01	0·0014418
1·14	0·0004724	1·58	0·0008968	2·02	0·0014560
1·15	0·0004805	1·59	0·0009080	2·03	0·0014703
1·16	0·0004887	1·60	0·0009193	2·04	0·0014847
1·17	0·0004970	1·61	0·0009306	2·05	0·0014991
1·18	0·0005054	1·62	0·0009420	2·06	0·0015136
1·19	0·0005138	1·63	0·0009535	2·07	0·0015281
1·20	0·0005223	1·64	0·0009651	2·08	0·0015428
1·21	0·0005309	1·65	0·0009767	2·09	0·0015575
1·22	0·0005395	1·66	0·0009884	2·10	0·0015722
1·23	0·0005482	1·67	0·0010002	2·11	0·0015871
1·24	0·0005570	1·68	0·0010120	2·12	0·0016020
1·25	0·0005658	1·69	0·0010240	2·13	0·0016169
1·26	0·0005747	1·70	0·0010359	2·14	0·0016320
1·27	0·0005837	1·71	0·0010480	2·15	0·0016471
1·28	0·0005928	1·72	0·0010601	2·16	0·0016623
1·29	0·0006019	1·73	0·0010723	2·17	0·0016775
1·30	0·0006111	1·74	0·0010845	2·18	0·0016928
1·31	0·0006204	1·75	0·0010969	2·19	0·0017082

Digitized by Google

u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$
2·20	0·0017237	2·47	0·0021675	2·74	0·0026621
2·21	0·0017392	2·48	0·0021849	2·75	0·0026814
2·22	0·0017548	2·49	0·0022024	2·76	0·0027007
2·23	0·0017705	2·50	0·0022199	2·77	0·0027202
2·24	0·0017862	2·51	0·0022376	2·78	0·0027397
2·25	0·0018021	2·52	0·0022553	2·79	0·0027592
2·26	0·0018179	2.53	0·0022730	2·80	0·0027789
2·27	0·0018339	2·54	0·0022908	2·81	0·0027986
2·28	0·0018499	2·55	0·0023087	2·82	0·0028184
2·29	0·0018660	2·56	0·0023267	2·83	0·0028382
2·30	0·0018832	2·57	0·0023448	2·84	0·0028581
2·31	0·0018984	2·58	0·0023629	2·85	0·0028781
2·32	0 0019147	2·59	0·0023810	2·86	0·0028982
2·33	0·0019310	2·60	0·0023993	2·87	0·0029183
2·34	0·0019475	2·61	0·0024176	2·88	0·0029395
2·35	0·0019640	2·62	0·0024360	2·89	0·0029588
2·36	0·0019806	2·63	0·0024545	2·90	0·0029791
2·37	0·0019972	2·64	0·0024730	2·91	0·0029995
2·38	0·0020139	2·65	0·0024916	2·92	0·0030200
2·39	0·0020307	2·66	0·0025102	2·93	0·0030405
2·40	0·0020476	2·67	0·0025290	2·94	0·0030612
2·41	0·0020645	2·68	0·0025478	2·95	0·0030819
2·42	0·0020815	2·69	0·0025667	2·96	0·0031026
2·43	0·0020985	2·70	0·0025856	2·97	0·0031234
2·44	0·0021157	2·71	0·0026046	2·98	0·0031443
2·45	0·0021329	2·72	0·0026237	2·99	0·0031653
2·46	0·0021502	2·73	0·0026429	3·00	0·0031863

La formule b), pour les tuyaux à section circulaire, et les valeurs des coefficients α et β, ont été déduites par *Prony* d'anciennes expériences, dans lesquelles la vitesse u atteignait au plus 2$^{m.}$ par seconde. Si l'on pose, pour la perte de charge:

$$z = \lambda \frac{L}{D} \frac{u_2}{2g}$$

les expériences de *Weisbach*, dans lesquelles les vitesses étaient beaucoup plus grandes, montrent que la valeur de λ est donnée assez exactement par l'expression:

$$\lambda = 0{\cdot}0144 + \frac{0{\cdot}00947}{\sqrt{u}}$$

Digitized by Google

Des expériences de *Darcy* il résulte que le coefficient λ est une fonction de u et de D. Ces expériences font, en outre, ressortir l'influence de la matière et de l'état de la surface des tuyaux. *Gauchler* en a déduit la relation:

$$\sqrt{u} + \frac{D}{4}\sqrt[4]{u} = \alpha\sqrt[3]{D}\sqrt[3]{\frac{z}{L}}$$

d'où l'on tire:

$$\lambda = \frac{2g}{\alpha^4}\,\frac{\left(1 + \frac{D}{4\sqrt[4]{u}}\right)^4}{\sqrt[3]{D}}$$

Dans cette formule on doit prendre:

pour les tuyaux neufs en fonte	. .	$\alpha = 6{\cdot}625$
" " " en tôle	. . . . .	$\alpha = 7{\cdot}0$
" " " bitumés	. . . . .	$\alpha = 7{\cdot}0$
" " " en plomb	. . . .	$\alpha = 7{\cdot}0$
" " " en fer étiré	. . .	$\alpha = 6{\cdot}4$

Dans les tuyaux en fonte, recouverts de rouille et de dépôts, α peut descendre jusqu'à 5·5 et la valeur primitive de λ doit, dans ce cas, être augmentée dans le rapport $\left(\frac{6{\cdot}625}{5{\cdot}5}\right)^4 = 2{\cdot}1$.

La table suivante contient les valeurs de λ pour $\alpha = 6{\cdot}625$ et pour différentes valeurs de D et de u.

D =	0·05	0·1	0·2	0·4	0·8
u = 0·5	0·0293	0·0247	0·0219	0·0217	0·0257
u = 1	0·0290	0·0242	0·0212	0·0202	0·0227
u = 2	0·0288	0·0238	0·0205	0·0191	0·0204
u = 4	0·0286	0·0235	0·0200	0·0182	0·0186

Pour une valeur donnée de u, le minimum de λ correspond à:

$$D = \frac{4}{11}\sqrt[4]{u}$$

Ainsi, pour u = 0·5 1 2 4 mètres
à D = 0·306 0·364 0·432 0·514

Digitized by Google

Dans les projets, il convient, pour les tuyaux en fonte, d'augmenter de 50 p. %, au moins, les valeurs de λ données par la table, afin de tenir compte de l'augmentation de résistance due aux dépôts intérieurs.

158.

Perte de charge par les coudes.

Si on désigne par:

u la vitesse de l'eau dans le tuyau,
r le rayon du coude,
s la longueur de l'arc de la partie courbe,
z la perte de charge due au coude.

On a, si toutes les dimensions sont exprimées en mètres:

$$z = \frac{u^2}{2g}\left(0{\cdot}0039 + 0{\cdot}0186\, r\right)\frac{s}{r^2}$$

Cette formule a été déduite par *Navier* des expériences de *Dubuat.*

Avec la relation:

$$z = \zeta\,\frac{u^2}{2g}$$

Weisbach, en partant de ses propres expériences et de celles de *Dubuat,* a trouvé, dans le cas d'un coude à 90°, pour un tuyau de diamètre ϱ:

$$\zeta = 0{\cdot}131 + 1{\cdot}847\left(\frac{\varrho}{r}\right)^{\frac{7}{2}}$$

Pour $\frac{\varrho}{r} =$	0·1	0·2	0·3	0·4	0·5
on a: $\zeta =$	0·131	0·138	0·158	0·206	0·294

Pour les tuyaux à coudes, où la direction du mouvement de l'eau varie brusquement de l'angle 2α, *Weisbach* a trouvé:

$$\zeta = 0{\cdot}9457 \sin.^2 \alpha + 2{\cdot}047 \sin.^4 \alpha$$

Pour $\alpha =$	10°	20°	30°	40°	50°
on a: $\zeta =$	0·046	0·139	0·364	0·740	0·984

Digitized by Google

159.

Pertes de charges par les étranglements. Pl. XXXII.

a) Un étranglement, comme celui de la figure 16, occasionne une perte de charge:

$$z = \frac{u^2}{2g}\left(\frac{\Omega}{\Omega_1 k_1} - 1\right)^2$$

u est la vitesse dans la section Ω,
Ω la section du tuyau,
Ω_1 la section de l'ouverture,
k_1 le coefficient de contraction.

b) Un étranglement, comme celui de la figure 17, produit une perte de charge:

$$z = \frac{u^2}{2g}\left[\left(\frac{\Omega}{\Omega_1}\right)^2\left(\frac{1}{k_1} - 1\right)^2 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_1} - \frac{\Omega}{\Omega_2}\right)^2\right]$$

u est la vitesse dans la section Ω,
Ω la section du premier tuyau,
Ω_1, Ω_2 les sections des deux tuyaux suivants,
k_1 le coefficient de contraction pour le passage de Ω à Ω_1.

c) Un renflement, tel que celui de la figure 18, donne une perte de charge:

$$z = \frac{u^2}{2g}\left[\left(1 - \frac{\Omega}{\Omega_1}\right)^2 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_2}\right)^2\left(\frac{1}{k_2} - 1\right)^2\right]$$

$\Omega, \Omega_1, \Omega_2$ sont les sections des trois tuyaux,
u la vitesse de l'eau dans la section Ω,
k_2 le coefficient de contraction pour le passage de Ω_1 à Ω_2.

Le coefficient k_2 dépend du rapport des sections $\frac{\Omega_2}{\Omega_1}$, exactement comme le coefficient k_1 dépend du rapport $\frac{\Omega_1}{\Omega}$. D'après les expériences de *Weisbach*, on a:

pour $\frac{\Omega_1}{\Omega}$ =	0·1	0·2	0·3	0·4	0·5
k_1 =	0·624	0·632	0·643	0·659	0·681
pour $\frac{\Omega_1}{\Omega}$ =	0·6	0·7	0·8	0·9	1·0
k_1 =	0·712	0·755	0·813	0·892	1·000

Digitized by Google

160.

Vitesse d'écoulement de l'eau d'un tuyau de conduite.

a) Procédé général.

H est la chute totale, c'est-à-dire la hauteur du niveau de l'eau, dans le réservoir supérieur, au-dessus du centre de l'orifice,

S la somme des pertes de charge, provenant du frottement, des coudes, des étranglements, des renflements, etc.,

h la hauteur de chute ou de vitesse, qui correspond à la vitesse d'écoulement.

On a:

$$H = S + h$$

La somme S doit être déterminée, dans chaque cas spécial. d'après la disposition de la conduite, suivant les indications des N°s 157, 158, 159; on peut ensuite calculer, au moyen de l'équation précédente, la vitesse d'écoulement $\sqrt{2\,g\,h}$, qui correspond à la hauteur h.

b) Si une canalisation composée de tuyaux, ne renferme ni coudes ni rétrécissements, ou si l'on en néglige l'influence, en ne considérant que la résistance due au frottement, on a, pour un tuyau d'un diamètre constant et ouvert entièrement par le bas:

$$u = -\frac{0{\cdot}02488\,L}{L + 36{\cdot}6\,D} + \sqrt{\left[\frac{717{\cdot}8\,H\,D}{L + 36{\cdot}6\,D} + \left(\frac{0{\cdot}02488\,L}{L + 36{\cdot}6\,D}\right)^2\right]}$$

L est la longueur des tuyaux,
D le diamètre de ces tuyaux,
H la chute totale,
u la vitesse d'écoulement,
$g = 9{\cdot}809$.

Si l'on ne veut pas introduire la résistance due au frottement calculée d'après la formule de *Prony*, on doit poser:

$$u = \sqrt{\frac{2\,g\,H}{1 + \lambda\,\frac{L}{D}}}$$

λ étant une fonction de u ou de D et de u. En partant d'une première valeur de λ, on trouve une première valeur approchée de u, d'où on déduit une valeur corrigée de λ, laquelle fournit ensuite une valeur plus exacte de u.

Digitized by Google

Si la longueur du tuyau de conduite est telle qu'on puisse négliger 36·6 D par rapport à L, on a :

$$u = -0{\cdot}02488 + 26{\cdot}79 \sqrt{\frac{H\,D}{L}}$$

Si la vitesse u est plus grande que $0^{m}{\cdot}6$, on peut prendre :

$$u = 26{\cdot}4 \sqrt{\frac{H\,D}{L + 35{\cdot}5\,D}}$$

161.

Hauteur de chute nécessaire pour qu'une conduite de longueur L et de diamètre D puisse débiter, par seconde, une quantité d'eau Q (en mètres cubes).

On commence par calculer u d'après la formule :

$$u = \frac{Q}{\frac{1}{4}\,D^2\,\pi}$$

et on trouve la hauteur de chute H par l'équation suivante :

$$H = \frac{u^2}{2\,g} + \frac{4\,L}{D}\,(\alpha\,u + \beta\,u^2)$$

où $\alpha = 0{\cdot}00001733$, $\beta = 0{\cdot}0003483$.

On peut encore se servir de la formule :

$$H = \left(1 + \lambda\,\frac{L}{D}\right)\frac{u^2}{2\,g}$$

où λ est à déterminer d'après le N°. 157.

162.

Diamètre à donner à une conduite de tuyaux pour débiter une quantité d'eau Q (mètres cubes), par seconde, avec une chute donnée.

On obtient approximativement ce diamètre au moyen de l'expression :

$$D = 0{\cdot}2955 \sqrt[5]{\frac{L\,Q^2}{H}}$$

Digitized by Google

On le trouve plus exactement par les équations:

$$H = \frac{u^2}{2g} + \frac{4L}{D}(\alpha u + \beta u^2)$$

$$Q = \frac{1}{4} D^2 \pi u$$

en opérant de la manière suivante: On calcule, pour une série de valeurs de u, les valeurs correspondantes de D par la formule:

$$D = \sqrt{\frac{4Q}{\pi u}}$$

on substitue ensuite chaque couple des valeurs correspondantes de u et D dans l'expression de H. Les valeurs de u et D, qui satisfont à cette équation sont les quantités cherchées. Ce calcul est facile, si l'on prend, dans la table du N°. 157, les valeurs de $\alpha u + \beta u^2$.

On peut encore procéder par approximations. On prend des valeurs correspondantes de λ et de D et on s'en sert pour calculer:

$$u_1 = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \lambda \frac{L}{D}}} \text{ et } D_1 = \sqrt{\frac{LQ}{u_1 \pi}}$$

Ces valeurs approchées u_1 et D_1 de u et de D permettent de déterminer la valeur λ_1 de λ, laquelle fournit les valeurs corrigées:

$$u_2 = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \lambda_1 \frac{L}{D}}}; \; D_2 = \sqrt{\frac{LQ}{u_2 \pi}}$$

et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on arrive, dans la série des valeurs $D_1, D_2, D_3 \ldots$, à une différence assez faible entre deux consécutives pour pouvoir en conclure la valeur de D.

163.

Diamètre à donner à des tuyaux, qui doivent débiter une certaine quantité d'eau, pour que la perte de charge ne soit qu'une fraction donnée de la charge totale.

Si on désigne par:

p le rapport de la perte de charge donnée à la charge totale,

u la vitesse de l'eau dans le tuyau,

Digitized by Google

L, D, α, β, H, les mêmes quantités que dans les N^os^. précédents,

On a, pour la détermination de D, les équations:

$$4 \frac{L}{D} (\alpha u + \beta u^2) = p H$$

$$\frac{1}{4} D^2 \pi u = Q$$

d'où l'on peut tirer facilement D et u, en prenant, pour u, une série de valeurs admissibles, et en calculant les valeurs correspondantes de D par la formule:

$$D = \sqrt{\frac{4 Q}{\pi u}}$$

Les valeurs de u et D étant ensuite substituées dans l'équation qui contient p, on prend finalement les valeurs de u et D qui satisfont à cette équation.

On peut encore utiliser les équations:

$$u = \sqrt{\frac{2 g p H}{\lambda \frac{L}{D}}}; \quad D = \sqrt{\frac{4 Q}{\pi u}}$$

en opérant par approximations successives, comme au N°. 162.

Le diamètre est donné approximativement par l'expression:

$$D = 0{\cdot}2955 \sqrt[5]{\frac{L Q^2}{p H}}$$

164.

Maximum de travail qu'on puisse obtenir pour l'eau circulant dans des conduites forcées, de dimensions données.

On commence par calculer la vitesse la plus convenable de l'eau dans les tuyaux, au moyen de l'expression:

$$u = - 0{\cdot}0166 + \sqrt{0{\cdot}000275 + 239 \frac{H D}{L}}$$

et le maximum de travail de l'eau (exprimé en kilogrammètres) est alors représenté par:

$$1000 \frac{D^2 \pi}{4} u \left[H - \frac{4 L}{D} (\alpha u + \beta u^2)\right]$$

Digitized by Google

D'une manière générale, le travail utile de l'eau (déduction faite des pertes dues aux résistances) est donné par l'expression :

$$1000 \frac{D^2 \pi}{4} u \left[H - \left(\zeta + \lambda \frac{L}{D}\right) \frac{u^2}{2g}\right]$$

ζ désignant un coefficient, qui représente les résistances dues aux frottements, aux coudes, aux étranglements, etc. Le maximum de cette fonction, par rapport à u, doit, en général, être déterminé par expérience, en tenant compte de la relation qui existe entre λ et u. Si l'on fait abstraction de cette relation, la vitesse la plus avantageuse est :

$$u = \sqrt{\frac{2 g H}{3\left(\zeta + \lambda \frac{L}{D}\right)}}$$

et, pour cette valeur de u, le maximum de travail de l'eau a pour expression :

$$1000 \frac{D^2 \pi}{4} u \times \frac{2}{3} H.$$

EQUILIBRE ET MOUVEMENT DE L'AIR ET DES GAZ.

165.

Densité des gaz.

La densité d'un gaz est le poids d'un mètre cube de ce gaz à la température de 0° et sous la pression moyenne de l'atmosphère, à laquelle correspond une colonne de mercure de $0^m.760$ de hauteur.

166.

Densités de différents gaz à la température de 0° et sous la pression de $0^m.760$.

	Poids d'un mètre cube.	
Air atmosphérique . . .	1·293	kilogrammes.
Oxygène	1·437	"
Hydrogène	0·089	"
Azote	1·256	"
Oxyde de carbone . . .	1·252	"
Acide carbonique	1·984	"
Gaz des marais	0·723	"
Gaz oléfiant	1·251	"

Digitized by Google

167.

Poids d'un mètre cube de gaz à une température et à une pression quelconques.

Si on désigne par:

γ_0 le poids d'un mètre cube de gaz à la température de 0° et à la pression atmosphérique moyenne,

p la pression (en kilogrammes), par mètre carré, du gaz, dont le poids est à déterminer,

t la température de ce gaz,

γ le poids d'un mètre cube de gaz à la température t° et sous la pression p,

on a:

$$\gamma = \gamma_0 \frac{p}{10333} \frac{1}{1 + 0{\cdot}00367\,t}$$

Pour l'air sec, cette formule devient:

$$\gamma = \frac{p}{7990} \frac{1}{1 + 0{\cdot}00367\,t}$$

168.

Table des poids d'un mètre cube d'air à des températures diverses et sous la pression atmosphèrique.

Température.	Poids d'un mètre cube.	Température.	Poids d'un mètre cube.	Température.	Poids d'un mètre cube.	Température.	Poids d'un mètre cube.
Degrés.	Kilogrammes	Degrés.	Kilogrammes	Degrés.	Kilogrammes	Degrés.	Kilogrammes
0	1·293	40	1·128	150	0·834	350	0·566
5	1·270	60	1·060	200	0 746	400	0·524
10	1·247	80	1·000	250	0·674	450	0·488
20	1·205	100	0·946	300	0·616	500	0·456

169.

Ecoulement d'air ou de gaz d'un récipient, par un orifice en mince paroi.

Soient:

P la pression, sur un mètre carré, à l'intérieur du récipient,

p la pression à l'extérieur,

γ_0 le poids d'un mètre cube de gaz à la température 0° et sous la pression atmosphèrique moyenne,

Digitized by Google

t la température dans l'intérieur du récipient,

$$m = \frac{10333}{\gamma_0} (1 + 0{\cdot}00367\ t),$$

u la vitesse d'écoulement (en mètres),

Ω la section de l'ouverture,

Q la quantité d'air (en kilogrammes) qui sort en 1″,

k le coefficient de contraction, pour l'écoulement par des orifices en minces parois, et qui est compris entre 0·61 et 0·62,

on a:

$$u = \sqrt{2\,g\,m \times 2{\cdot}3026 \log.\ \text{vulg.} \left(\frac{P}{p}\right)}$$

$$Q = k\,u\,\Omega\,\frac{p}{m}$$

Pour l'air atmosphérique, à la température de 10°, on a:

$$m = 8283$$

et l'expression précédente devient:

$$u = 612 \sqrt{\log.\ \text{vulg.} \left(\frac{P}{p}\right)}$$

Ces formules reposent sur l'hypothèse que la température de l'air qui s'écoule ne varie pas. En réalité, cette température s'abaisse près de l'orifice et les formules doivent être établies d'après la théorie mécanique de la chaleur. La différence entre les résultats, fournis par ces deux genres de formules, est d'ailleurs d'autant plus faible que le rapport $\frac{P}{p}$ est plus petit.

Les résultats donnés par la formule précédente sont contenus dans la table ci-contre:

$\frac{P}{p}$ Rapport entre les pressions.	u Vitesse d'écoulement.	$\frac{P}{p}$ Rapport entre les pressions.	u Vitesse d'écoulement.	$\frac{P}{p}$ Rapport entre les pressions.	u Vitesse d'écoulement	$\frac{P}{p}$ Rapport entre les pressions	u Vitesse d'écoulement.
	Mètres.		Mètres.		Mètres.		Mètres.
1·01	40	1·06	97	1·20	172	2·50	386
1·02	57	1·07	105	1·40	234	3·00	423
1·03	69	1·08	112	1·60	277	3·50	451
1·04	80	1·09	118	1·80	309	4·00	475
1·05	89	1·10	125	2·00	336	4·50	495

Digitized by Google

170.

Ecoulement d'air ou de gaz par une longue conduite.

Lorsque l'orifice est pratiqué à l'extrémité d'une longue conduite, il convient d'avoir égard au frottement du fluide contre les parois. Dans ce cas, on a:

$$u = \sqrt{\left\{\frac{2\,g\,m \log.\,nat.\left(\frac{P}{p}\right)}{1 + k^2 \frac{d^4}{D^4}\left[\left(\frac{1}{k_1} - 1\right)^2 + 8\,\alpha\,\frac{L}{D}\right]}\right\}}$$

D est le diamètre des tuyaux,
d le diamètre de l'orifice,
L la longueur de la conduite,
$m = \frac{10333}{\gamma_0}(1 + 0{\cdot}00367\ t)$,
$\alpha = 0{\cdot}00315$,
k_1 le coefficient de contraction d'entrée de l'air dans les conduites,
k le coefficient de contraction pour l'orifice de sortie,
P la pression à l'entrée des conduites ou dans le récipient,
p la pression du milieu dans lequel a lieu l'écoulement,
u la vitesse d'écoulement.

171.

Vitesse d'écoulement lorsque la pression a été observée en un point quelconque de la conduite.

Soit π la pression observée en un point, dont la distance à l'orifice est l. En gardant les notations du N°. précédent, on a la relation:

$$u = \sqrt{\left\{\frac{2\,g\,m \log.\,nat.\left(\frac{\pi}{p}\right)}{1 + 8\,\alpha\,l\,\frac{d^4}{D^5}\,k^2}\right\}}$$

172.

Détermination de la pression π à une distance l de l'orifice.

Pour déterminer π, on a la relation suivante (en gardant les notations des deux N^os^. précédents):

$$\log.\,nat.\left(\frac{\pi}{p}\right) = \log.\,nat.\left(\frac{P}{p}\right)\frac{1 + 8\,\alpha\,k^2\,\frac{l\,d^4}{D^5}}{1 + k^2\frac{d^4}{D^4}\left[\left(\frac{1}{k_1} - 1\right)^2 + \frac{8\,\alpha\,L}{D}\right]}$$

Digitized by Google

173.

Tableau des coefficients d'écoulement.

Hauteur de la colonne d'eau en mètres.	Coefficients d'écoulement k		
	pour orifices en minces parois.	pour ajutages coniques; inclinaison environ 3°.	pour ajutages cylindriques.
0·016	0·615	0·905	0·776
0·033	0·610	0·897	
0·065	0·604	0·888	
0·097	0·599	0·880	
0·130	0·595	0·874	
0·162	0·591	0·869	0·746
0·195	0·588	0·865	
0·227	0·585	0·859	
0·260	0·582	0·855	
0·292	0·579	0·851	
0·325	0·577	0·847	0·728
0·487	0·565	0·831	
0·650	0·556	0·817	0·702
0·814	0·548	0·805	
0·975	0·540	0·794	0·682
1·140	0·534	0·784	
1·300	0·527	0·775	0·665
1·625	0·515	0·757	0·650
1·950	0·505	0·742	0·637
2·275	0·495	0·728	0·625

174.

Résistance des corps dans l'eau ou dans l'air.

Si on désigne par:

U la vitesse relative du fluide, par rapport au corps, ou du corps par rapport au fluide (en mètres),

A la plus grande section immergée du corps (en mètres carrés),

γ le poids d'un mètre cube du fluide; pour l'eau $\gamma = 1000$, pour l'air $\gamma = 1·293$,

$H = \frac{U^2}{2g}$ la hauteur de charge correspondant à U,

Digitized by Google

m un coefficient d'expérience, qui n'est pas constant, et qui dépend de plusieurs circonstances,
W la résistance du corps dans le fluide (en kilogrammes),
on peut écrire approximativement:

$$W = m \gamma A \frac{U^2}{2g}$$

Formule dans laquelle on peut, à la rigueur, adopter pour m les valeurs suivantes:

a) Surface plane en repos dans un fluide en mouvement (normalement à la surface):

$$m = 1{\cdot}16 + 2{\cdot}3 \sqrt{A}$$

Cette valeur peut être utilisée pour toutes les valeurs de A inférieures à 0·25.

b) Pour une surface en mouvement dans un liquide en repos (direction du mouvement dans le sens de l'axe du corps):

$$m = 1{\cdot}43.$$

Cette valeur a été déterminée par *Dubuat* pour de petites surfaces, où A était inférieur à 0·1. Les expériences de *Didion* et de *Thibault* ont donné, en moyenne, pour des surfaces où A allait jusqu'à 1 mètre carré:

$$m = 1{\cdot}59 + \frac{0{\cdot}565}{U^2}$$

Du reste, dans ce cas, comme pour *a)* le coefficient m doit croître avec A, dans des limites assez faibles.

c) Pour un corps prismatique en repos dans un fluide en mouvement:

$$m = \left(1{\cdot}52 - 0{\cdot}06 \frac{L}{\sqrt{A}}\right)$$

où L désigne la longueur du corps. Cette formule ne donne des résultats approchés que dans le cas où on a $\frac{L}{\sqrt{A}} < 3$.

D'après les expériences de *Dubuat* et de *Duchemin*, on a, en moyenne:

pour $\frac{L}{\sqrt{A}}$ =	0	1	2	3	6
m =	1·86	1·46	1·35	1·32	1·26

Digitized by Google

Ces nombres doivent être utilisés comme nombres proportionnels, si, pour L = 0, d'après *a)*, le coefficient m a une valeur différente de 1·86.

d) Pour un corps prismatique en mouvement dans un liquide en repos:

$$m = \left(1{\cdot}25 - 0{\cdot}05 \frac{L}{\sqrt{A}}\right)$$

D'après *Dubuat*, on a, dans ce cas:

pour $\frac{L}{\sqrt{A}}$ =	0	1	3
m =	1·43	1·17	1·10

D'après *Duchemin*, m augmente constamment avec L, de sorte qu'à ce point de vue il y aurait lieu d'établir une différence entre les cas *b)* et *c)*.

e) Pour une sphère qui se meut dans un fluide:

$$m = 0{\cdot}672 + 0{\cdot}000737\ \dot{U}$$

En moyenne, d'après les recherches de *Borda* et de *Hutton*, pour des vitesses modérées, on aurait, dans ce cas, m = 0·58.

D'après *Piobert*, pour le mouvement, dans l'eau, d'une sphère de 0·1 à $0^{m}{\cdot}2$ de diamètre, on aurait m = 0·47. Pour le mouvement des boulets dans l'air:

$$m = 0{\cdot}451\ (1 + 0{\cdot}0023\ U).$$

f) Pour un corps prismatique, avec une proue arrondie en demi-cercle:

$$m = 0{\cdot}5$$

g) Pour un corps prismatique, avec une proue taillée en coin:

$$m = 0{\cdot}75 \sin \alpha$$

α étant la moitié de l'angle du coin.

D'après *Dubuat*, *Bossut*, *d'Alembert* et *Condorcet*, on doit prendre dans ce cas:

pour α =	90°	78°	66°	54°	42°	30°	18°	6°
m =	1·10	1·06	0·93	0·84	0·59	0·48	0·45	0·44

Digitized by Google

en supposant que la longueur du corps, dans la direction du mouvement, soit 5 à 6 fois son diamètre.

h) Pour des bateaux à vapeur bien construits:

$$m = 0{\cdot}16 \text{ à } 0{\cdot}18.$$

Pour de grands navires à vapeur, m est notablement plus petit, 0·08 à 0·10 d'après *Campaignac.*

Digitized by Google

CHAPITRE VI.

ROUES HYDRAULIQUES.

Planches XXXII et XXXIII.

175.

Notations.

Dans les résultats que nous donnons ci-après, pour le calcul et la construction des roues hydrauliques, les différentes notations ont les significations suivantes:

H est la chute, c-à-d. la hauteur du niveau de l'eau dans le canal d'alimentation au-dessus du niveau du canal de décharge,

Q le volume d'eau (en mètres cubes) qui s'écoule en 1″,

$E_a = 1000\ Q\ H$ le travail théorique de l'eau (en kilogrammètres),

$N_a = \frac{E_a}{75}$ le même travail (exprimé en chevaux-vapeur),

E_n, N_n, l'effet utile de la roue hydraulique (en kilogrammètres et en chevaux-vapeur),

R le rayon de la roue,

a la profondeur de la roue, c-à-d. la différence entre ses rayons extérieur et intérieur,

b la largeur de la roue, c-à-d. la dimension, parallèle à l'axe, des palettes ou des augets,

c la longueur a f, Fig. 5, Pl. XXXIII, des parties extérieures d'une palette ou d'un auget. Dans une roue à palettes planes radiales, c = o. Si la roue a des palettes planes et inclinées, c représente la longueur de la palette. Si la palette est courbe,

Digitized by Google

on peut lui substituer (pour le calcul de l'effet) une forme à surfaces planes, qui se rapproche, autant que possible, de la courbe; dans ce cas, c est la longueur de la partie extérieure de cette forme,

β l'angle sous lequel la partie extérieure d'une palette ou aube coupe la circonférence de la roue,

e la distance entre deux palettes consécutives,

$i = \frac{2 R \pi}{e}$ le nombre des palettes,

v la vitesse de la roue à la circonférence,

V la vitesse avec laquelle l'eau atteint la circonférence de la roue. Pour la roue en dessous et la roue Poncelet, on doit poser :

$$V = \sqrt{2 g H}$$

Dans les autres roues, il faut prendre, pour la vitesse V, celle qui correspond à la profondeur du point d'intersection de la surface inférieure de la veine fluide, qui entre dans la roue, avec la circonférence de cette roue,

δ l'angle de la direction de V avec la circonférence de la roue,

γ l'angle que forme le rayon vertical avec celui du point d'entrée (le point d'entrée est le point où la surface inférieure de la veine fluide, qui entre dans la roue, coupe la circonférence de cette roue),

ε le jeu entre les palettes et le coursier (dans le cas où il y a un coursier),

h (dans les roues avec coursier) la hauteur du niveau d'eau, dans l'auget inférieur, au-dessus du niveau dans le canal de décharge; dans une roue en dessus, c'est la hauteur du point le plus bas de la circonférence au-dessus du niveau de l'eau inférieure,

$m = \frac{Q}{a b v}$ le coefficient de remplissage, c-à-d. le rapport entre le volume d'eau Q, qui entre dans la roue en une seconde, et le volume des augets, qui doivent recevoir cette quantité d'eau,

f le coefficient de frottement pour les tourillons,

s la hauteur à laquelle se trouve le centre de gravité de la masse fluide, qui entre dans un auget, au-dessus du point a, immédiatement après le remplissage (Fig. 6, Pl. XXXIII),

S (dans les roues à coursier) la somme des arcs le long desquels l'eau est en contact avec le coursier,

g = 9·808 mètres.

Digitized by Google

RÈGLES POUR LA DISPOSITION ET LA CONSTRUCTION D'UNE ROUE HYDRAULIQUE.

176.

Choix de la machine.

Lorsqu'il s'agit de faire marcher une usine au moyen de la force de l'eau, on doit tout d'abord rechercher la machine motrice, qui réponde le mieux, dans les circonstances données, au but proposé. Si l'on ne doit prendre en considération que le capital d'établissement et l'importance du cours d'eau disponible, on peut, dans la plupart des cas, arriver à un choix convenable, en partant des considérations suivantes.

Désignons par:

K le capital d'établissement, qui peut ou doit être dépensé,

H et Q la chute et la dépense d'eau par seconde,

$N_a > N_n$ un symbole, indiquant que la force disponible est supérieure à celle dont on a besoin,

$N_a = N_n$ un symbole indiquant que la force disponible n'est suffisante qu'avec une utilisation très avantageuse.

Chute et dépense d'eau		Choix à faire		
H	Q	Roue hydraulique en bois.	Roue hydraulique en fer.	Turbine.
au-dessous de 2 mètres	petite ou grande	K petit	1° K grand, H et Q constantes, $N_a > N_n$ 2° K grand, H et Q variables	K grand, H et Q constantes, $N_a = N_n$
entre 2 mètres et 6 mètres	au-dessous de 0·2 mètres cubes	K petit	K grand	dans aucun cas
entre 2 mètres et 6 mètres	plus grande que 0·3 mètres cubes	K petit	K grand	K grand
ou		et	et	et
entre 6 mètres et 12 mètres.	petite ou grande	$N_a = N_n$	$N_a = N_n$	$N_a > N_n$
au-dessus de 12 mètres	petite ou grande	dans aucun cas	dans aucun cas	dans tous les cas

Digitized by Google

177.

Choix d'une roue.

Dès qu'on s'est décidé pour l'établissement d'une roue hydraulique, il s'agit de déterminer l'espèce de roue qu'il faut appliquer dans le cas où on se trouve. Cette question peut être résolue, sans difficulté, au moyen de la Fig. 1, Pl. XXXIII, dans laquelle les chutes sont indiquées sur la ligne supérieure et horizontale, les quantités d'eau (en mètres cubes par seconde), sur la ligne verticale à gauche. Les diverses lignes, droites et courbes, qui sont tracées dans la figure, correspondent aux limites d'application des diverses espèces de roues; la ligne A B indique la plus grande force de l'eau, qui puisse être utilisée par une roue hydraulique.

Pour déterminer, au moyen de cette figure, le choix d'une roue, on cherche, à l'aide des nombres horizontaux, la ligne verticale qui correspond à la chute donnée; ensuite, dans cette ligne, on prend la ligne horizontale qui coïncide avec la dépense donnée. Le point d'intersection de ces deux lignes se trouve dans la région de la roue à choisir. Si la chute donnée est, par exemple, de 3 mètres et la dépense d'eau de 1·5 mètres cubes, ces données conduisent dans la région de la roue à palettes, avec vanne à coulisse.

178.

Effet utile des roues hydrauliques.

Dans la plupart des cas, et surtout pour calculer ses dimensions, il est suffisant de déterminer l'effet utile d'une roue hydraulique d'une manière approximative.

Si les rapports de construction, le coefficient de remplissage et les vitesses ne s'écartent pas beaucoup de ceux que l'on trouve dans les roues existantes, bien construites, on peut admettre les valeurs suivantes, pour le rendement, c-à-d. le rapport de l'effet utile à l'effet absolu:

	Rendement.
Roue en dessous	0·30 à 0·35
Roue avec coursier à contrecourbe	0·40 à 0·50
Roue Poncelet	0·60 à 0·65
Roue à palette avec vanne en déversoir	0·60 à 0·65

Digitized by Google

	Rendement.
Roue à palettes avec vanne à coulisses	0·65 à 0·70
Roue à augets avec vanne à coulisses	0·60 à 0·70
Roue en dessus pour de petites chutes, de 3 à 5 mètres	0·50 à 0·60
Roue en dessus pour de grandes chutes, au-dessus de 5 mètres .	0·60 à 0·75

179.

Dépense d'eau.

Si la quantité d'eau, qui doit agir sur la roue dans une seconde, n'est pas donnée immédiatement, il faut la calculer d'après l'effet utile que la roue doit produire et d'après la chute. Avec les quantités N_n et H, le rendement $\eta = \frac{N_n}{N_a}$ peut être calculé plus exactement qu'au N°. 178, au moyen des formules suivantes :

Roue avec coursier à contrecourbe :

$$\eta = 0{\cdot}97 - \frac{(0{\cdot}09 + 0{\cdot}008\,H)\,v^2 + 0{\cdot}002\,v\sqrt{N_n}}{H} - \frac{0{\cdot}034 + 0{\cdot}05\,H}{v} - (0{\cdot}011 - 0{\cdot}002\,H)\,v^2$$

$v = 1^{m}{\cdot}7$ à 2^{m}, augmente avec H.

Roue à palettes, avec vanne en déversoir :

$$\eta = 0{\cdot}87 - 0{\cdot}006\,v^2 - \frac{0{\cdot}130\,v^2 + 0{\cdot}052 + 0{\cdot}004\,v\sqrt{N_n}}{H}$$

$$v = 1^{m}{\cdot}5;\ \eta = 0{\cdot}856 - \frac{0{\cdot}345 + 0{\cdot}006\sqrt{N_n}}{H}$$

Roue à palettes, avec vanne à coulisses :

$$\eta = 0{\cdot}86 - 0{\cdot}0053\,v^2 - \frac{0{\cdot}136\,v^2 + 0{\cdot}092\,\frac{\sqrt[3]{N_n}}{\sqrt{vH}} + 0{\cdot}0056\,v\sqrt{N_n}}{H}$$

$$v = 1^{m}{\cdot}6;\ \eta = 0{\cdot}846 - \frac{0{\cdot}348 + 0{\cdot}073\,\frac{\sqrt[3]{N_n}}{\sqrt{H}} + 0{\cdot}09\sqrt{N_n}}{H}$$

Digitized by Google

Roue à augets avec vanne à coulisses:

$$\eta = 0{\cdot}94 - \frac{0{\cdot}156\, v^2 + 0{\cdot}634 \dfrac{\sqrt[3]{N_n}}{\sqrt{vH}} + 0{\cdot}0084\, v \sqrt{N_n}}{H}$$

$$v = 1^{m}{\cdot}5;\ \eta = 0{\cdot}94 - \frac{0{\cdot}351 + 0{\cdot}517 \dfrac{\sqrt[3]{N_n}}{\sqrt{H}} + 0{\cdot}013 \sqrt{N_n}}{H}$$

Roue en dessus:

$$\eta = 0{\cdot}91 - \frac{0{\cdot}114\, v^2 + 0{\cdot}5 \dfrac{\sqrt[3]{N_n}}{\sqrt{vH}} + 0{\cdot}1 + 0{\cdot}013\, v \sqrt{N_n}}{H}$$

$$v = 1^{m}{\cdot}5;\ \eta = 0{\cdot}91 - \frac{0{\cdot}357 + 0{\cdot}41 \dfrac{\sqrt[3]{N_n}}{\sqrt{H}} + 0{\cdot}02 \sqrt{N_n}}{H}$$

η étant ainsi déterminé, on peut calculer Q par la formule:

$$Q = \frac{0{\cdot}075}{\eta} \frac{N_n}{H}$$

Approximativement, on peut déterminer la dépense Q (en mètres cubes par seconde) au moyen des relations suivantes, déduites des rendements du N°. précédent:

Roue en dessous	$Q = 0{\cdot}214 \frac{N_n}{H}$ à $0{\cdot}250 \frac{N_n}{H}$
Roue avec coursier à contrecourbe .	$Q = 0{\cdot}150 \frac{N_n}{H}$ à $0{\cdot}187 \frac{N_n}{H}$
Roue Poncelet . . , ...	$Q = 0{\cdot}115 \frac{N_n}{H}$ à $0{\cdot}125 \frac{N_n}{H}$
Roue à palettes avec vanne en déversoir	$Q = 0{\cdot}115 \frac{N_n}{H}$ à $0{\cdot}125 \frac{N_n}{H}$
Roue à palettes avec vanne à coulisses	$Q = 0{\cdot}107 \frac{N_n}{H}$ à $0{\cdot}115 \frac{N_n}{H}$
Roue à augets avec vanne à coulisses	$Q = 0{\cdot}107 \frac{N_n}{H}$ à $0{\cdot}125 \frac{N_n}{H}$

Digitized by Google

Roue en dessus pour de faibles chutes, au-dessous de 5 mètres . . . . . $Q = 0{\cdot}125 \frac{N_n}{H}$ à $0{\cdot}150 \frac{N_n}{H}$

Roue en dessus pour des chutes au-dessus de 5 mètres . . . . . $Q = 0{\cdot}100 \frac{N_n}{H}$ à $0{\cdot}125 \frac{N_n}{H}$

180.

Vitesse v à la circonférence des roues.

Les roues hydrauliques donnent un effet utile satisfaisant et ne sont pas trop grandes, lorsque les vitesses à la circonférence ont les valeurs suivantes:

	Vitesse en mètres à la circonférence de la roue.
Roue en dessous	$v = 0{\cdot}4 \sqrt{2gH}$
Roue avec coursier à contrecourbe . . .	$v = 1{\cdot}5$ à 2 mètres
Roue Poncelet	$v = 0{\cdot}55 \sqrt{2gH}$
Roue à palettes avec vanne en déversoir .	$v = 1^{m}{\cdot}4$
Roue à palettes avec vanne à coulisses . .	$v = 1^{m}{\cdot}6$
Roue à augets avec vanne à coulisses . .	$v = 1^{m}{\cdot}5$
Roue en dessus pour de faibles chutes . .	$v = 1^{m}{\cdot}3$ à $1^{m}{\cdot}5$
Roue en dessus pour de fortes chutes . .	$v = 1^{m}{\cdot}5$

181.

Rayon R des roues.

Les roues hydrauliques donnent un bon effet et ne coûtent pas trop cher, lorsque les rayons sont déterminés d'après les règles suivantes:

Pour la roue en dessous, suivant les localités . . . . . $R = 2^{m}, 3^{m}$ à $3^{m}{\cdot}5$

Pour la roue avec coursier à contrecourbe $R = 1{\cdot}5\,H$ à $2{\cdot}5\,H$

Pour la roue à palettes avec vanne en déversoir . . . . . $R = 1{\cdot}25\,H$ à $1{\cdot}5\,H$

Pour la roue à palettes avec vanne à coulisses . . . . . $R = H$

Pour la roue à augets, avec vanne à coulisses . . . . . $R = \frac{2}{3} H$

Pour la roue en dessus. . . . . $R = \frac{1}{2}\left(H - \frac{V^2}{2g}\right)$

Digitized by Google

Généralement, il faut prendre $V = 2\,v$,

et, dans ce cas, on a . . . . . $R = \frac{1}{2}\left(H - 4\,\frac{v^2}{2g}\right)$

Pour la roue Poncelet . . . . . $R = 2\,H$

182.

Remplissage des roues.

La mesure du remplissage d'une roue est le rapport m entre le volume de l'eau, qui entre dans la roue en une seconde, et le volume des augets qui doivent recevoir cette eau.

Ce coefficient est exprimé par:

$$m = \frac{Q}{a\,b\,v}$$

Le remplissage, pour les roues à palettes, ne doit pas être supérieur à $\frac{1}{2}$, et, pour les roues à augets, à $\frac{1}{3}$; on a alors:

Pour les roues à palettes:

$$m = \frac{Q}{a\,b\,v} = \frac{1}{2} \text{ environ}$$

Pour les roues à augets:

$$m = \frac{Q}{a\,b\,v} = \frac{1}{5},\ \frac{1}{4} \text{ à } \frac{1}{3}.$$

183.

Volume d'eau qui entre dans la capacité formée par deux aubes consécutives ou dans celle d'un auget.

Lorsque le coefficient de remplissage est connu, on trouve le volume d'eau, en mètres cubes, qui entre dans la capacité d'un auget, en multipliant cette capacité par le coefficient de remplissage. Ce volume d'eau est aussi représenté par $Q\,\frac{e}{v}$.

184.

Rapport entre la largeur b et la profondeur a d'une roue.

La comparaison d'un très grand nombre de roues exécutées a conduit à adopter les rapports suivants, qui donnent des proportions convenables:

Digitized by Google

Pour les roues à palettes:

$$\frac{b}{a} = 1{\cdot}75 \sqrt[3]{N_e}$$

Pour les roues à augets:

$$\frac{b}{a} = 2{\cdot}25 \sqrt[3]{N_e}$$

La roue Poncelet fait exception à cette règle.

185.

Détermination de la largeur b et de la profondeur a des roues.

Lorsqu'on a déterminé, d'après les règles précédentes, m, v, $\frac{b}{a}$, on trouve, par les formules suivantes, la largeur et la profondeur d'une roue:

$$b = \sqrt{\frac{Q}{m\,v}\,\frac{b}{a}}$$

$$a = \frac{b}{\frac{b}{a}}.$$

186.

Nombre des bras des roues.

Le nombre des bras d'une roue hydraulique est égal au nombre entier et pair, qui se rapproche le plus de la valeur 2 (1 + R).

187.

Nombre des palettes ou des augets.

Ce nombre est déterminé par le nombre entier qui se rapproche le plus de la valeur:

$$\frac{2\,R\,\pi}{0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\,a}$$

et qui est divisible par le nombre des bras; mais ce nombre des augets peut être regardé comme un minimum, qu'il est permis de dépasser.

Digitized by Google

188.

Division des palettes et des augets.

Ce résultat s'obtient en divisant la circonférence $2 R n$ de la roue par le nombre des palettes ou des augets.

189.

Jeu de la roue dans le coursier.

Ce jeu dépend de la matière employée pour la construction et de l'exactitude du travail. Pour des roues neuves en bois, ce jeu est de $0^m{\cdot}02$ à $0^m{\cdot}025$; pour des roues en fer, il n'est que de $0^m 015$ à $0^m{\cdot}02$.

TRACÉ DES ROUES.

Les paragraphes suivants et les figures des Planches XXXII et XXXIII fournissent des indications suffisantes pour les tracés des différentes roues.

190.

Tracé d'une roue en dessous. Pl. XXXIII, Fig. 2.

O centre de la roue. — C point le plus bas de cette roue. — B C D seuil du coursier circulaire. — Inclinaison du plan B A sur l'horizon $= \frac{1}{20}$. Angle de la vanne J E près de la roue 60^0. — Epaisseur de la lame d'eau en avant de la roue, approximativement :

$$\frac{Q}{b\sqrt{2gH}}$$

F E parallèle à B A. — Hauteur du niveau de l'eau dans le canal d'introduction, au-dessus du point F, égale à H. — Hauteur de l'eau dans le canal de fuite, la même qu'au point F. — Position des palettes telle qu'au point D leur tangente soit verticale.

191.

Tracé d'une roue avec coursier à contrecourbe. Pl. XXXIII, Fig. 3.

p q niveau moyen de l'eau dans le canal de fuite. — m n niveau le plus bas dans le canal d'alimentation. — O le centre.

Digitized by Google

— C point le plus bas de la roue, à une profondeur de $\frac{1}{2}$ a au-dessous de p q. — O C = R. — Profondeur h du point B au-dessous de m n variable de $0^{m}\cdot46$ à $4\frac{2^2}{2g}$.

A B coursier d'entrée, de forme parabolique.

Angle d'inclinaison sur l'horizon de la tangente au point B $w = 35^0$ à $45^0 \leqq C\,O\,B$.

Coordonnées du sommet de la parabole $\begin{cases} B\,D = h \sin 2\,w \\ A\,D = h \sin^2 w. \end{cases}$

Inclinaison de la vanne sur l'horizon environ 60^0. Pour obtenir la position des palettes, on doit prendre $C\,L = \frac{1}{4}$ a, décrire l'arc L M, du point O comme centre, et mener les deux lignes M N et M P, l'une verticale, l'autre radiale. Cette règle est applicable à toutes les roues à palettes.

192.

Roue à palettes avec vanne en déversoir. Pl. XXXIII, Fig. 7.

A B vanne avec surface conductrice de forme parabolique.

t profondeur du sommet A de la parabole au-dessous du niveau du canal supérieur ou d'introduction:

$$t = \left(\frac{Q}{0\cdot44\ b_1 \sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}};\ b_1 = b - 0^{m}\cdot1.$$

Cette profondeur t peut aussi être déterminée au moyen de la table du N°. 142.

Profondeur du point B au-dessous du niveau supérieur $= 0^{m}\cdot46$.

Coordonnées du sommet A de la parabole . . . . . $\begin{cases} B\,D = 2\sqrt{t\,(0\cdot46 - t)}. \\ A\,D = 0\cdot46 - t. \end{cases}$

La roue, le coursier et les palettes sont à tracer d'après les règles du N°. 191.

193.

Roue à palettes avec vanne à coulisses. Pl. XXXIII, Fig. 4.

La roue, le coursier et les palettes se déterminent comme pour les roues avec coursier à contrecourbe. Le tracé des surfaces d'entrée peut se faire d'après les indications suivantes:

Digitized by Google

m n niveau le plus bas dans le canal supérieur ou d'alimentation. Profondeur du point 1 au-dessous de m n égale à $0^{m}.3$.

Angle $\widehat{K\,1\,O} = 36^{0}$.

$1.2 = 2,3 = 3,4 = \frac{1}{3}$ a.

Rayon $1\,I = 2\,II = 3\,III = 0{\cdot}8$ a.

Les centres I, II, III . . . des courbures des coulisses se trouvent tous sur un cercle, décrit du centre de la roue, avec un rayon égal à la longueur de la perpendiculaire abaissée de ce point sur la ligne I 1 K. La quantité d'eau, qui s'écoule entre deux coulisses consécutives, est donnée par la formule:

$$0{\cdot}4\ b\ p\ \sqrt{2\,g\,t}$$

p étant la distance normale entre ces deux coulisses,
t la profondeur du centre d'un orifice au-dessous de m n.

Le coefficient 0·4 pour l'écoulement doit être considéré comme très faible et il serait préférable de le porter au moins à 0·6.

Ponr déterminer le nombre des coulisses, on commence par calculer les quantités d'eau qui s'écoulent par les orifices consécutifs, on ajoute ensuite la première et la seconde, puis la première, la seconde et la troisième, etc., jusqu'à ce qu'on obtienne un somme égale ou supérieure à Q. A ce nombre, qui fournit la quantité d'eau Q, il ne reste plus qu'à ajouter un nombre d'orifices, qui corresponde à la différence entre le niveau le plus élevé et le plus bas dans le canal supérieur.

194.

Roue d'arrière à augets avec vanne à coulisses. Pl. XXXIII, Fig. 6.

Le niveau de l'eau le plus élevé, dans le canal de décharge, est à une hauteur $\frac{1}{2}$ a au-dessus du point le plus bas de la roue.

Les points 5, a, b se trouvent sur une ligne droite radiale. a est au milieu entre 5 et b, c-à-d. qu'on a $a\,a\,b = \frac{1}{2}$ a. Au point b, on doit ménager une ouverture, pour l'échappement de l'air. Si les parois extérieures des augets paraissent trop convergentes, on peut leur donner une forme courbe. Si ces parois sont en tôle, on doit remplacer la ligne brisée 1 a b par une ligne courbe, passant par les points 1, a, b.

Digitized by Google

Pour le tracé des coulisses, on peut utiliser les indications suivantes:

m n niveau d'eau le plus bas, dans le canal d'alimentation;
Profondeur du point 1, au-dessous de m n, égale à $0^{m}\cdot3$;
1 e prolongement de a 1;
1 c = v, tangente à la circonférence du coursier;
c d parallèle à 1 e;
$1\,d = \sqrt{2\,g \times 0\cdot3} = 2^{m}\cdot42$, 1 I = a, perpendiculaire à 1 d;
1,2 = 2,3 = 3,4 = 0·4 a.

Les points I, II, III ... se trouvent tous sur un cercle, concentrique à la circonférence de la roue, et on a:

$$2\,II = 3\,III = 4\,IV = 1\,I = a.$$

Le nombre des coulisses nécessaires se détermine, comme pour la roue à palettes, avec vanne à coulisses; seulement, pour le calcul de la quantité d'eau, on doit prendre le coefficient 0·75 au lieu de 0·4.

195.

Roue en dessus. Pl. XXXIII, Fig. 5.

La circonférence extérieure de la roue, au point le plus bas, est tangente au niveau le plus élevé de l'eau dans le canal de fuite.

Profondeur du point a, au-dessous du niveau le plus bas dans le canal supérieur, égale à $4\,\frac{v^2}{2\,g}$.

$a\,a_1 = e$ division des augets, $a_1\,l = \frac{1}{4}\,e$, l f g ligne droite radiale, $l\,f = f\,g = \frac{1}{2}\,a$.

Si les parois extérieures des augets ont une convergence trop prononcée, il convient de donner à f a une légère courbure. Si les augets sont en tôle, il faut leur donner un profil courbe, passant par les points a, f, g.

a d tangent à la circonférence extérieure de la roue et égal à v.

a c prolongement de a f, d b parallèle à a c, a b = 2 v.

L'eau doit arriver au point a, suivant la direction b a, pour entrer sans choc dans les augets. a e surface d'introduction parabolique, en contact avec a b au point a; e est le sommet de la parabole.

Digitized by Google

Distance horizontale des points a et e . . $= \overline{a\,j} \sin 2\,(b\,a\,d)$.
Distance verticale des points a et e . . . $= \overline{a\,j} \sin^2 (b\,a\,d)$.

196.

Règles pour le calcul et le tracé de la roue Poncelet.
Pl. XXXII, Fig. 2.

O centre de la roue.
Rayon de la roue . . . . . $R = 2\,H$
Jeu entre la roue et le coursier . . . . $= 0^m{\cdot}015$ à $0^m{\cdot}02$
Angle correspondant à la partie courbe du coursier B O C = C O D . . . . . $= 15^0$
Inclinaison de A B sur l'horizon . . . . $= 3^0$
Epaisseur de la lame d'eau immédiatement en avant de la roue . . . . . $= 0{\cdot}19\,H$
E F parallèle à A B.
F G ligne horizontale, dont le prolongement détermine le niveau dans le canal de fuite.
Hauteur du niveau d'eau m n au-dessus du point F . . . . . $= H$
N L filet moyen de l'eau; L M perpendiculaire sur N L.
U T hauteur de la couronne de la roue . $= 0{\cdot}509\,H$
L M rayon de courbure des aubes . . . $= 0{\cdot}711\,H$
Nombre des aubes . . . . . $= 42$
Largeur de la roue . . . . . $b = 5{\cdot}26 \dfrac{Q}{H\sqrt{2\,g\,H}}$
Profondeur de l'eau, dans le canal de fuite, immédiatement en arrière de la roue . . $= 0{\cdot}6\,H$
Vitesse à la circonférence de la roue . . $v = 0{\cdot}55\sqrt{2\,g\,H}$

On peut encore obtenir des dimensions convenables pour la roue Poncelet, en observant les règles suivantes:

Jeu entre la roue et la coursier . . . . $= 0^m{\cdot}015$
Rayon de la roue . . . . . $R = 2\,H$
Epaisseur de la couronne (profondeur de la roue . . . . . $a = \dfrac{2}{3}\,H$
Largeur de la roue . . . . . $b = 6 \dfrac{Q}{H\sqrt{2\,g\,H}}$

Digitized by Google

Epaisseur de la lame d'eau, en avant de la roue . . . . . $= \frac{1}{6} H$

Rayon de courbure des palettes . . . . $= \frac{1}{2} H$

Inclinaison du plan A B sur l'horizon . . $= 3^0$

Angle de la verticale O C avec le rayon mené au point d'intersection L de la roue avec le filet moyen . . . . . COL $= 18^0$

Angle sous lequel les palettes coupent la circonférence extérieure de la roue . . $\beta = 30^0$

Vitesse de la roue à la circonférence . . $v = 0{\cdot}5 \sqrt{2gH}$

Nombre des palettes (croissant avec le rayon de la roue) . . . . . $i = 32$ à 48

Pour une roue, établie dans ces conditions, on peut admettre comme effet utile :

$$\frac{N_n}{N_a} = \eta = 0{\cdot}76 - \frac{0{\cdot}05}{H} - \frac{i}{800} - 0{\cdot}0055 \sqrt{\frac{N_n}{H}}$$

et on en déduit :

$$Q = \frac{0{\cdot}075}{\eta} \frac{N_n}{H}.$$

RÈGLES POUR LA CONSTRUCTION DES ROUES HYDRAULIQUES.

197.

Division des roues d'après leur mode de construction.

Les roues hydrauliques peuvent être classées, d'après leur mode de construction, de la manière suivante :

1° Roues avec bras rigides, au moyen desquels la force est transmise de la circonférence à l'arbre de la roue et de ce dernier aux autres organes de transmission ;

2° Roues avec bras rigides et engrenage fixé aux bras ou à la couronne de la roue ; cet engrenage transmet la force aux autres organes de transmission ;

3° Roues avec bras, en forme de tiges en fer forgé, et engrenage fixé à la couronne de la roue ;

4° Roues avec couronne dentée au milieu ;

Digitized by Google

5° Roues (de très grande largeur et de grande puissance) avec deux couronnes dentées, disposées de chaque côté.

198.

Efforts auxquels les différentes parties d'une roue ont à résister.

1° Si la roue est établie d'après le premier mode de construction et si elle a, par exemple, trois séries de bras, chacune de ces séries transmet $\frac{1}{3}$ N_n à l'arbre. La première partie a b de l'arbre, Pl. XXXII, Fig. 1, transmet $\frac{1}{3}$ N_n, la seconde partie b c. $\frac{2}{3}$ N_n, la troisième c d la force totale N_n; cette transmission à l'arbre s'effectue par torsion.

2° Si la roue doit être établie d'après le deuxième mode de construction, avec trois séries de bras rigides, Fig. 3, Pl. XXXII. chacune des séries A et B transmet $\frac{1}{3}$ N_n à l'arbre; la série C transmet $\frac{2}{3}$ N_n, en sens inverse; la partie a b de l'arbre transmet par torsion $\frac{1}{3}$ N_n, la partie b c, $\frac{2}{3}$ N_n.

3° Une roue, disposée d'après la troisième méthode, transmet la force directement à l'engrenage. Les bras en forme de tiges et l'arbre n'ont à supporter que le poids de la roue; les entretoises croisées garantissent cette roue contre toute déformation.

4° Dans une roue de la quatrième classe, où les couronnes de la roue sont reliées avec la couronne dentée du milieu par des entretoises, les bras et l'arbre n'ont à porter que le poids de toute la construction.

5° Pour une roue, construite d'après la cinquième méthode, les bras et l'arbre n'ont à porter que le poids de la construction, en supposant que les couronnes intermédiaires, s'il en existe, soient reliées avec les couronnes extérieures par des entretoises.

Pour les roues avec couronnes dentées, ces observations présentent d'autant plus de rigueur que le pignon, engrenant avec la couronne dentée, se trouve plus rapproché du rayon de la roue qui passe par le centre de gravité de l'eau, contenue dans cette roue.

Digitized by Google

199.

Règles relatives à la détermination des dimensions principales.

Engrenages.

Rayon de la roue dentée . . . . . $= R_1$

Epaisseur des dents, mesurée sur le cercle primitif . . . . . $z = 0{\cdot}086 \sqrt{\frac{75\, N_n}{v} \frac{R}{R_1}}$

Largeur des dents . . . . . $= 5{\cdot}5\, z$ (en centim.)

Longueur des dents, mesurée dans le sens du rayon . . . . . $= 1{\cdot}5\, z$ „

Valeur du pas . . . . . $= 2{\cdot}1\, z$ „

Ordinairement v se rapproche de $1^{m}{\cdot}5$ et R_1 est sensiblement égal à R; dans ce cas on a, pour l'épaisseur des dents, $z = 0{\cdot}6 \sqrt{N_n}$ (en centim.) et, pour la largeur, la longueur et le pas, les mêmes expressions que précédemment.

200.

Arbres en fer.

Les arbres, qui sont exposés à la torsion, peuvent être calculés d'après la règle applicable aux arbres de transmission en général; cependant, si toutes les parties doivent être mises en rapport avec les forces qui les sollicitent, il ne faut faire entrer en ligne de compte, pour la détermination de chaque partie d'arbre, que la force en chevaux qu'elle transmet. Les arbres, qui n'ont à supporter que le poids de la construction, doivent être établis d'après les règles relatives à la résistance à la flexion. Le coefficient, dans ce cas, doit être pris égal à 300.

La partie de l'arbre, comprise entre un tourillon et la rosette la plus voisine, est simplement soumise à la flexion; en la supposant cylindrique, son diamètre D (qui doit aller en diminuant légèrement jusqu'au tourillon) a pour valeur, près de la rosette:

$$D = d \sqrt[3]{\frac{2\, l}{c}}$$

en désignant par d le diamètre, par $c = 1{\cdot}2\, d$ la longueur du tourillon et par l la distance du milieu de ce tourillon à la rosette; cette distance doit être aussi faible que possible.

Digitized by Google

Si l'arbre n'a à supporter que le poids de la roue et de l'eau et s'il est relié à la couronne de cette roue par deux séries de bras, son diamètre peut rester compris entre les diamètres D, correspondant aux rosettes; mais, dans ce cas, il est préférable de remplacer la section cylindrique par une section équivalente, présentant l'une des formes de la Pl. X, Fig. 3 à 5.

201.

Tourillon de l'arbre d'une roue hydraulique.

Le diamètre du tourillon d'un arbre de roue hydraulique doit être pris approximativement égal à $3\sqrt{N_n}$ (en centimètres).

Les tourillons ne peuvent être déterminés exactement que lorsqu'on a tracé la roue et qu'on en a calculé le poids.

Si la pression, qu'un tourillon doit supporter, est déterminée et égale à P, on calcule le diamètre par la formule:

$$0{\cdot}18\sqrt{P} \text{ (en centimètres).}$$

ou au moyen de la table du N°. 67.

202.

Arbres en bois.

Le diamètre d'un arbre en bois doit être cinq fois celui du tourillon.

203.

Bras des roues.

a) Les bras rigides en fer doivent être établis d'après la règle du N°. 90, g., relative aux bras des roues de transmission.

Si on désigne par:

d le diamètre que doit avoir un arbre de transmission, animé de la même vitesse que la roue hydraulique et qui transmet la même force que le système de bras, dont on cherche à déterminer les dimensions,

h la hauteur d'un bras (mesurée au centre de l'arbre et perpendiculairement à la longueur de ce bras),

N le nombre des bras d'une série,

on a, comme pour les roues de transmission:

Digitized by Google

$$\frac{h}{d} = \frac{1{\cdot}7}{\sqrt[3]{N}} \qquad b = \frac{1}{5}\,h$$

Pour N =	4	6	8	10	12
on obtient $\frac{h}{d}$ =	1·07	0·94	0·85	0·79	0·74

N peut être pris égal à 2 (R + 1); quant au nombre des séries de bras, il convient de le faire égal à 2, pour les roues d'une largeur inférieure à $2^{m}{\cdot}5$, et à 3, pour les roues plus larges.

b) Bras rigides en bois. La hauteur de ces bras doit être déterminée exactement comme s'ils étaient en fer; mais l'épaisseur doit être prise égale à $\frac{5}{7}$ h.

Ces règles se rapportent à des bras qui ont à résister à des efforts de flexion; elles sont, par suite, applicables aux roues de la première et de la seconde catégorie.

c) Bras minces en fer, pour roues appartenant aux trois dernières catégories:

Diamètre d'un bras radial . . .	$d = 0{\cdot}65\sqrt{N_a}$
Diamètre d'une tige diagonale .	$= 0{\cdot}75\ d$
Diamètre d'une entretoise . . .	$= 0{\cdot}6\ d$

Si on désigne par G le poids de la partie extérieure de la roue et si on suppose que les bras, dirigés suivant les rayons, aient reçu un serrage tel que, dans la position verticale la plus élevée, leur tension totale soit nulle, leur plus grande tension, qui correspond à la position diamètralement opposée, est:

$$\frac{4}{N}\,G = \frac{1600}{N}\,N_a$$

en supposant que G soit égal à 400 kil. pour chacun des chevaux, qui constituent l'effet absolu de la roue. En désignant par σ le maximum de tension admissible, on en déduit:

$$d = \sqrt{\frac{6400}{\pi\,\sigma\,N}}\,\sqrt{N_a}$$

Digitized by Google

Pour $N = 8$, cette formule coïncide avec la précedente $d = 0{\cdot}65 \sqrt{N_a}$, en prenant $\sigma = 600$; pour d'autres valeurs de N, on obtient:

$$d = 0{\cdot}65 \sqrt{\frac{8}{N} N_a} = 1{\cdot}84 \sqrt{\frac{N_a}{N}}$$

204.

Rosettes.

Soient d le diamètre d'un tourillon de roue hydraulique, h la plus grande des dimensions d'une section d'un bras de cette roue; on a:

A) Longueur L de la douille d'un bras, sur la rosette:

a) Pour roues, avec bras rigides, des deux premières classes, $L = 2\,h$ à $2{\cdot}4\,h$;

b) Pour roues, avec bras en bois, des 3 autres classes, $L = 4\,h$;

c) Pour roues, avec tiges minces en fer, $L = 6$ fois le diamètre d'une tige.

B) Epaisseur du métal de la douille, qui sert à la fixation de la rosette, $= \frac{1}{3} d + 0{\cdot}5$.

C) Longueur de la douille $= 1{\cdot}2\,d$ à $1{\cdot}6\,d$.

205.

Jantes de roues à palettes.

Dimension, dans le sens du rayon, d'une jante de roue à palettes, en fer ou en bois		$\frac{1}{3}$ a
Epaisseur de la jante	en bois	$\frac{1}{3}$ a
	en fer	$\frac{1}{20}$ a

206.

Jantes de roues à augets.

Jantes en bois	épaisseur du cercle intérieur	$\frac{a}{6}$
	épaisseur du cercle extérieur	$\frac{a}{7}$
Jantes en fer, épaisseur		$\frac{a}{25}$ à $\frac{a}{20}$

Digitized by Google

207.

Planchettes de palettes et d'augets.

Epaisseur des planchettes des augets		$\frac{a}{14}$ à $\frac{a}{11}$
Epaisseur du fond des augets		$\frac{a}{8}$
Epaisseur de la paroi extérieure des augets	au milieu de a	$\frac{a}{8}$
	à la circonférence de la roue	$\frac{a}{10}$

208.

Fond des roues.

Epaisseur du fond des roues à palettes	$\frac{a}{15}$ à $\frac{a}{11}$
Epaisseur du fond des roues à augets	$\frac{a}{7}$

216.

Fond du coursier.

Epaisseur du fond d'un coursier en bois	$\frac{a}{10}$

RÈGLES POUR LE CALCUL DE L'EFFET UTILE DES ANCIENNES ROUES HYDRAULIQUES.

ROUE EN DESSOUS.

210.

Pertes d'eau.

Pour calculer l'effet utile d'une roue en dessous, il faut d'abord déterminer les quantités d'eau qui s'échappent inutilement entre les palettes et au-dessous de la roue. Soit q_1 la quantité d'eau qui s'échappe, dans une seconde, entre les palettes, sans produire d'action.

a) Si le fond du canal d'alimentation et celui du canal de décharge sont en ligne droite, on a:

Digitized by Google

$$q_1 = \frac{1}{24} e^2 \frac{b}{R} \left(\frac{V}{V-v}\right)^2 V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{si } \frac{Q}{bV} > \frac{e^2}{8R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2$$

$$q_1 = Q\left(1 - \frac{4}{3}\frac{1}{e}\frac{V-v}{V}\right)\sqrt{\frac{2RQ}{bV}} \quad . \quad \text{si } \frac{Q}{bV} < \frac{e^2}{8R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2$$

$$q_1 = \frac{1}{3} Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{si } \frac{Q}{bV} = \frac{e^2}{8R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2$$

b) Si, dans le canal de décharge, le fond et le niveau d'eau sont plus bas que dans le canal d'introduction, on a:

$$q_1 = Q\left(1 - \frac{2}{3}\frac{1}{e}\frac{V-v}{V}\right)\sqrt{\frac{2RQ}{bV}} \quad . \quad \text{si } \frac{Q}{bV} < \frac{e^2}{2R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2$$

$$q_1 = \frac{1}{6} b \frac{e^2}{R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{si } \frac{Q}{bV} > \frac{e^2}{2R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2$$

$$q_1 = \frac{1}{3} Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{si } \frac{Q}{bV} = \frac{e^2}{2R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2$$

c) Si le fond du canal d'alimentation est muni d'une partie courbe, correspondant à plus de deux divisions de palettes, on a:

$$q_1 = 0$$

Soit maintenant q_2 la quantité d'eau qui s'échappe, en une seconde, par suite du jeu de la roue dans le coursier, on a:

a) Dans un coursier rectiligne:

$$q_2 = b\,V\left(\varepsilon + \frac{e^2}{16R}\right)\sqrt{1 - \frac{2gQ}{V^2 b v}}$$

b) Si le fond du canal de décharge est plus bas que celui du canal d'alimentation:

$$q_2 = b\,V\left(\varepsilon + \frac{e^2}{16R}\right)$$

c) Si le coursier est muni d'une partie courbe, dont la longueur soit supérieure à deux divisions de palettes:

$$q_2 = 0.$$

211.

Effet utile d'une roue en dessous.

Lorsqu'on a calculé, à l'aide des règles précédentes, les pertes d'eau $q_1 + q_2$, l'effet utile est donné par l'expression suivante:

Digitized by Google

$$E_n = \frac{1000}{2g}(Q - q_1 - q_2)\left[2v(V - v) - \frac{3Qv}{bR}\right]$$
$$- 0{\cdot}118\, i\, a\, b\, v^3 - 0{\cdot}8\, n\, f\, N_n \sqrt{N_n}$$

Pour l'effet utile N_n, on peut prendre $0{\cdot}35\, N_a$.

212.

Effet utile d'une roue avec coursier à contrecourbe, d'une roue à palettes avec vanne en déversoir et d'une roue à palettes avec vanne à coulisses.

L'effet utile de ces roues est donné par les équations:

$$E_n = 1000\, Q\, H - 1000\, Q\left[\frac{V^2}{2g} + \frac{1}{2}h - \frac{v(V\cos\delta - v)}{g}\right]$$
$$- 1000\, Q\left[\frac{e}{2}\sin\gamma + c\sin(\gamma - \beta) - s\right]$$
$$- 1000\, \varepsilon\, b\sqrt{2ge}\left(H - \frac{V^2}{2g}\right)\left(0{\cdot}43 + 0{\cdot}26\frac{Q}{abv}\right)$$
$$- 0{\cdot}188\, i\, a\, b\, v^3$$
$$- 0{\cdot}366\, b\, S\, v^3$$
$$- 0{\cdot}8\, n\, f\, N_n \sqrt{N_n}$$

Le premier des termes négatifs donne les pertes de travail qui sont produites: 1° par la vitesse relative de l'arrivée de l'eau sur la roue, 2° par la vitesse avec laquelle l'eau quitte la roue. 3° par la différence des niveaux de l'eau, dans l'auget le plus bas et dans le canal de décharge.

Le deuxième terme négatif donne la perte de travail, qui a lieu à l'entrée, par la division des palettes, par le remplissage et par la forme des palettes. La hauteur s du centre de gravité de la masse d'eau doit être déduite du tracé de la roue.

Le troisième terme détermine la perte d'effet par l'échappement de l'eau à la circonférence de la roue.

Le quatrième, la perte due à la résistance de l'air contre les palettes.

Le cinquième, la perte par le frottement de l'eau le long du coursier.

Le sixième, la perte par le frottement du tourillon.

Dans le dernier terme, on peut prendre $N_n = 0{\cdot}5\, N_a$.

Digitized by Google

213.

Effet utile d'une roue à augets avec vanne à coulisses et avec coursier.

L'expression suivante détermine l'effet de cette roue:

$$E_n = 1000\,Q\,H - 1000\,Q\left[\frac{V^2}{2g} + \frac{1}{2}\,h - \frac{v\,(V\cos\delta - v)}{g}\right]$$

$$- 1000\,Q\left[\frac{e}{2}\sin\gamma + c\sin(\gamma - \beta) - s\right]$$

$$- 464\,\varepsilon\sqrt{2\,g\,e}\,R\,\frac{Q}{a\,v}$$

$$- 0{\cdot}366\,b\,S\,v^3$$

$$- 0{\cdot}8\,n\,f\,N_n\sqrt{N_n}$$

Les termes négatifs de cette expression ont la même signification que dans les roues précédentes; seulement, dans ce dernier cas, il manque le membre qui, dans l'expression précédente, représente l'influence de la résistance de l'air.

214.

Effet utile d'une roue en dessus.

Cet effet est déterminé par l'expression:

$$E_n = 1000\,Q\,H - 1000\,Q\left[\frac{V^2}{2g} + h - \frac{v\,(V\cos\delta - v)}{g}\right]$$

$$- 1000\,Q\,a\left(1 - \frac{1}{2}\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right)$$

$$- 1000\,Q\,R\left(0{\cdot}50 - 0{\cdot}07\,\frac{a\,b\,v}{Q}\right) - 0{\cdot}8\,n\,f\,N_n\sqrt{N_n}$$

Digitized by Google

CHAPITRE VII.

TURBINES.

TURBINE JONVAL
AVEC DEUX ROUES SUPERPOSÉES.

Pl. XXXIV.

215.

Règles générales pour le calcul des dimensions principales.

Fig. 1. B. Développement de la section faite à la circonférence intérieure de la roue; on l'obtient en coupant la roue conductrice et la roue motrice par un cylindre, dont le rayon est égal au rayon intérieur des deux roues, et en développant la section sur un plan.

Fig. 1. A. Développement de la section moyenne; on l'obtient en coupant la roue conductrice et la roue motrice par un cylindre, dont le rayon R est égal à la valeur moyenne $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$ des rayons extérieur et intérieur de la roue motrice, et en développant cette section sur un plan.

Fig. 2. Coupe de la roue conductrice et de la roue motrice par un plan passant par l'axe.

Dans le calcul des dimensions principales, nous aurons à faire usage des notations suivantes:

H la chute ou la différence des niveaux de l'eau dans le canal d'alimentation et dans le canal de décharge;

Q la quantité d'eau (en mètres cubes), qui agit, sur la roue, par seconde;

Digitized by Google

α (Fig. 1, A) l'angle moyen que forment les aubes de la roue conductrice avec le plan inférieur de cette roue;

β l'angle moyen sous lequel les aubes de la roue rencontrent le plan supérieur de la turbine ou de la roue motrice;

k le coefficient de contraction, pour la sortie de l'eau des canaux de la roue conductrice;

k_1 le coefficient de contraction, pour la sortie de l'eau des canaux de la turbine;

U la vitesse avec laquelle l'eau sort des cananx de la roue conductrice;

R_2 le rayon intérieur. . . . .
R_1 „ „ extérieur . . . . .
$R = \frac{1}{2}(R_2 + R_1)$ le rayon moyen } de la roue, Fig. 2.

i, i_1 les nombres des aubes courbes de la roue conductrice et de la roue motrice;

ε, ε_1 les épaisseurs du métal de ces aubes courbes;

s, s_1, Fig. 1, A, les distances normales, entre deux aubes consécutives, dans la roue conductrice et dans la roue motrice;

v la vitesse la plus avantageuse d'un point à la circonférence du cercle de rayon R;

n le nombre de tours le plus avantageux pour la turbine, par minute;

N_n l'effet utile en chevaux, que la turbine doit développer.

Les dimensions principales se déterminent ainsi qu'il suit:

a) Quantité d'eau qui doit agir sur la roue, par seconde:

$$Q = 0{\cdot}107 \frac{N_n}{H} \text{ (en mètres cubes).}$$

b) Entre certaines limites les angles α et β peuvent être choisis à volonté; dans la plupart des cas, on doit prendre:

$$\alpha = 24^0$$
$$\beta = 66^0$$

c) Pour éviter les espaces nuisibles, la partie inférieure des aubes conductrices doit être rectiligne et, dans ce cas, on doit poser:

$$k = 1$$

d) L'eau devant sortir de la roue avec une faible convergence, on doit prendre:

$$k_1 = 0{\cdot}9$$

Digitized by Google

e) Vitesse de sortie de l'eau des canaux de la roue conductrice:

$$U = \sqrt{g H \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)}}$$

f) Rapports ordinairement admis entre les rayons R, R_1, R_2:

$$R_2 = \frac{2}{3} R_1, \quad R = \frac{5}{6} R_1$$

g) Nombre des aubes de la roue conductrice:

$$i = 16$$

h) Nombre des aubes courbes de la roue motrice:

$$i_1 = 24$$

i) Epaisseur du métal des aubes courbes des deux roues:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{1}{40} R = 0{\cdot}025\ R$$

Les aubes doivent être faites en tôle, si R est plus petit que $0^{m}{\cdot}4$, et, en fonte, si R est plus grand que $0^{m}{\cdot}4$.

k) Le rayon extérieur de la roue:

$$R_1 = \sqrt{\left\{ \frac{Q}{U k \left[1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2\right] \pi \sin \alpha \left(1 - \frac{i}{2 \pi \sin \alpha} \frac{\varepsilon}{R} - \frac{i_1}{2 \pi \sin \beta} \frac{\varepsilon_1}{R}\right)} \right\}}$$

l) Largeur réelle des canaux de la roue conductrice, mesurée sur le développement de la section moyenne. Fig. 1, A:

$$s = R \left(\frac{2 \pi \sin \alpha}{i} - \frac{\varepsilon}{R} \right)$$

m) Largeur réelle des canaux de la roue motrice, mesurée sur le développement de la section moyenne:

$$s_1 = R \left[\frac{2 \pi \sin \alpha}{i_1} - \left(\frac{i}{i_1} \frac{\varepsilon}{R} + \frac{\varepsilon_1}{R} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) \right] \frac{k}{k_1} \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$

n) Vitesse la plus avantageuse d'un point à la circonférence du cercle de rayon R:

$$v = 0{\cdot}774 \sqrt{g H \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \beta \cos \alpha}}$$

Digitized by Google

o) Nombre de tours le plus avantageux pour la turbine, par minute:

$$n = 9{\cdot}55 \frac{v}{R}$$

p) Hauteur de la turbine . . . . . $= 0{\cdot}5\ R$

q) Hauteur de la roue conductrice . . . . . $= 0{\cdot}6\ R$

r) Distance entre le plan inférieure de la roue conductrice et le plan supérieur de la roue motrice $= \frac{R}{50}$

s) Rayon du tambour qui enveloppe la turbine $= R_1 + \frac{R}{50}$

t) Hauteur de l'orifice d'écoulement du tambour:

1° Pour l'écoulement sur toute la circonférence . . . . . $= \frac{1}{2} R_1$

2° Pour l'écoulement d'un seul côté sur une largeur $2\ R_1$ . . . . . $= \frac{\pi}{2} R_1$

u) Largeur du canal de fuite, près de la turbine $= 4\ R_1$

216.

Formules spéciales pour le calcul des dimensions des turbines Jonval, dans le cas de puissances moyennes.

Si la chute n'est pas trop forte et si la quantité d'eau n'est pas trop petite, c'est-à-dire s'il s'agit de l'utilisation d'une force hydraulique moyenne, on peut adopter, pour les grandeurs α, β, k, k_1, $\frac{R_2}{R_1}$, $\frac{\varepsilon}{R}$, $\frac{\varepsilon_1}{R}$, i, i_1 (qui sont arbitraires entre certaines limites), les valeurs indiquées dans le N°. précédent, et on obtient alors, pour le calcul de toutes les dimensions principales, les formules simples suivantes:

Quantité d'eau qui doit agir sur la roue, par seconde . . . . . $Q = 0{\cdot}107 \frac{N_n}{H}$

Angle moyen que forment les aubes directrices avec la base de la roue . . . . . $\alpha = 24^0$

Angle moyen sous lequel les aubes de la roue motrice rencontrent la surface supérieure de la roue . . . . . $\beta = 66^0$

Digitized by Google

Coefficient de contraction, pour la sortie de l'eau des canaux de la roue directrice . . $k = 1$

Coefficient de contraction, pour la sortie de l'eau des canaux de la roue motrice . . $k_1 = 0{\cdot}9$

Vitesse avec laquelle l'eau sort des canaux de la roue conductrice . . . . . $U = 0{\cdot}707 \sqrt{2gH}$

Nombre des aubes de la roue directrice . . $i = 16$

Nombre des aubes de la roue motrice . . . $i_1 = 24$

Epaisseur du métal des aubes . . . $\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{R}{40}$

Rayon extérieur de la roue motrice . . . $R_1 = 1{\cdot}380 \sqrt{\frac{Q}{U}}$

Rayon intérieur de la roue motrice . . . . $R_2 = \frac{2}{3} R_1$

Rayon moyen de la roue motrice . . . . $R = \frac{5}{6} R_1$

Largeur des canaux de la roue conductrice $s = 0{\cdot}135\ R$

Largeur des canaux de la roue motrice . . $s_1 = 0{\cdot}080\ R$

Vitesse la plus avantageuse d'un point à la circonférence du cercle de rayon R . . . $v = 0{\cdot}600 \sqrt{2gH}$

Nombre de tours le plus avantageux de la turbine par minute . . . . . $n = 9{\cdot}55 \frac{v}{R}$

Hauteur de la roue motrice . . . . . $= 0{\cdot}5\ R$

Hauteur de la roue conductrice . . . . . $= 0{\cdot}6\ R$

Distance du plan supérieur de la roue motrice au plan inférieur de la roue conductrice . $= \frac{R}{50}$

Rayon du tambour, qui enveloppe la roue motrice . . . . . $= 1{\cdot}22\ R$

Hauteur de l'orifice de sortie du tambour:

1° Pour l'écoulement, sur toute la circonférence . . . . . $= \frac{1}{2} R_1$

2° Pour l'écoulement, d'un seul côté, sur une largeur $2\ R_1$ . . . . . $= \frac{\pi}{2} R_1$

Largeur du canal de décharge, près de la turbine . . . . . $= 4\ R_1$

Digitized by Google

217.

Tracé des courbes. Pl. XXXIV, Fig 1 et 2.

Pour la construction des roues, il est nécessaire que les sections soient dessinées en vraie grandeur; on doit, d'ailleurs, dans ce cas, avoir égard aux indications suivantes.

Le tracé de la coupe (Fig. 2) n'a pas besoin d'explication; il suffit de rapporter dans cette coupe, après les avoir calculées, les différentes dimensions qui y figurent.

Pour le tracé (Fig. 1 A), $c\,c = \frac{2R\pi}{i}$, $f\,f = \frac{2R\pi}{i_1}$, $b\,a = 0{\cdot}80\,R$; $f\,g = 0{\cdot}55\,R$; c o est une ligne droite, o a une ligne courbe, tangente à o c; f g est une ligne courbe ou un arc de cercle d'un rayon égal à 0·9 R.

Le tracé de la coupe (Fig. 1 B) s'exécute de la manière suivante: on prend $c_1\,c_1 = a_1\,a_1 = \frac{2R_2\pi}{i}$, $f_1\,f_1 = h_1\,h_1 = \frac{2R_2\pi}{i}$, $a_1\,b_1 = a\,b\,\frac{R_2}{R}$, $f_1\,g_1 = f\,g\,\frac{R_2}{R}$; on partage a b, $a_1\,b_1$, g f, $g_1\,f_1$ en quatre parties égales, on trace, par les points de division, des lignes verticales et, par les points m, n, o, p, i, k, l, q, des lignes horizontales, qui, par leurs intersections avec les premières, déterminent les points m_1, n_1, o_1, p_1, i_1, k_1, l_1, q_1 des courbes à construire, $a_1\,c_1$ et $f_1\,h_1$.

218.

Formules spéciales pour le calcul des dimensions des turbines Jonval pour des cours d'eau d'une très grande puissance.

Si la chute est tellement forte et la dépense d'eau tellement faible que les règles du N°. précédent conduisent, pour n, à une valeur non admissible, il faut introduire dans le calcul, pour α, une valeur plus petite (par exemple $\alpha = 15^0$) et, pour $\frac{R_2}{R_1}$, une valeur plus grande $\left(\text{par exemple } \frac{R_2}{R_1} = \frac{5}{7}\right)$; dans ce cas, les formules du N°. 215 conduisent aux règles suivantes:

Quantité d'eau qui doit agir sur la roue en une seconde . . . . . $Q = 0{\cdot}107\,\frac{N_n}{H}$

Angle moyen des aubes directrices avec la base de la roue . . . . . $\alpha = 15^0$

Digitized by Google

Angle moyen sous lequel les aubes de la roue motrice rencontrent la surface supérieure de la roue . . . . . $\beta = 66^0$

Coefficient de contraction, pour la sortie de l'eau du canal de la roue directrice . . . $k = 1$

Coefficient de contraction, pour la sortie de l'eau du canal de la roue motrice . . . $k_1 = 0{\cdot}9$

Vitesse d'écoulement de l'eau des canaux de la roue directrice . . . . . $U = 0{\cdot}692\sqrt{2gH}$

Nombre des aubes directrices . . . . . $i = 16$

Nombre des aubes de la roue motrice . . $i_1 = 24$

Epaisseur du métal de toutes ces aubes $\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{R}{40}$

Rayon extérieur de la roue motrice . . . $R_1 = 1{\cdot}966\sqrt{\frac{Q}{U}}$

Rayon intérieur " " " " . . . $R_2 = \frac{5}{7}R_1$

Rayon moyen " " " " . . . $R = \frac{6}{7}R_1$

Largeur des canaux de la roue directrice . $s = 0{\cdot}077\,R$

Largeur des canaux de la roue motrice . . $s_1 = 0{\cdot}045\,R$

Vitesse la plus avantageuse d'un point à la circonférence du cercle de rayon R . . . $v = 0{\cdot}579\sqrt{2gH}$

Nombre de tours le plus avantageux pour la roue motrice par minute . . . . . $n = 9{\cdot}55\,\frac{v}{R}$

Hauteur de la roue motrice . . . . . $= 0{\cdot}5\,R$

Hauteur de la roue directrice . . . . . $= 0{\cdot}6\,R$

Distance du plan supérieur de la roue motrice au plan inférieur de la roue directrice . . $= \frac{R}{50}$

219.

Turbine à effet partiel.

Si la chute est tellement élevée et si la quantité d'eau est tellement petite que, même en prenant $\alpha = 15^0$ et $\frac{R_2}{R_1} = \frac{5}{7}$, on obtienne pour n une valeur inadmissible, il faut adopter une turbine partielle, bien que, dans ce cas, l'effet utile soit moins avantageux que pour une turbine complète.

Digitized by Google

Les dimensions d'une semblable turbine peuvent être calculées, comme pour les turbines entières, en introduisant pour Q, dans les formules, un volume d'eau m fois plus grand que celui qui doit agir, par seconde, sur la turbine: m est le nombre qui exprime combien de fois la partie de la circonférence, sur laquelle l'introduction de l'eau a lieu, est contenue dans la circonférence totale.

Dans le cas d'une chute modérée et d'un débit assez important, l'emploi d'une turbine à effet partiel peut se trouver imposé par certaines circonstances, telles, par ex. que la variabilité de ce débit ou les nécessités du service de l'usine. Dans ce cas, pour arriver à ne pas diminuer notablement l'effet utile, la turbine doit être établie de telle manière que l'eau passant de la roue directrice à la turbine possède, sous forme de puissance vive, à peu près tout le travail correspondant à la chute H. C'est ce qui a lieu, si dans l'équation:

$$\frac{U_2}{2g} = m\,H$$

on prend le coefficient $m = 0{\cdot}8$ à $0{\cdot}9$, au lieu de $0{\cdot}5$, que nous avons admis dans les règles des N°s. 216 et 218; dans ce cas, l'eau agit sur la turbine autant par sa force vive que par sa pression.

Dans le cas de petites chutes et de débits considérables, il peut être avantageux de laisser croître les dimensions radiales des canaux des roues, depuis l'entrée jusqu'à la sortie, et de prendre l'angle α relativement petit, afin d'obtenir une valeur suffisamment faible pour l'angle γ, que forme la direction de l'eau, à sa sortie, avec le plan inférieur de la roue. Si on désigne par:

b la dimension radiale des canaux à l'entrée,
b_1 la dimension correspondante à la sortie,
s_2 la largeur de ces canaux à l'entrée,
et si on conserve, en outre, les notations du N°. 215, les dimensions principales d'une turbine à action latérale peuvent être déterminées, en partant des relations:

$$m = 0{\cdot}8;\ U = 3{\cdot}962\sqrt{H}$$

Si on pose $b_1 = b$, on peut prendre $\alpha = 12^0$ à 15^0. Pour une faible valeur de H et une grande valeur de Q, il est préférable de faire α plus grand, afin que la turbine n'ait pas des

Digitized by Google

dimensions relativement trop considérables et, dans ce cas, b_1 doit être compris entre b et 2 b. On a alors:

$$\text{cotg. } \beta = -\text{ cotg. } \alpha + \frac{0{\cdot}95}{\sin 2\,\alpha}; \text{ tg. } (\gamma) = \frac{b}{b_1}\,\frac{\sin 2\,\alpha}{0{\cdot}95}$$

où (γ) désigne provisoirement une valeur approchée de γ. On a, de plus, pour la vitesse la plus avantageuse de la roue à la distance R de l'axe:

$$v = \frac{1{\cdot}882}{\cos \alpha}\sqrt{H}$$

En supposant $\frac{b}{R}$ compris entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ (d'autant plus petit que H est plus grand) et en admettant i et $\frac{\varepsilon}{R}$ préalablement déterminés, on trouve:

$$R = \sqrt{\frac{Q}{0{\cdot}9\left(2\,\pi \sin \alpha - i\,\frac{\varepsilon}{R}\right)\frac{b}{R}\,U}}$$

Suivant les circonstances, et surtout d'après la grandeur de R, on peut prendre, pour le nombre des aubes et l'épaisseur du métal de ces aubes:

$$i = 16 \text{ à } 20;\ i_1 = 24 \text{ à } 30;\ \varepsilon = \varepsilon_1 = \left(\frac{1}{40} \text{ à } \frac{1}{80}\right) R$$

on a ensuite:

$$s = \frac{2\,\pi R}{i} \sin \alpha - \varepsilon;\ s_2 = \frac{2\,\pi R}{i_1} \sin \beta - \varepsilon_1;\ (s_1) = \frac{2\,\pi R}{i_1} \sin (\gamma) - \varepsilon_1$$

où (s_1) désigne provisoirement une valeur approchée de s_1, et:

$$b = \frac{s_2 + \varepsilon_1}{s_2}\,\frac{Q}{i\,s\,U};\ b_1 = \frac{b_1}{b}\,b$$

Enfin les valeurs définitives de γ et de s sont données par les relations:

$$\text{tg. } \gamma = \frac{s}{s + \varepsilon\,(s_1)}\,\frac{s_2}{}\,\frac{\sin (\gamma)}{\sin \beta}\,\text{tg. } (\gamma);\quad s_1 = \frac{2\,\pi R}{i_1} \sin \gamma - \varepsilon_1.$$

Digitized by Google

220.

Calcul de l'effet utile des turbines Jonval.

Pour calculer l'effet utile d'une turbine Jonval, dont les dimensions sont données, on peut utiliser les indications suivantes, en même temps que celles du N°. 215, soient:

O la section du tambour cylindrique, qui enveloppe la roue motrice,

ω la section de l'orifice d'écoulement inférieur du tambour,

γ l'angle des aubes de la roue motrice avec son plan inférieur,

$\varkappa$ le coefficient de contraction pour la sortie de l'eau de l'orifice ω,

$x = \frac{v^2}{2\,g\,H}$.

On commence par calculer les expressions suivantes:

$$\Omega = \left(2\,R\,\pi \sin\alpha - i\,\varepsilon - i_1\,\varepsilon_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\right)(R_1 - R_2)$$

$$\Omega_2 = \Omega \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$$

$$\Omega_1 = i_1\,s_1\,(R_1 - R_2)$$

$$m = \frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega\,k}\cos\alpha + \frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega_2}\cos\beta$$

$$n = \frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega\,k}\sin\alpha - \frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega_2}\sin\beta$$

$$M^2 = 1 + m^2 + n^2 + \left(\frac{\Omega_1\,k_1}{\omega\,\varkappa}\right)^2 + \left(\frac{\Omega_1\,k_1}{O}\right)^2 - 2\sin\gamma\,\frac{\Omega_1\,k_1}{O}$$

$$A = 1 - \frac{\left(\frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega\,k}\cos\alpha + \cos\gamma\right)\frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega_2}\cos\beta}{M^2}$$

$$B = \frac{\frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega\,k}\cos\alpha + \cos\gamma}{M}$$

$$C = \frac{\left(\frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega_2}\right)^2\cos^2\beta}{M^2}$$

$$D = \frac{\left(\frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega_2}\right)\cos\beta}{M^2}$$

Digitized by Google

on trouve alors, pour chaque vitesse de la roue:

a) le rapport entre l'effet utile E_n (exprimé en kilogrammètres) et l'effet absolu 1000 Q H de la puissance hydraulique, pour une valeur quelconque de x:

$$\frac{E_n}{1000\,Q\,H} = -2\,A\,x + 2\,B\,\sqrt{x} + C\,x^2$$

b) le rapport entre la vitesse d'écoulement U et la vitesse $\sqrt{2\,g\,H}$, qui correspond à la chute:

$$\frac{U}{\sqrt{2\,g\,H}} = \frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega\,k}\left(D\,\sqrt{x} + \frac{\sqrt{1 + C\,x}}{M}\right.$$

On trouve, de plus, la vitesse la plus avantageuse de la roue et l'effet le plus favorable par les expressions:

$$(x)_{max.} = \frac{1}{2C}\left\{-1 + \frac{1}{\sqrt{1 - C\left(\frac{B}{A}\right)^2}}\right\}$$

$$\left(\frac{E_n}{1000\,Q\,H}\right)_{max.} = \frac{A}{C}\left[1 - \sqrt{1 - C\left(\frac{B}{A}\right)^2}\right]$$

Nous devons faire remarquer que, dans ces formules, on ne doit tenir compte que des pertes de travail, dues au passage de l'eau de la roue directrice dans la turbine, à la sortie de l'eau de cette dernière roue et à la vitesse dans la section $\varkappa\,\omega$ de l'orifice d'écoulement; on peut négliger les pertes qui correspondent au frottement du liquide sur les aubes, à la courbure des canaux et à l'irrégularité du mouvement dans ces canaux. En tenant compte de ces pertes, M^2 serait un peu grand et, pour le calcul des coefficients de résistance, devrait être rapporté à la vitesse relative u_1, avec laquelle l'eau sort des canaux de la turbine. Pour l'établissement complet des formules, Ω_2 peut encore être multiplié par un coefficient k_2, exprimé, en fonction du rétrécissement des canaux et de l'épaisseur des aubes directrices, par la relation:

$$k_2 = \frac{s}{s + \varepsilon}$$

Digitized by Google

221.

Disposition et installation de la turbine Jonval.

La disposition et le mode d'installation, qu'il convient d'adopter pour cet appareil, dépendent de la hauteur de chute et des circonstances locales.

Installation directe. Si la chute d'eau ne dépasse pas 6 mètres et si elle correspond en grande partie au canal de décharge, on obtient généralement la meilleure disposition en introduisant l'eau, au moyen d'un canal ouvert, et en plaçant la roue à une profondeur de $1^{m}.50$ à 2^{m}. environ, au-dessous du niveau de l'eau supérieur.

Installation renversée. Si la chute est supérieure à 6 mètres et si elle est donnée surtout par le canal d'alimentation, on obtient la meilleure disposition en conduisant l'eau, au moyen d'un tuyau, au-dessous du niveau inférieur, en recourbant le tuyau vers le haut, et en plaçant les roues de manière que la roue directrice se trouve sous la roue motrice. La surface supérieure de la turbine doit être à une profondeur de $0^{m}.3$ à $0^{m}.6$, au-dessous du niveau inférieur de l'eau.

Installation intermédiaire. Si, pour une grande chute, les circonstances locales et la disposition de la transmission exigent que la turbine soit placée à une hauteur de 2, 3, 4^{m}., au-dessus du niveau inférieur de la chute, il faut adopter une disposition intermédiaire, de telle sorte que les roues se trouvent à une hauteur de 2, 3, 4^{m}., au-dessus du niveau et que l'eau soit amenée par un tuyau à deux coudes.

TURBINE FOURNEYRON

AVEC DEUX ROUES ÉTABLIES L'UNE DANS L'AUTRE.

Pl. XXXIV, Fig. 3 et 4.

222.

Désignation des grandeurs qui sont à considérer dans la construction d'une turbine de ce genre.

H la chute. Si la roue se trouve au-dessous du niveau inférieur de l'eau, la hauteur H est égale à la distance verticale des niveaux supérieur et inférieur des canaux. Si la roue se trouve au-dessus du niveau inférieur de l'eau, H est la hauteur

Digitized by Google

du niveau du canal supérieur au-dessus du plan moyen de la roue;

Q la quantité d'eau (en mètres cûbes), qui doit agir sur la roue dans une seconde;

α_1 l'angle sous lequel les courbes directrices coupent la surface cylindrique intérieure du tambour de la roue motrice;

i le nombre des courbes directrices;

α = m k l l'angle que forme avec cette surface la direction moyenne h k m, suivant laquelle l'eau sort des orifices de la roue motrice;

β l'angle sous lequel les aubes de la roue motrice coupent la circonférence intérieure de cette roue;

γ l'angle formé par la direction moyenne, suivant laquelle l'eau sort de la turbine, avec la circonférence extérieure de la roue;

k le coefficient de contraction, pour la sortie de l'eau des orifices de la roue directrice;

k_1 le coefficient de contraction, pour la sortie de l'eau des orifices de la roue motrice;

U la vitesse avec laquelle l'eau sort des orifices de la roue directrice;

R_2 le rayon intérieur
R_1 „ „ extérieur } de la roue motrice;

i_1 le nombre des courbes de la roue motrice;

s = f g la largeur normale des orifices de la roue directrice;

s_1 = w x la largeur normale des orifices extérieurs des canaux de la roue motrice;

δ_1 la hauteur de la roue, Fig. 4, ou la distance verticale des deux couronnes de cette roue;

v_2 la vitesse la plus avantageuse à la surface intérieure de la roue;

n le nombre de tours le plus avantageux pour la turbine, par minute;

N_n l'effet utile de la turbine en chevaux-vapeur.

223.

Règles applicables au calcul de toutes les dimensions principales, pour la construction d'une turbine Fourneyron.

En conservant les notations du numéro précédent, les dimensions principales peuvent se déterminer au moyen des règles suivantes:

Digitized by Google

Volume d'eau (en mètres cubes), qui doit agir sur la roue, pour un effet utile de N_n chevaux $Q = 1{\cdot}107 \frac{N_n}{H}$

Rayon intérieur de la turbine . . . . . $R_2 = 0{\cdot}538 \sqrt{Q}$

Angle sous lequel les courbes directrices coupent la circonférence intérieure du tambour de la turbine:

a) Pour les petites turbines . . . . $\alpha_1 = 15^0$

b) Pour les grandes „ . . . . $\alpha_1 = 24^0$

Rayon de courbure des aubes directrices . . $e\,g = 0{\cdot}5\,R_2$

Epaisseur du métal des aubes directrices . $= 0^m{\cdot}003$ à $0^m{\cdot}004$

Epaisseur du métal du tambour (en fonte) . $= 0^m01$ à $0^m{\cdot}015$

Jeu entre la vanne et la surface intérieure de la roue . . . . . $= 0^m{\cdot}001$ à $0^m{\cdot}005$

Nombre des aubes directrices . . . . . $i = 24$ à 30

Avec ces données, on peut tracer la coupe horizontale de la roue directrice, et trouver ainsi l'angle α et la largeur s(1) . . . . α et s

Angle sous lequel les aubes de la roue motrice coupent la circonférence intérieure de cette roue . . . . . $\beta = 60$ à 90^0

Vitesse avec laquelle l'eau sort des canaux de la roue directrice:

$$U = \sqrt{g\,H \frac{\sin\beta}{\cos\alpha \sin(\alpha + \beta)}}$$

Dans le cas où l'eau est amenée par de longs tuyaux, qui occasionnent des pertes de chute, il faut déduire de la chute réelle celle qui est perdue.

Hauteur de la turbine . . . . . $\delta_1 = \frac{Q}{i\,s\,k\,U}$

Valeurs de h $\begin{cases} \text{pour } \alpha_1 = 15^0 \text{ . . . . . } k = 0{\cdot}9 \\ \text{„ } \alpha_1 = 24^0 \text{ . . . . . } k = 0{\cdot}95 \text{(2)} \end{cases}$

(1) La direction moyenne h k, Fig. 3, Pl XXXIV, suivant laquelle l'eau s'écoule d'un canal de la roue directrice et qui fait avec la circonférence intérieure de la turbine un angle α, au point d'intersection k, s'obtient en traçant, par le point extrême g d'une courbe directrice, la droite g f = s, de telle manière que cette droite soit également inclinée sur les surfaces des aubes limitant le canal; la ligne h k est alors normale à la droite g f en son point milieu h.

(2) Comme la contraction de l'eau, à la sortie des canaux de la roue directrice dépend, en partie au moins, de l'épaisseur ϵ_1 des aubes de cette roue, on doit poser:

Digitized by Google

Rapport entre le rayon extérieur et le rayon intérieur de la roue:

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{0{\cdot}0045\ \beta^0}{\sqrt[3]{R_2}}$$

Nombre des aubes de la roue motrice . $i_1 = 1{\cdot}2\ i \sin \beta$
Epaisseur du métal des aubes de la roue motrice . . . . . $= 0^m{\cdot}004$ à $0^m{\cdot}006$

Le tracé des aubes de la roue motrice peut se faire au moyen de deux arcs de cercle n p et q t, Fig. 3, et on peut prendre:

	Pour $\beta = 60^0$	90^0
Premier rayon de courbure .	$p\ n = 0{\cdot}45\ R_2$	$0{\cdot}36\ R_2$
Deuxième rayon de courbure .	$q\ t = 0{\cdot}59\ R_2$	$0{\cdot}50\ R_2$

L'angle, sous lequel les aubes coupent la surface extérieure de la roue, doit être alors compris entre 10 et 15°; s'il était différent, les rayons de courbure devraient être modifiés en conséquence.

Largeur extérieure des canaux de la roue motrice:

$$s_1 = s \frac{k}{k_1} \frac{i}{i_1} \frac{R_2}{R_1} \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$

$$k_1 = 0{\cdot}9$$

Dans le cas où ce serait nécessaire, les règles précédentes pour le tracé des courbes, devraient être modifiées en ayant égard à cette largeur s_1.

Vitesse la plus avantageuse d'un point à la surface intérieure de la roue:

$$v_2 = 0{\cdot}707 \sqrt{g\ H \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \beta \cos \alpha}}$$

Nombre de tours le plus avantageux pour la roue par minute:

$$n = 9{\cdot}55 \frac{v_2}{R_2}$$

$$k \leqq \frac{s_2}{s_2 + \varepsilon_1}$$

s_2 étant la largeur de l'orifice intérieur d'un canal; k doit être d'autant plus petit par rapport à $\frac{s_2}{s_2 + \varepsilon_1}$ que deux courbes consécutives, en f et g, Fig. 3, sont plus inclinées l'une par rapport à l'autre.

Digitized by Google

224.

Formules pour le calcul de l'effet utile des turbines Fourneyron.

Pour calculer l'effet utile, développé par une turbine Fourneyron, de dimensions données, pour différentes ouvertures de vannes et différentes vitesses, il convient d'ajouter aux notations du N°. 222 les suivantes:

Ω somme des sections de tous les orifices de la roue directrice, pour une certaine position de la vanne circulaire,

Ω_2 somme des sections des canaux à la circonférence intérieure de la roue,

Ω_1 somme des sections des canaux de la roue motrice à la circonférence extérieure,

v_1 vitesse d'un point à la circonférence extérieure de la roue,

$\frac{v_1^2}{2gH} = x$ rapport entre la hauteur qui correspond à la vitesse extérieure de la roue et la hauteur de chute H.

Cela posé, on calcule les valeurs de n, m, A, B, C, D par les expressions:

$$n = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha - \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta$$

$$m = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta$$

$$A = 1 - \frac{\left(\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \cos \gamma\right) \frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta}{1 + m^2 + n^2}$$

$$B = \frac{\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \cos \gamma}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$$

$$C = 1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + \frac{\left(\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta\right)^2}{1 + m^2 + n^2}$$

$$D = \frac{\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_1} \frac{R_2}{R_1} \cos \beta}{1 + m^2 + n^2}$$

Digitized by Google

On trouve alors, pour une valeur quelconque de x :

$$\frac{E_n}{1000\,Q\,H} = -2\,A\,x + 2\,B\sqrt{x} + C\,x^2$$

$$\frac{U}{\sqrt{2\,g\,H}} = \frac{\Omega_1\,k_1}{\Omega\,k}\left(D\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1 + C\,x}{1 + m^2 + n^2}}\right)$$

On obtient, en outre, la valeur de x, pour laquelle l'effet utile est un maximum, ainsi que la plus grande valeur correspondante de E_n, au moyen des relations :

$$(x)_{max.} = \frac{1}{2\,C}\left\{-1 + \frac{1}{\sqrt{1 - C\left(\frac{B}{A}\right)^2}}\right\}$$

$$\left(\frac{E_n}{1000\,Q\,H}\right)_{max.} = \frac{A}{C}\left[1 - \sqrt{1 - C\left(\frac{B}{A}\right)^2}\right]$$

Si on veut tenir compte des pertes de travail, dues au frottement de l'eau sur les aubes, à la courbure des canaux et à l'irrégularité du mouvement de l'eau, il faut, dans les formules précédentes, augmenter la quantité $1 + m^2 + n^2$ du rapport de ces résistances à la hauteur $\frac{u_1^2}{2\,g}$, qui correspond à la vitesse relative u_1 de l'eau à la sortie des canaux. On peut également multiplier Ω_1 par le facteur $k_2 = \frac{s}{s + \varepsilon}$, pour tenir compte du rétrécissement de l'orifice intérieur des canaux, qui est produit par l'épaisseur ε des aubes de la roue directrice.

ROUES À RÉACTION.

Pl. XXXV.

225.

Règles pour le calcul des dimensions principales.

Cette turbine pourrait à la rigueur être passée sous silence, car, relativement aux autres appareils du même nom, elle est d'un faible effet et d'une valeur pratique restreinte. Sa construction n'est pas aussi simple qu'on pourrait le croire. Les renseignements, qui vont suivre, ne sont destinés qu'à compléter les résultats des calculs sur les turbines.

Digitized by Google

Volume d'eau dépensé en une seconde pour obtenir un effet de N_n chevaux-vapeur . . . $Q = 0{\cdot}15 \frac{N_n}{H}$

Rayon intérieur } de la roue . $R_2 = 0{\cdot}4 \sqrt{Q}$
Rayon extérieur } de la roue . $R_1 = 3 R_2$ à $5 R_2$

Somme des sections des orifices à la circonférence extérieure de la roue . . . . . $\Omega_1 = \frac{1{\cdot}65\, Q}{\sqrt{2\,g\,H}\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}}$

Hauteur des canaux de la roue $\delta_1 = \frac{1}{2} R_2$

Largeur extérieure des canaux de la roue { pour 2 bras $s_1 = \frac{1}{2} \frac{\Omega_1}{\delta_1}$
„ 3 bras $s_1 = \frac{1}{3} \frac{\Omega_1}{\delta_1}$.

Nombre de tours le plus avantageux par minute . . . . $n = \frac{7{\cdot}3}{R_2} \frac{\sqrt{2\,g\,H}}{\sqrt{2\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}}$

Pour le tracé des canaux de la roue, on peut se servir des Fig. 1 et 2, Pl. XXXV, en tenant compte des remarques suivantes:

Fig. 1. Turbine à deux bras. o m z est les $^2/_3$ d'un tour d'une spirale ordinaire. Angle y o z = 240°.

Arc y t z divisé en 16 parties égales. Rayon o z également divisé en 16 parties égales. $\overline{c\,z} = \overline{z\,d} = \frac{1}{2} s_1$. La largeur m q r, qui correspond à un point de division (par exemple le dixième), s'obtient, en rapportant l'ordonnée n p, qui correspond au dixième point de division sur o n z, de m sur m q et m r, normalement à la spirale.

ROUES TANGENTIELLES.

Pl. XXXV, Fig. 2.

226.

Soient:

Q le volume d'eau (en mètres cubes), qui doit agir sur la roue par seconde,

Digitized by Google

H la chute (en mètres),
N_n l'effet utile de la roue (en chevaux-vapeur),
R_1 le rayon extérieur } de la roue,
R_2 le rayon intérieur }
v_1 la vitesse la plus avantageuse d'un point à la circonférence extérieure de la roue,
n le nombre de tours le plus avantageux pour la roue par minute,
α l'angle que forme la direction de l'eau, à son entrée, avec la circonférence extérieure de la roue,
β l'angle sous lequel les aubes de la roue coupent la circonférence extérieure de cette roue,
γ l'angle sous lequel les aubes de la roue coupent la surface intérieure de cette roue,
p le rapport entre la circonférence extérieure de la roue et la partie de cette circonférence suivant laquelle l'eau entre dans la roue,
δ la hauteur de la roue,
i le nombre des aubes de la roue.

On a les règles suivantes pour la détermination des dimensions d'une roue tangentielle:

a) Quantité d'eau, qui doit agir par seconde sur la roue, pour obtenir un effet utile de N_n chevaux:

$$Q = 0{\cdot}125 \frac{N_n}{H}$$

b) Rapport des rayons $\frac{R_2}{R_1}$:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{4} \text{ à } \frac{4}{5}$$

c) Angle γ sous lequel les aubes de la roue coupent la circonférence intérieure de la roue:

$$\gamma = 15^0 \text{ à } 20^0$$

d) Angle β sous lequel les aubes de la roue coupent la circonférence extérieure de la roue:

$$\sin \beta = \sin \gamma \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

Digitized by Google

e) Angle α sous lequel les surfaces d'introduction coupent la circonférence extérieure de la roue:

$$\alpha = \frac{\beta}{2}$$

f) Rapport p entre la circonférence extérieure de la roue et la partie de cette circonférence par laquelle l'eau entre dans la roue:

$p = 4$ à 5, s'il n'y a qu'un orifice;
$p = 3$ à 4, s'il y a deux orifices.

g) Hauteur de la roue δ:

$$\delta = \frac{1}{4} R_1$$

h) Vitesse d'introduction de l'eau:

$$U = \sqrt{2 g H}$$

i) Rayon extérieur de la roue:

$$R_1 = \sqrt{\frac{Q}{U} \frac{p}{2 \pi \sin \alpha} \frac{R_1}{\delta}}$$

k) Vitesse à la circonférence extérieure de la roue:

$$v_1 = \frac{U}{2 \cos \alpha}$$

l) Nombre de tours le plus avantageux pour la roue par minute:

$$n = 9{\cdot}55 \frac{v_1}{R_1}$$

m) Nombre des aubes de la roue:

$$i = 35 + 50 R_1.$$

227.

Tuyaux de conduite pour turbines de toute espèce.

Lorsqu'on a à utiliser de grandes chutes, l'eau est toujours conduite à l'appareil moteur au moyen des tuyaux. Les pertes

Digitized by Google

de chute, qui sont dues au frottement de l'eau contre les parois et à des mouvements irréguliers, sont généralement très petites, lorsque la vitesse de l'eau dans la conduite ne dépasse pas 1 mètre. Pour cette vitesse le diamètre d du tuyau est:

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi}}$$

Digitized by Google

CHAPITRE VIII.

LA CHALEUR ET SON UTILISATION.

(Les dimensions sont exprimées en mètres, les températures en degrés du thermomètre centigrade.)

228.

Réduction des degrés des thermomètres d'après diverses échelles.

Si l'on désigne les degrés, correspondant à une température déterminée, d'après l'échelle de Reaumur par R, d'après celle de Celsius par C, et d'après celle de Fahrenheit par F, on a:

$$F = 32 + \frac{9}{5} C = 32 + \frac{9}{4} R$$

$$C = \frac{5}{9} (F - 32) = \frac{5}{4} R$$

$$R = \frac{4}{9} (F - 32) = \frac{4}{5} C$$

La table suivante contient les valeurs de C, R et F, qui correspondent à diverses températures:

Digitized by Google

C	R	F	C	R	F	C	R	F	C	R	F
100	80	212	75	60	167	50	40	122	25	20	77
99	79·2	210·2	74	59·2	165·2	49	39·2	120·2	24	19·2	75·2
98	78·4	208·4	73	58·4	163·4	48	38·4	118·4	23	18·4	73·4
97	77·6	206·6	72	57·6	161·6	47	37·6	116·6	22	17·6	71·6
96	76·8	204·8	71	56·8	159·8	46	36·8	114·8	21	16·8	69·8
95	76	203	70	56	158	45	36	113	20	16	68
94	75·2	201·2	69	55·2	156·2	44	35·2	111·2	19	15·2	66·2
93	74·4	199·4	68	54·4	154·4	43	34·4	109·4	18	14·4	64·4
92	73·6	197·6	67	53·6	152·6	42	33·6	107·6	17	13·6	62·6
91	72·8	195·8	66	52·8	150·8	41	32·8	105·8	16	12·8	60·8
90	72	194	65	52	149	40	32	104	15	12	59
89	71·2	192·2	64	51·2	147·2	39	31·2	102·2	14	11·2	57·2
88	70·1	190·4	63	50·4	145·4	38	30·4	100·4	13	10·4	55·4
87	69·6	188·6	62	49·6	143·6	37	29·6	98·6	12	9·6	53·6
86	68·8	186·8	61	48·8	141·8	36	28·8	96·8	11	8·8	51·8
85	68	185	60	48	140	35	28	95	10	8	50
84	67·2	183·2	59	47·2	138·2	34	27·2	93·2	9	7·2	48·2
83	66·4	181·4	58	46·4	136·4	33	26·4	91·4	8	6·4	46·4
82	65·6	179·6	57	45·6	134·6	32	25·6	89·6	7	5·6	44·6
81	64·8	177·8	56	44·8	132·8	31	24·8	87·8	6	4·8	42·8
80	64	176	55	44	131	30	24	86	5	4	41
79	63·2	174·2	54	43·2	129·2	29	23·2	84·2	4	3·2	39·2
78	62·4	172·4	53	42·4	127·4	28	22·4	82·4	3	2·4	37·4
77	61·6	170·6	52	41·6	125·6	27	21·6	80·6	2	1·6	35·6
76	60·8	168·8	51	40·8	123·8	26	20·8	78·8	1	0·8	33·8

Dans la suite toutes les températures seront toujours exprimées d'après l'échelle de Celsius (en degrés centigrades).

229.

Dilatation des corps solides par la chaleur.

La dilatation des corps est proportionnelle à la variation de la température, tant que cette dernière ne se rapproche pas trop de celle qui produirait un changement de l'état moléculaire.

Si l'on désigne par:

L, F, K la longueur d'une barre, la surface d'une plaque et le volume d'un corps à la température 0^0,

α la dilatation qu'éprouve une barre de 1^m de longueur, pour un changement de température de 1^0,

Digitized by Google

on a:

Pour la longueur de la barre, à la température de t^0, $L(1 + \alpha t)$
Pour la surface de la plaque „ „ „ $F(1 + 2\alpha t)$
Pour le volume du corps „ „ „ $K(1 + 3\alpha t)$

La table suivante donne, pour différentes substances, les coefficients de dilatation correspondant à une variation de température de 0^0 à 100^0 C.

Désignation des substances.	Dilatation pour une variation de température de 0^0 à 100^0 C.	
Plomb	0·002848	$\frac{1}{351}$
Bronze	0·001816	$\frac{1}{551}$
Fer	0·001170	$\frac{1}{855}$
Verre	0·000920	$\frac{1}{1087}$
Or	0·001400	$\frac{1}{714}$
Cuivre battu . . .	0·001784	$\frac{1}{561}$
Laiton fondu . . .	0·001866	$\frac{1}{536}$
Argent	0·00200	$\frac{1}{500}$
Acier cémenté . . .	0·001375	$\frac{1}{727}$
Acier non-cémenté .	0·001132	$\frac{1}{883}$
Zinc fondu	0·002941	$\frac{1}{340}$
Etain fin	0·002283	$\frac{1}{438}$

230.

Dilatation des liquides et des gaz par la chaleur.

Le changement de volume des liquides par la chaleur suit des lois spéciales, qu'on a déterminées, d'une manière empirique, pour quelques-uns seulement.

En prenant pour unité le volume à 0^0, la dilatation, pour une élévation de température de 0^0 à t^0, est donnée par les expressions suivantes:

Digitized by Google

pour l'alcool (t compris entre — 33° et + 78°):

$$\frac{104863}{10^8}\,t + \frac{1751}{10^9}\,t^2 + \frac{134}{10^{11}}\,t^3$$

pour l'eau:

$$t = 0^0 \text{ à } 25^0 : -\frac{61045}{10^9}\,t + \frac{77183}{10^{10}}\,t^2 - \frac{3734}{10^{11}}\,t^3$$

$$t = 25^0 \text{ à } 50^0 : -\frac{65415}{10^9}\,t + \frac{77587}{10^{10}}\,t^2 - \frac{3541}{10^{11}}\,t^3$$

$$t = 50^0 \text{ à } 75^0 : \frac{59160}{10^9}\,t + \frac{31849}{10^{10}}\,t^2 - \frac{728}{10^{11}}\,t^3$$

$$t = 75^0 \text{ à } 100^0 : \frac{86450}{10^9}\,t + \frac{31892}{10^{10}}\,t^2 + \frac{245}{10^{11}}\,t^3$$

pour le mercure:

$$\frac{179}{10^6}\,t + \frac{25}{10^9}\,t^2.$$

Le coefficient de dilatation des gaz est le rapport entre l'accroissement de volume, produit par une augmentation de température de 1° à pression constante, et le volume total du gaz à 0° et à la même pression.

La table suivante contient les valeurs des coefficients de dilatation de plusieurs gaz, déterminés par Regnault.

Désignation des gaz.	Coefficient de dilatation.
Air atmosphérique . . .	0·003670
Hydrogène	0·003661
Azote	0·003670
Oxyde de carbone . . .	0·003669
Acide carbonique	0·003710

231.

Mesure du retrait ou de la contraction des métaux dans le passage de l'état de fluidité à l'état solide.

Fonte de fer	$\frac{1}{98}$ à $\frac{1}{95}$	en moyenne	$\frac{1}{96}$
Laiton	$\frac{1}{79}$ » $\frac{1}{49}$	»	$\frac{1}{65}$

Digitized by Google

Métal de cloches (100 cuivre, 18 étain)	$\frac{1}{79}$ à $\frac{1}{49}$	en moyenne	$\frac{1}{65}$
Métal de canons (100 cuivre, 12·5 étain)	$\frac{1}{139}$ » $\frac{1}{130}$	»	$\frac{1}{134}$
Zinc	$\frac{1}{65}$ » $\frac{1}{57}$	»	$\frac{1}{62}$
Plomb	$\frac{1}{104}$ » $\frac{1}{86}$	»	$\frac{1}{92}$
Etain, sans addition de plomb . . .	$\frac{1}{137}$ » $\frac{1}{120}$	»	$\frac{1}{128}$

232.

Températures de fusion de différentes substances.

Désignation de la substance.	Degrés centi-grades.	Désignation de la substance.	Degrés centi-grades.
Fer forgé anglais . .	1600	*Alliages :*	
Fer doux français . .	1500	Parties d'étain 3, bismuth 1	200
Acier le moins fusible .	1400	» 2 » 1	168
Acier le plus fusible .	1300	» 1 » 1	141
Fonte grise, deuxième fusion	1200	Plomb 1, étain 4, bismuth 5	119
		» 2 » 3 » 5	100
Fonte blanche, très fusible	1050	» 5 » 3 » 5	94
Or	1250	Sodium	90
Argent	1000	Potassium	55
Bronze (1)	900	Phosphore	44
Antimoine	440	Acide stéarique . . .	64
Zinc	350	Cire blanche	68
Plomb	335	Cire jaune	61
Bismuth	265	Blanc de baleine . .	48
Etain	235	Paraffine	46
Alliages :		Acide acétique . . .	45
Parties d'étain 6, plomb 1	194	Savon	33·33
» 4 » 1	189	Glace	0·0
» 3 » 1	186	Huile de térébenthine .	—10
» 1 » 1	189	Mercure	—39·5
» 1 » 3	289		

(1) Tous les points de fusion, jusqu'à celui du bronze inclusivement, ne doivent être considérés que comme approximatifs, par suite de l'imperfection des procédés de mesure pour les hautes températures.

Digitized by Google

233.

Points d'ébullition.

Acide carbonique . .	— 78°	Acide nitrique	86°
Acide sulfureux . . .	— 10°	Eau de mer	104°
Acide chlorhydrique conc.	20°	Phosphore	290°
Ether sulfurique . . .	35°	Huile de lin.	387°
Acide sulfurique anhydre	46°	Acide sulfurique . . .	326°
Sulfure de carbone . .	48°	Mercure	350°
Alcool	78°	Soufre	400°

234.

Unité de chaleur.

Pour évaluer les divers effets produits par la chaleur, on est convenu d'adopter, comme unité de mesure, la quantité de chaleur nécessaire pour élever de 1° la température d'un kilogramme d'eau. A une unité de chaleur correspond un équivalent mécanique de 424 kilogrammètres.

235.

Chaleur spécifique de différentes substances.

On nomme chaleur spécifique d'une substance la quantité de chaleur (le nombre des unités de chaleur) nécessaire pour élever de 1° la température d'un kilogramme de cette substance.

La table suivante indique les chaleurs spécifiques de diverses substances.

Digitized by Google

Chaleur spécifique de diverses substances.

Désignation des substances (à l'état solide ou liquide).	Chaleur spécifique.	Désignation des substances (à l'état gazeux).	Chaleur spécifique à pression constante.
Eau	1·000	Air atmosphérique .	0·2375
Aluminium	0·214	Hydrogène	3·4046
Antimoine	0·051	Acide carbonique .	0·2164
Plomb	0·031	Oxygène	0·2182
Fer	0·114	Azote	0·2440
Or	0·032	Acide azotique . .	0·2315
Cuivre	0·095	Gaz des marais . .	0·5925
Platine	0·032	Gaz oléfiant . . .	0·3694
Mercure	0·033	Oxyde de carbone .	0·2479
Acier	0·107	Vapeur d'eau . . .	0·4805
Argent	0·057	Vapeur d'alcool . .	0·4513
Bismuth	0·031	Vapeur d'éther . .	0·4797
Etain	0·056	Chlore	0·1214
Zinc	0·096	Ammoniaque . . .	0·5080
Argile cuite . . .	0·208	Chloroforme . . .	0·1568
Diamant	0·147	Acide chlorhydrique	0·1845
Graphite	0·200	Hydrogène sulfuré .	0·2423
Charbon de bois .	0·240	Acide sulfureux . .	0·1553
Verre	0·177	Essence de térébenthine	0·5061
Bois	0·500 0·650	Ether acétique . .	0·4008
Gypse	0·259	Sulfure de carbone	0·1575

Le rapport $\gamma = \frac{\text{chaleur spécifique à pression constante}}{\text{chaleur spécifique à volume constant}}$ a, pour différents gaz, les valeurs suivants:

Désignation des gaz.	γ
Air atmosphérique . .	1·410
Hydrogène	1·407
Oxygène	1·415
Oxyde de carbone .	1·427
Acide azotique . . .	1·343
Acide carbonique . .	1·338
Gaz oléfiant	1·240

Digitized by Google

236.

Pouvoirs d'émission et d'absorption de chaleur pour différents corps.

Noir de fumée	100	Graphite	75
Papier	98	Plomb rugueux	45
Cire à cacheter	95	Mercure	20
Verre (Crowglas)	90	Plomb brillant	19
Encre de chine	89	Fer poli	15
Glace	85	Etain, argent, or, cuivre	12
Minium, Mica	80		

237.

Pouvoir de transmission de la chaleur.

(Valeurs relatives.)

Argent, mou	1000	Etain	150
Cuivre, mou	736	Fer	119
Or	532	Plomb	85
Zinc	281	Platine	84

245.

Composition chimique de diverses substances.

Désignation des substances.	1 kilogramme de ces substances se compose des quantités suivantes:
	Kilogrammes.
Air atmosphérique	0·21 O 0·79 Az
Eau	0·89 O 0·11 H
Oxyde de carbone	0·57 O 0·43 C
Acide carbonique	0·73 O 0·27 C
Hydrogène carboné	0·75 C 0·25 H
Gaz oléfiant	0·86 C 0·14 H
Ammoniaque	0·83 Az 0·17 H
Hydrogène sulfuré	0·94 S 0·06 H
Ether	0·22 O 0·65 C 0·13 H
Alcool	0·35 O 0·52 C 0·13 H
Huile de térébenthine	0·88 C 0·12 H

O Oxygène — H Hydrogène — Az. Azote — C Carbone — S Soufre.

Digitized by Google

239.

Pouvoir calorifique des combustibles.

Le pouvoir calorifique d'un combustible est le nombre des unités de chaleur développées par la combustion complète d'un kilogramme de cette substance, dans l'air atmosphérique.

Soient C_1, H_1, O_1, E_1 les quantités, en poids, de carbone, d'hydrogène, d'oxygène et d'eau, contenues dans un kilogramme de combustible, et W le pouvoir calorifique du combustible; on a, d'une manière générale:

$$W = 7050\ C_1 + 34500 \left(H_1 - \frac{1}{8} O_1\right) - 650\ E_1.$$

Le tableau suivant indique les pouvoirs calorifiques de diverses substances (1):

Désignation des combustibles	Puissance calorifique Calories.	Observations.
Charbon de bois sec	7050	toute espèce de bois.
" " ordinaire . .	6000	contenant 20p% d'eau
Coke pur	7050	
Houille de première qualité .	7050	avec 0·02 cendres.
" de deuxième qualité .	6345	" 0·10 "
" de troisième qualité .	5932	" 0·20 "
Bois parfaitement sec . . .	3666	toute espèce de bois.
" séché à l'air	2945	contenant 20p% d'eau
Tourbe première qualité . .	3000	
" ordinaire	1500	
Hydrogène	34500	
Oxyde de carbone	2400	
Gaz des marais	13000	
" oléfiant	12000	
Huile d'olive	11200	
" de colza	9300	
Esprit de vin	7200	
Suif	8000	
Soufre	2200	
Huile de térébenthine . . .	11000	

(1) 7050 étant le pouvoir calorifique, mesuré expérimentalement, du charbon de bois ou du coke sans eau et à 6p% de cendres, le pouvoir calo-

Digitized by Google

240.

Quantité d'air nécessaire pour la combustion complète d'un kilogramme de combustible.

Si on désigne de nouveau par C_1, H_1, O_1 les quantités, en poids, de carbone, d'hydrogène et d'oxygène, contenues dans un kilogramme de combustible, et L la quantité d'air (en kilogrammes) nécessaire à la combustion complète d'un kilogramme de ce combustible, on a:

$$L = 11{\cdot}59\ C_1 + 34{\cdot}78 \left(H_1 - \frac{1}{8} O_1\right)$$

ce qui donne:

L = 5·89	kilogrammes d'air atmosphérique	pour bois complétement sec.
L = 4·73		„ bois séché à l'air.
L = 6·76		„ tourbe complétement séche.
L = 5·41		„ „ séchée à l'air.
L = 10·84		„ houille.
L = 9·85		„ charbon de bois et coke.

Pour le calcul de ces quantités d'air, on a introduit les compositions moyennes, indiquées au N°. 242.

Si on désigne par E_1 et K_1 les quantités, en poids, d'eau et de cendres, contenues dans 1 kilogr. de combustible, les poids d'acide carbonique (CO^2), d'eau (H O) et d'azote (Az) se déterminent par les relations suivantes:

---

rifique du Carbone est égal à $\frac{100}{94}$ 7050 = 7500 et, par suite, on devrait prendre pour le pouvoir calorifique d'un combustible quelconque:

$$W = 7500\ C_1 + 34500 \left(H_1 - \frac{1}{8} O_1\right) - 650\ E_1$$

En partant de la composition chimique des différents combustibles, indiquée au N° 242, on aurait alors:

Combustibles	Pouvoirs calorifiques
Bois, complétement desséché	3900
Bois, séché à l'air	3008
Tourbe, complétement desséchée	4547
Tourbe, séchée à l'air	3507
Houille	7536
Charbon de bois	6310
Coke	6343

Digitized by Google

$$C\,O^2 = 3{\cdot}67\ C_1$$
$$H\,O = 9\ H_1 + E_1$$
$$Az = 1 + L - K_1 - C\,O^2 - H\,O.$$

En partant des compositions indiquées au N°. 242, on obtient alors pour ces différents poids:

Combustibles.	$C\,O^2$	$H\,O$	Az
Bois, complétement sec . .	1·78	0·56	4·54
„ séché à l'air . . .	1·43	0·65	3·64
Tourbe, complétement séche	1·98	0·50	5·20
„ séchée à l'air . .	1·59	0·60	4·16
Houille	2·94	0·52	8·34
Charbon de bois	3·12	0·10	7·58
Coke	3·12	0·05	7·58

241.

Quantité d'air consommée, par kilogramme de combustible, dans le chauffage des chaudières ordinaires.

Dans le chauffage ordinaire des chaudières, la quantité d'air, nécessaire à la combustion, est, d'après l'expérience, le double environ de la quantité théorique ci-dessus. Il faut donc compter, pour le chauffage ordinaire (par kilogramme de combustible):

L = 11·8	kilogrammes d'air atmosphérique	pour 1 kil. de bois complétement sec.
L = 9·5		„ „ „ „ séché à l'air.
L = 13·5		„ „ tourbe complétement séche
L = 10·8		„ „ „ séchée à l'air.
L = 21·7		„ „ houille.
L = 19·7		„ „ charbon de bois et coke.

242.

Température des gaz combustibles.

Soient:

W la quantité totale de chaleur, développée par un kilogramme de combustible (exprimée en unités de chaleur),

A_1, A_2, A_3 . . . les quantités des matières (en kilogrammes), qui sont soumises à l'acte de la combustion,

Digitized by Google

c_1, c_2, c_3 ... les chaleurs spécifiques de ces matières,
t_1, t_2, t_3 ... les températures de ces matières avant la combustion,
A'_1, A'_2, A'_3 ... les poids des résidus de la combustion,
c'_1, c'_2 ... les chaleurs spécifiques de ces résidus,
T la température des gaz combustibles,
on a, d'une manière générale :

$$T = \frac{W + \Sigma A c t}{\Sigma A' c'}$$

Si la combustion de 1 kil. de combustible a lieu avec L kil. d'air atmosphérique, on a aussi approximativement :

$$T = t + \frac{W}{0{\cdot}238\,(L + 1)}$$

Le tableau suivant donne la température des gaz combustibles de diverses substances dans les deux hypothèses suivantes : 1° la quantité d'air L est le minimum théorique correspondant à la combustion complète ; 2° la quantité d'air est le double de ce minimum.

Désignation des combustibles.	Composition chimique					Température des gaz combustibles.	
	C_1	H_1	O_1	E_1	K_1	1°	2°
Bois privé d'eau . . .	0·486	0·062	0·437	0·000	0·015	2378	1282
„ séché à l'air . . .	0·389	0·050	0·349	0·200	0·012	2206	1208
Tourbe privée d'eau . .	0·540	0·055	0·325	0·000	0·080	2462	1316
„ séchée à l'air .	0·432	0·044	0·260	0·200	0·064	2299	1246
Houille	0·800	0·054	0·071	0·030	0·045	2674	1396
Charbon de bois . . .	0·850	0·000	0·000	0·100	0·050	2444	1281
Coke	0·850	0·000	0·000	0·050	0·100	2456	1287

Dans cette table, les signes C_1, H_1, O_1, E_1, K_1 ont les significations indiquées précédemment et leurs valeurs ont été obtenues, en tenant compte de la relation :

$$C_1 + H_1 + O_1 + E_1 + K_1 = 1$$

et en ayant égard à la teneur moyenne en eau de la houille, du charbon de bois et du coke.

Digitized by Google

Pour le calcul des températures de combustion, on a utilisé la formule approximative indiquée plus haut, en posant $t = 0$, tandis que les valeurs de W ont été déterminées d'après la remarque du N°. 239 et celles de L d'après le N°. 240. Les températures qu'on obtient dans la pratique sont, en réalité, plus faibles que celles de la table, parce que la combustion n'est jamais complète et qu'une partie de la chaleur développée se perd par rayonnement sur les parois de l'enceinte, où s'opère la combustion.

DE LA VAPEUR D'EAU.

243.

Relations entre la température, la tension et la densité de la vapeur d'eau.

Si, pour de la vapeur saturée, ne contenant que la quantité de chaleur nécessaire à son état, on désigne par:
p la tension, c-à-d. la pression en kil. sur un mètre carré,
t la température,
Δ la densité, c-à-d. le poids d'un mètre cube de vapeur,
α et β des coefficients variables avec la tension,

Les relations entre p, t, Δ peuvent être représentées approximativement par les expressions suivantes:

$$p = 10330\,(0{\cdot}2847 + 0{\cdot}0071531\,t)^5$$

$$\Delta = \alpha + \beta\,p$$

En partant des expériences de Regnault et des résultats de la théorie mécanique de la chaleur, on a dressé des tables qui donnent les valeurs correspondantes de p, t et Δ.

En calculant, au moyen de ces tables, les coefficients α et β de la formule approximative

$$\Delta = \alpha + \beta\,p$$

on obtient les valeurs suivantes:

Digitized by Google

Pressions.	α	β_1	β
p = 1 à 2 Atm.	0·0487	0·5572	0·0000539
2 „ 3 „	0·0845	0·5393	0·0000522
3 „ 4 „	0·1187	0·5279	0·0000511
4 „ 5 „	0·1515	0·5197	0·0000503
5 „ 6 „	0·1840	0·5132	0·0000497
6 „ 7 „	0·2158	0·5079	0·0000492
7 „ 8 „	0·2473	0·5034	0·0000487
8 „ 9 „	0·2777	0·4996	0·0000483
9 „ 10 „	0·3074	0·4963	0·0000480

Les valeurs de β correspondent au cas où p est exprimé en kilogrammes et celles de β_1 au cas où il est exprimé en atmosphères.

244.

Quantité de chaleur nécessaire pour la transformation d'un kilogramme d'eau en vapeur.

La quantité de chaleur nécessaire pour convertir un kilogramme d'eau à 0^0 en vapeur à t^0 a été évaluée de différentes manières :

a) D'après *Watt, Pambour, Parkes*, elle est indépendante de la tension et de la température de la vapeur et égale à 650 calories ou unités de chaleur ;

b) D'après les expériences de *Clément*, elle est exprimée par :

$$550 + t$$

c) D'après les expériences très exactes de *Regnault*, sa valeur est :

$$606{\cdot}5 + 0{\cdot}305\ t$$

Pour les applications pratiques la valeur de *Watt* donne une approximation suffisante (1).

(1) D'après les principes de la théorie mécanique de la chaleur, la quantité de chaleur en question est variable suivant les circonstances dans lesquelles la vapeur se produit et la formule de *Regnault* se rapporte spécialement au cas où, comme dans une chaudière, par exemple, la pression, pendant la vaporisation, est constamment égale à la tension de la vapeur produite.

Digitized by Google

La quantité de chaleur qui est nécessaire pour porter un kilogramme d'eau de T^0 à $T + 1$ degrés, est, d'après les expériences de *Regnault*:

$$1 + 0{\cdot}00004\,T + 0{\cdot}0000009\,T^2$$

Cette quantité augmente donc extrêmement peu avec la température et, dans les calculs pratiques, on peut la supposer constante et égale à une calorie.

Dans cette hypothèse et en partant de la règle de *Watt*, le nombre des calories nécessaires pour former un kilogramme de vapeur à une température quelconque T^0, au moyen d'eau à la même température, est équivalent à $650 - T$.

245.

Condensation de la vapeur.

Pour condenser un kilogramme de vapeur contenue dans un récipient fermé, au moyen d'eau à t^0, de manière que la température du mélange soit de T^0, il faut employer une quantité d'eau représentée approximativement par:

$$\frac{650 - T}{T - t} \text{ kilogrammes.}$$

246.

Ecoulement de la vapeur d'un réservoir.

Soient:

P la pression de la vapeur, par mètre carré, dans le réservoir.

p la tension, par mètre carré, qui règne dans l'espace où s'écoule la vapeur.

$\alpha + \beta P$ } le poids d'un mètre cube de vapeur à la tension P,
$\alpha + \beta p$ } " " " " " " " " " p,

(Les valeurs de α et β sont indiquées au N°. 243.)

Ω la section de l'orifice (en mètres carrés),

k le coefficient de contraction pour l'orifice d'écoulement,

Q la quantité de vapeur (en kilogrammes), qui s'écoule dans une seconde,

U la vitesse d'écoulement de la vapeur (en mètres),

on a:

$$U = \sqrt{\frac{2g}{\beta} \log.\text{nat.} \frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}}$$

$$Q = k\,\Omega\,(\alpha + \beta p)\,U.$$

Digitized by Google

Le tableau suivant contient, pour différentes valeurs de $\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$, les valeurs correspondantes de U.

$\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$	U mètres.	$\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$	U mètres.
1·1	193	2	522
1·2	267	3	657
1·3	321	4	738
1·4	363	5	795
1·5	390	6	838
1·6	429	7	874
1·7	456	8	903
1·8	480	9	929
1·9	502	10	951

Dans le calcul des nombres de cette table on a pris:

$$\frac{2g}{\beta} = \frac{2 \times 9{\cdot}81}{0{\cdot}00005}$$

247.

Cheminées. Pl. XXXVI.

Les dimensions des cheminées peuvent être déterminées, avec une exactitude suffisante pour la pratique, d'après les règles suivantes.

Notations:

C la quantité de houille (en kilogrammes), qui est brûlée par heure sur une grille,
B la quantité de bois (en kilogrammes), qui est brûlée par heure sur une grille,
L la quantité d'air (en kilogrammes), qui s'élève dans la cheminée par heure,
N la force (en chevaux-vapeur) correspondant au chauffage,
} pour produire un certain effet calorifique.

H la hauteur de la cheminée (en mètres),
Ω la section inférieure de la cheminée,
d le diamètre intérieur de la cheminée } dans le bas,
d_1 " " " " } dans le haut,

Digitized by Google

e l'épaisseur du mur de la cheminée { à la base,
e_1 " " " " au sommet.

L'une quelconque des 4 quantités N, C, B et L peut se déterminer, en fonction des autres, à l'aide des relations:

$$N = \frac{C}{3} = \frac{B}{6} = \frac{L}{66}$$

$$C = 3\,N = \frac{B}{2} = \frac{L}{22}$$

$$B = 6\,N = 2\,C = \frac{L}{11}$$

$$L = 66\,N = 22\,C = 11\,B$$

Les dimensions principales d'une cheminée, dont la hauteur est déterminée par les circonstances locales, sont données par les relations:

$$\Omega = \frac{N}{14\sqrt{H}} = \frac{C}{42\sqrt{H}} = \frac{B}{84\sqrt{H}} = \frac{L}{924\sqrt{H}}$$

$$\left.\begin{aligned} d_1 &= d - 0{\cdot}013\,H \\ e_1 &= 0{\cdot}18 \\ e &= 0{\cdot}18 + 0{\cdot}015\,H \end{aligned}\right\} \text{mètres.}$$

Pour les cheminées isolées, la hauteur est ordinairement 25 fois le diamètre intérieur. En adoptant ce rapport, on a, pour la détermination des dimensions d'une cheminée isolée, les formules:

$$H = 5{\cdot}03\,(N)^{\frac{2}{5}} = 3{\cdot}24\,(C)^{\frac{2}{5}} = 2{\cdot}46\,(B)^{\frac{2}{5}} = 0{\cdot}94\,(L)^{\frac{2}{5}}$$

$$d = \frac{H}{25}\,;\quad d_1 = d - 0{\cdot}013\,H$$

$$e_1 = 0{\cdot}18;\quad e = 0{\cdot}18 + 0{\cdot}015\,H$$

Ces formules correspondent à l'hypothèse où la section de la cheminée est circulaire. Dans le cas d'une cheminée à section carrée, dont le côté serait d, on aurait, en partant toujours de la relation $H = 25\,d$:

$$H = 4{\cdot}57\,(N)^{\frac{2}{5}} = 2{\cdot}94\,(C)^{\frac{2}{5}} = 2{\cdot}23\,(B)^{\frac{2}{5}} = 0{\cdot}86\,(L)^{\frac{2}{5}}$$

Digitized by Google

Ces formules reviennent aux précédentes, à la condition d'admettre, comme point de départ, pour ces dernières, la relation

$$H = 22{\cdot}15\ d$$

Le tirage d'une cheminée dépend, non seulement de sa hauteur, mais encore essentiellement de la température t, à laquelle entrent les gaz de la combustion. Cette température t doit être d'autant plus forte que H est plus petit; pour les cheminées en tôle, où les gaz éprouvent un refroidissement beaucoup plus considérable que dans les cheminées en maçonnerie, la température des gaz à l'entrée doit être plus élevée que pour ces dernières; enfin la valeur de ce tirage dépend encore nécessairement des dimensions de tous les carneaux, de la nature du combustible et de la hauteur de la couche qu'il forme sur la grille. En tenant compte, autant que possible, de toutes ces conditions, nous avons calculé les tables suivantes, qui sont spécialement applicables à des foyers à houille; dans ces tables, t_1 et v_1 désignent la température et la vitesse (en mètres par seconde), que possèdent les gaz, en sortant par l'orifice supérieur de la cheminée, Ω_1 (en mètres carrés).

1° Cheminées en maçonnerie à section carrée.

C	Ω_1	H	t^0	t_1^0	v_1
50	0·2	19·9	299	213	2·1
100	0·3	21·9	246	200	2·7
200	0·5	25·1	202	177	3·1
400	0·9	30·0	162	148	3·2
800	1·7	37·1	129	121	3·2

2° Cheminées en tôle à section circulaire.

C	Ω_1	H	t^0	t_1^0	v_1
50	0·2	19·9	398	158	1·8
100	0·3	21·9	300	164	2·5
200	0·5	25·1	233	152	2·9
400	0·9	30·0	181	131	3·1

Dans le cas où plusieurs fourneaux ont une cheminée commune, C représente le nombre de kilogrammes de houille brûlés, par heure, dans tous les foyers; Ω_1 est donné par la formule empirique:

$$\Omega_1 = 0{\cdot}1 + 0{\cdot}002\ C$$

La hauteur H (comptée du plan horizontal de la grille au plan de l'orifice supérieur de la cheminée) se détermine par la relation:

$$H = 11 + \sqrt{40 + 0{\cdot}8\ C}$$

Digitized by Google

Quant aux valeurs de t, elles peuvent être calculées, avec une grande approximation, par les formules empiriques suivantes:

1° Cheminées en maçonnerie:

$$t = \frac{300\,H}{\left(0{\cdot}971 - \frac{0.3}{\sqrt{C}}\right)H - 8} - 273$$

2° Cheminées en tôle:

$$t = \frac{300\,H}{\left(0{\cdot}975 - \frac{0{\cdot}9}{\sqrt{C}}\right)H - 8} - 273$$

Ces expressions de t correspondent à l'hypothèse d'un tirage suffisant pour brûler, dans de bonnes conditions, 75 kilogr. de houille, par mètre carré de surface de grille et par heure; elles peuvent également être utilisées pour déterminer les valeurs qu'il est nécessaire d'avoir pour t, lorsque, par suite des circonstances locales, la hauteur H se trouve avoir une valeur légèrement différente de celle que donne notre formule empirique.

Les courants d'air inclinés, dirigés de haut en bas, ont une influence d'autant plus grande, sur le tirage de la cheminée, que la vitesse d'écoulement v_1 est plus faible. On peut arriver à augmenter cette valeur de v_1, en rétrécissant un peu l'orifice de sortie Ω_1, sans rien changer d'ailleurs aux autres dimensions.

Digitized by Google

Dimensions des cheminées isolées.

H hauteur de la cheminée.	d diamètre intérieur en bas.	d_1 diamètre intérieur en haut.	e_1 épaisseur de la maçonnerie en haut.	e épaisseur de la maçonnerie en bas.	N chevaux-vapeur.	C Houille brûlée par heure.	B Bois brûlé par heure.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Chevaux-vap.	Kilogr.	Kilogr.
12	0·48	0·32	0·18	0·36	8·8	26·4	52·8
13	0·52	0·35	0·18	0·38	10·7	32·1	64·2
14	0·56	0·38	0·18	0·39	12·9	38·7	77·4
15	0·60	0·41	0·18	0·41	15·3	45·9	91·8
16	0·64	0·43	0·18	0·42	18·0	54·0	108·0
17	0·68	0·46	0·18	0·44	21·0	63·0	126·0
18	0·72	0·49	0·18	0·45	24·2	72·6	145·2
19	0·76	0·51	0·18	0·47	27·7	83·1	166·2
20	0·80	0·54	0·18	0·48	31·5	94·5	189·0
21	0·84	0·57	0·18	0·50	35·6	106·8	213·6
22	0·88	0·59	0·18	0·51	39·9	119·7	239·4
23	0·92	0·62	0·18	0·53	44·6	133·8	267·6
24	0·96	0·65	0·18	0·54	49·6	148·8	297·6
25	1·00	0·68	0·18	0·56	55·0	165·0	330·0
26	1·04	0·70	0·18	0·57	60·6	181·8	363·6
27	1·08	0·73	0·18	0·59	66·6	199·8	399·6
28	1·12	0·76	0·18	0·60	73·0	219·0	438·0
29	1·16	0·78	0·18	0·62	79·7	239·1	478·2
30	1·20	0·81	0·18	0·63	86·7	260·1	520·2
31	1·24	0·84	0·18	0·65	94·1	282·3	564·6
32	1·28	0·86	0·18	0·66	102	306	612
33	1·32	0·89	0·18	0·68	110	330	660

Les dimensions des fondations peuvent être déterminées d'après les règles suivantes:

Fig. 11, Pl. XXXVI: g h i k massif de béton. a b c f massif en pierres de taille.

Hauteur de la fondation entière, y compris le massif de béton 3·5 d.

Angle d'inclinaison du massif de fondation = 60°.

Largeur du massif des pierres de taille ou de la maçonnerie 5 d.

Hauteur d'une assise de pierres de taille ou de maçonnerie e.

Digitized by Google

CHAUDIÈRES A VAPEUR.

248.

Rendement et surface de chauffe d'une chaudière à vapeur.

Le rendement d'une chaudière à vapeur est le rapport entre la quantité de chaleur qui entre dans la chaudière par les parois et celle qui est développée par la combustion.

Notations:

B la quantité de combustible (en kilogrammes), qui est brûlée sur la grille par heure,

M le nombre des unités de chaleur développées par la combustion d'un kilogramme de combustible,

Q la quantité correspondant à la combustion de B kilogrammes de combustible, y compris l'air en excès,

$s = 0{\cdot}24$ la chaleur spécifique de ce mélange gazeux,

$k = 23$ la quantité de chaleur qui entrerait, par heure et par chaque mètre carré de surface de chauffe, si la température des gaz combustibles était supérieure de 1^0 seulement à celle de l'eau dans la chaudière,

F la surfaee de chauffe de la chaudière, c-à-d. la partie de la surface totale de la chaudière qui est en contact, d'un côté, avec la flamme et les gaz et, de l'autre côté, avec l'eau,

t_0 la température de l'eau d'alimentation,

t_1 la température de l'eau dans la chaudière,

T_0 la température de l'air à son entrée dans le foyer,

$e = 2{\cdot}718$ la base des logarithmes naturels,

p le rendement défini précédemment,

S la quantité de vapeur (en kilogrammes), que développent, par heure, les B kilogrammes de combustible.

Entre ces diverses quantités, on a les relations suivantes:

$$p = \left[1 - (t_1 - T_0)\frac{s}{M}\frac{Q}{B}\right]\left(1 - c^{-\frac{kF}{sQ}}\right)$$

$$\frac{F}{S} = \frac{Q}{B}\frac{s}{k}\frac{650 - t_0}{M}\frac{1}{p}\,\text{log. nat.}\left\{\frac{1 - (t_1 - T_0)\frac{s}{M}\frac{Q}{B}}{1 - p - (t_1 - T_0)\frac{s}{M}\frac{Q}{B}}\right\}$$

$$\frac{S}{B} = \frac{p\,M}{650 - t_0}$$

Digitized by Google

$$\frac{F}{B} = \frac{Q}{B}\,\frac{s}{k}\,\text{log. nat.}\left\{\frac{1 - (t_1 - T_0)\,\frac{s}{M}\,\frac{Q}{B}}{1 - p - (t_1 - T_0)\,\frac{s}{M}\,\frac{Q}{B}}\right\}$$

Pour les chaudières à vapeur chauffées à la houille, on peut admettre:

$$\frac{Q}{B} = 22, \quad M = 5400, \quad t_1 - T_0 = 100, \quad t_0 = 50^0$$

$$s = 0{\cdot}24, \quad k = 23$$

et on trouve alors:

$$p = 0{\cdot}902\left(1 - e^{-\,4{\cdot}36\,\frac{F}{B}}\right)$$

$$\frac{F}{S} = \frac{0{\cdot}0255}{p}\,\text{log. nat.}\left(\frac{0{\cdot}902}{0{\cdot}902 - p}\right)$$

$$\frac{S}{B} = 9\,p$$

$$\frac{F}{B} = 0{\cdot}23\,\text{log. nat.}\left(\frac{0{\cdot}902}{0{\cdot}902 - p}\right)$$

Au moyen de ces formules on obtient:

$p =$	0·4	0·5	0·6	0·7	0·8
$\frac{S}{B} =$	3·6	4·5	5·4	6·3	7·2
$\frac{F}{S} =$	0·0374	0·0412	0·0465	0·0545	0·0695
$\frac{F}{B} =$	0·135	0·186	0·252	0·344	0·501

Toutes les relations précédentes supposent que la surface de chauffe soit ce qu'on appelle une surface de chauffe indirecte, c-à-d. qui ne reçoit de chaleur que par son contact avec les gaz chauds. Mais, en réalité, une partie de cette surface est soumise au rayonnement direct du combustible enflammé, de telle sorte qu'en dehors de la chaleur fournie par son contact avec les gaz chauds, elle reçoit encore directement une autre quantité de

Digitized by Google

chaleur assez importante, correspondant au rayonnement; désignons par σ le rapport de cette quantité de chaleur à celle qui est développée sur la grille, et qui n'es telle-même qu'une fraction du pouvoir calorifique du combustible consommé; soit q cette fraction, qui représente le rendement du foyer; $\eta = p\,q$ sera alors la fraction de la puissance calorifique du combustible utilisée par la chaudière, ou son rendement définitif.

Dans les foyers à houille, quand la partie qui recouvre le foyer proprement dit agit seule comme surface de chauffe directe, $\sigma = 0{\cdot}2$; mais, lorsque les parois latérales agissent également comme surfaces de chauffe directes, on peut prendre $\sigma = 0{\cdot}3$.

L'avantage d'une surface de chauffe directe tient en partie à ce que q est d'autant plus petit que σ est plus grand.

D'une manière générale on peut admettre:

$$q = 0{\cdot}8 \quad \text{pour } \sigma = 0$$
$$q = 0{\cdot}75 \quad \text{„} \quad \sigma = 0{\cdot}2$$
$$q = 0{\cdot}72 \quad \text{„} \quad \sigma = 0{\cdot}3$$

Si on désigne maintenant par:

T_1 la température des gaz chauds dans le foyer,
T_2 la température à laquelle les gaz pénètrent dans la cheminée,
W la quantité de chaleur qui pénètre par heure dans la chaudière,
w W la perte de chaleur due au refroidissement par les surfaces extérieures,
le rendement p est complètement donné par l'expression:

$$p = \frac{1 - \sigma}{1 + w} \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_0} + s$$

dans laquelle on a:

$$T_1 = T_0 + \frac{(1 - \sigma)\, q\, H}{\frac{Q}{B}\, s}$$

H désignant la puissance calorifique du combustible. Ces formules permettent de calculer T_1 et p pour un cas déterminé, à la condition de donner à T_2 une valeur convenable pour le tirage de la cheminée; nous avons vu précédemment (N°. 247) que, pour les cheminées en briques, T_2 devait être compris entre 150° et 300° et, pour les cheminées en tôle, entre 200° et 400°.

Digitized by Google

Si on désigne maintenant par $W_1 = \frac{W}{F}$ la quantité de chaleur qui pénètre dans la chaudière, par mètre carré de surface de chauffe et par heure, on a:

$$W_1 = k \frac{p}{p - \sigma} \frac{T_1 - T_2}{\log. \text{nat.} \frac{T_1 - t_1}{T_2 - t_1}}$$

Si W est donné, la grandeur de la surface de chauffe s'obtient par la relation:

$$F = \frac{W}{W_1}$$

Si W n'est pas donné directement, mais si on connait S, on peut le déterminer par la formule:

$$W = (606{\cdot}5 + 0{\cdot}305\ t_1 - t_0)\ S.$$

La quantité de combustible à consommer par heure est:

$$B = \frac{W}{\eta H}$$

Si on pose: $T_0 = 0$ et $W = 0$, les formules se simplifient et on a:

$$T_1 = \frac{(1 - \sigma)\ q\ H}{\frac{Q}{B}\ s}; \quad p = 1 - (1 - \sigma)\frac{T_2}{T_1}$$

$$W_1 = k \frac{\frac{T_1}{1 - \sigma} - T_2}{\log. \text{nat.} \frac{T_1 - t_1}{T_2 - t_1}}$$

Si on suppose maintenant:

$$H = 6600; \quad \frac{Q}{B} = 22; \quad s = 0{\cdot}24$$

pour $\sigma = 0$, $q = 0{\cdot}8$: $T_1 = 1000^0$
„ $\sigma = 0{\cdot}2$, $q = 0{\cdot}75$: $T_1 = 750$
„ $\sigma = 0{\cdot}3$, $q = 0{\cdot}72$: $T_1 = 630$

Digitized by Google

Ces formules conduisent aux tables suivantes:

Valeurs de p:

	$T_2 = 400^0$	$T_2 = 350^0$	$T_2 = 300^0$	$T_2 = 250^0$	$T_2 = 200^0$	$T_2 = 150^0$
$\sigma = 0$	0·60	0·65	0·70	0·75	0·80	0·85
$\sigma = 0·2$	0·573	0·627	0·680	0·733	0·787	0·840
$\sigma = 0·3$	0·556	0·611	0·667	0·722	0·778	0·833

Valeurs de $\eta = p\,q$:

	$T_2 = 400^0$	$T_2 = 350^0$	$T_2 = 300^0$	$T_2 = 250^0$	$T_2 = 200^0$	$T_2 = 150^0$
$\sigma = 0$	0·48	0·52	0·56	0·60	0·64	0·68
$\sigma = 0·2$	0·43	0·47	0·51	0·55	0·59	0·63
$\sigma = 0·3$	0·40	0·44	0·48	0·52	0·56	0·60

Valeurs de $W_1 = \frac{W}{F}$ pour $t_1 = 120^0$ (pression de 2 Atm. environ):

	$T_2 = 400^0$	$T_2 = 350^0$	$T_2 = 300^0$	$T_2 = 250^0$	$T_2 = 200^0$	$T_2 = 150^0$
$\sigma = 0$	11527	10657	9704	8628	7340	5535
$\sigma = 0·2$	14583	12828	11196	9584	7862	5691
$\sigma = 0·3$	18346	15195	12675	10461	8314	5824

Valeurs de $W_1 = \frac{W}{F}$ pour $t_1 = 160^0$ (pression de 6 Atm. environ):

	$T_2 = 400^0$	$T_2 = 350^0$	$T_2 = 300^0$	$T_2 = 250^0$	$T_2 = 200^0$
$\sigma = 0$	10536	9621	8595	7387	5781
$\sigma = 0·2$	13146	11407	9750	8044	6029
$\sigma = 0·3$	16367	13360	10889	8651	6251

Digitized by Google

Si on fait $t_0 = 25^0$ et par conséquent:

$$W = 618\ S \text{ pour } t_1 = 120^0$$
$$W = 630\ S \quad \text{„} \quad t_1 = 160^0$$

on obtient définitivement les valeurs suivantes de $\frac{S}{F}$.

Valeurs de $\frac{S}{F}$ pour $t_1 = 120^0$:

	$T_2 = 400^0$	$T_2 = 350^0$	$T_2 = 300^0$	$T_2 = 250^0$	$T_2 = 200^0$	$T_2 = 150^0$
$\sigma = 0$	18·7	17·2	15·7	14·0	11·9	9·0
$\sigma = 0·2$	23·6	20·8	18·1	15·5	12·7	9·2
$\sigma = 0·3$	29·7	24·6	20·5	16·9	13·5	9·4

Valeurs de $\frac{S}{F}$ pour $t_1 = 160^0$:

	$T_2 = 400^0$	$T_2 = 350^0$	$T_2 = 300^0$	$T_2 = 250^0$	$T_2 = 200^0$
$\sigma = 0$	16·7	15·3	13·6	11·7	9·2
$\sigma = 0·2$	20·9	18·1	15·5	12·8	9·6
$\sigma = 0·3$	26·0	21·2	17·3	13·7	9·9

Si la chaudière est munie d'un réchauffeur, dans lequel l'eau d'alimentation, entrant à la température t_0, doit se trouver portée à une température $t \leqq t_1$, de manière à être introduite dans la chaudière à cette température t, on a à déterminer les surfaces de chauffe respectives F' et F'' de la chaudière et du réchauffeur. A cet effet, désignons par:

W' la quantité de chaleur à fournir par heure à la chaudière,
W'' „ „ „ „ „ au réchauffeur.

La somme $W = W' + W'' = (606·5 + 0·305\ t_1 - t_0)\ S = D\ S$ représente la quantité de chaleur totale à fournir, par heure, à l'ensemble des deux appareils et on a:

$$W'' = \frac{t - t_0}{D}\ W; \quad W' = W - W'';$$

Digitized by Google

On a, de plus, en désignant par T la température à laquelle les gaz chauds de la chaudière arrivent au réchauffeur:

$$T = T_2 + \frac{t - t_0}{D} (T_1 - T_2)$$

$$W'_1 = k' \frac{\frac{T_1}{1 - \sigma} - T}{\text{log. nat.} \frac{T_1 - t_1}{T - t_1}}; \quad F' = \frac{W'}{W'_1}$$

$$W''_1 = k'' \frac{(T - t) - (T_2 - t_0)}{\text{log. nat.} \frac{T - t}{T_2 - t_0}}; \quad F'' = \frac{W''}{W''_1}$$

$$B = \frac{W}{\eta H}; \quad \eta = p\,q.$$

Formules dans lesquelles T_1, p et q sont à déterminer, comme précédemment, pour une chaudière sans réchauffeur, tandis qu'il faut prendre, pour T_2, une valeur convenable, en ayant égard au tirage de la cheminée.

Ordinairement on peut poser:

$$k' = 22; \; k'' = 18; \; t = t_1; \; H = 6600$$

et, dans le cas d'un foyer extérieur avec surface de chauffe directe (pour la chaudière proprement dite):

$$\sigma = 0{\cdot}2; \; q = 0{\cdot}75; \; T_1 = 750^0$$

$$p = 1 - 0{\cdot}8 \frac{T_2}{750}$$

249.

Règles empiriques pour la détermination de la surface de chauffe.

Ordinairement la surface de chauffe des chaudières à vapeur se détermine de la manière suivante:

Pour les machines fixes, on admet $1^{mq}{\cdot}5$ de surface de chauffe par cheval et, pour les machines de bateaux 1^{mq} seulement.

Un mètre carré de surface de chauffe d'une chaudière donne, en moyenne:

Digitized by Google

Par seconde . . .	$0^{k}\cdot0067$	de vapeur
Par minute . . .	$0^{k}\cdot4$	" "
Par heure	24^{k}	" "

D'après cela, la production d'un kilogramme de vapeur exige:

Par seconde . . .	150^{mq}	de surface de chauffe
Par minute	$2^{mq}\cdot5$	" " " "
Par heure	$0^{mq}\cdot041$	" " " "

250.

Chaudières cylindriques, avec ou sans bouilleurs.

Notations:

F la surface de chauffe que doit avoir la chaudière,

D le diamètre } de cette chaudière,
L la longueur }

d le diamètre d'un bouilleur,

l la longueur d'un de ces bouilleurs,

m, m_1 les rapports des surfaces de la chaudière principale et d'un bouilleur à leurs surfaces de chauffe,

i le nombre des bouilleurs,

on trouve:

$$D = \sqrt{\left\{\frac{F}{\pi \frac{L}{D}\left[\frac{1}{m} + \frac{i}{m_1}\left(\frac{d}{D}\right)\left(\frac{l}{L}\right)\right]}\right\}}$$

Pour les chaudières sans bouilleurs, on a: $i = o$, $m = 1\cdot757$, et, par suite:

$$D = 0\cdot75 \sqrt{\frac{D}{L} F}$$

Pour $\frac{L}{D}$ =	5	6	7	8
D =	$0\cdot335 \sqrt{F}$	$0\cdot306 \sqrt{F}$	$0\cdot283 \sqrt{F}$	$0\cdot265 \sqrt{F}$

251.

Grilles des chaudières à vapeur.

Si on désigne par:

C le poids de houille et par B le poids de bois (en kilogrammes) à brûler, par heure, sur une grille, la surface de cette grille R est donnée par la formule:

$$R = \frac{C}{50} = \frac{B}{100}$$

Digitized by Google

Les vides entre les barreaux de la grille doivent correspondre à $\frac{1}{4}$ de la surface totale de la grille pour la houille et à $\frac{1}{3}$ pour le bois.

Les dimensions des barreaux doivent être établies d'après les proportions de la Fig. 6, Pl. XXXVI.

252.

Règles générales pour les grilles.

Notations:

B la quantité de combustible qui doit être brûlée, par heure, sur la grille d'un foyer quelconque,

R la surface de la grille,

V le volume du combustible placé sur la grille,

δ l'épaisseur moyenne de la couche de combustible,

v la vitesse (en mètres) du courant d'air, dans son passage à travers les vides des barreaux,

m le rapport de la surface de tous les vides à la surface de la grille.

On a, pour un foyer quelconque:

$$V = \frac{1}{1895}\frac{B}{m}, \quad R = \frac{1}{1895}\frac{B}{m\,\delta}, \quad v = 7\,\delta$$

Formules, pour lesquelles on peut admettre les valeurs suivantes:

	m	δ	$\frac{R}{B}$
Chauffage de chaudières à la houille .	0·25	0·1	$\frac{1}{48}$
Chauffage des locomotives au coke . .	0·50	0·4	$\frac{1}{379}$
Chauffage au bois	0·30	0·2	$\frac{1}{114}$
Chauffage au charbon de bois	0·25	0·18	$\frac{1}{85}$

253.

Maçonneries des chaudières.

La Pl. XXXVI indique les proportions des dimensions principales d'une chaudière et des murs par rapport au diamètre.

Digitized by Google

Fig. 1, 2, 3, 4: Chaudière sans bouilleur; longueur égale à six fois le diamètre.

Fig. 7, 8, 9, 10: Chaudière avec deux bouilleurs; longueur égale à cinq fois le diamètre.

254.

Epaisseurs des parois des parties cylindriques et sphériques des chaudières à vapeur.

Soient:

D le diamètre intérieur (en centimètres) d'une partie cylindrique ou sphérique d'une chaudière,

δ l'épaisseur du métal (en centimètres),

n le nombre d'atmosphères correspondant à la tension de la vapeur,

on a:

a) Pour des parties cylindriques:

$$\delta = \frac{1{\cdot}315 + 0{\cdot}495\,n}{363 - n}\,D$$

Cette formule[1] donne pour:

n =	1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{\delta}{D}$ =	0·0050	0·0064	0·0078	0·0092	0·0106	0·0120	0·0134	0·0149

b) Pour des parties sphériques, on peut se servir de la formule précédente, qui donne, dans ce cas, un plus grand degré de sécurité.

255.

Rivure des tôles. Pl. XXXVI, Fig. 5.

Diamètre du corps d'un rivet	$2\,\delta$
Diamètre de la tête demi-sphérique	$3\,\delta$
Diamètre de la tête conique	$4\,\delta$
Hauteur totale d'un rivet, y compris les têtes	$5\,\delta$

[1] Au point de vue des résultats, cette formule pourrait être remplacée par la formule plus simple:

$$\frac{\delta}{D} = 0{\cdot}0014\,(n - 1) + 0{\cdot}005$$

Digitized by Google

Ecartement, d'axe en axe, des rivets . . . . . 5 δ
Distance du centre d'un rivet au bord de la tôle . . . . 3 δ

256.

Soupapes de sûreté.

Si on désigne par :

F la surface de chauffe de la chaudière (en mètres carrés),
N la force de la chaudière (en chevaux-vapeur),
S la quantité de vapeur (en kilogrammes), qui doit être produite, par seconde, dans la chaudière,
Ω la section (en mètres carrés) de l'ouverture de la soupape,
P la charge (en kilogrammes) de cette soupape,
p la pression de la vapeur (sur un mètre carré), à laquelle la soupape doit commencer à se soulever,
$\alpha + \beta p$ le poids d'un mètre cube de vapeur, qui exerce une pression p sur un mètre carré,
A la pression de l'atmosphère sur un mètre carré (en kilogrammes),

on a, pour la détermination de Ω et P, les expressions suivantes :

$$\Omega = 0{\cdot}04 \frac{S}{\alpha + \beta p} = \frac{0{\cdot}04}{150} \frac{F}{\alpha + \beta p} = \frac{0{\cdot}04}{100} \frac{N}{\alpha + \beta p}$$

$$P = \Omega (p - A)$$

$$P = 0{\cdot}04\, S \frac{p - A}{\alpha + \beta p} = \frac{0{\cdot}04}{150} F \frac{p - A}{\alpha + \beta p} = \frac{0{\cdot}04}{100} N \frac{p - A}{\alpha + \beta p}$$

Ces formules, dans lesquelles on a fait $\alpha = 0{\cdot}1427$ et $\beta = 0{\cdot}0000473$ ont servi à calculer le tableau suivant :

Tension de la vapeur dans la chaudière (en atmosphères).	$\frac{\Omega}{S}$	$\frac{\Omega}{F}$	$\frac{\Omega}{N}$	$\frac{P}{S}$	$\frac{P}{F}$	$\frac{P}{N}$
2	0·03571	0·000238	0·000357	369	2·46	3·69
3	0·02486	0·000166	0·000249	514	3·43	5·14
4	0·01907	0·000127	0·000191	591	3·94	5·91
5	0·01547	0·000103	0·000155	639	4·26	6·39
6	0·01301	0·000087	0·000130	672	4·48	6·72

Digitized by Google

CHAUFFAGE DES APPARTEMENTS ET DES ÉDIFICES.

257.

Détermination de la quantité de chaleur nécessaire pour le chauffage d'un espace déterminé.

Désignons par:

M la surface des murs, du plafond et du sol, qui renferment l'espace à chauffer, non compris les surfaces des fenêtres,

F la somme des surfaces des fenêtres,

e l'épaisseur des murs,

δ_0 la température la plus basse de l'air extérieur, en hiver,

δ la température qu'on veut obtenir, lorsque la température extérieure est δ_0,

m, n deux nombres qui dépendent de la nature des matériaux,

p la perte de chaleur, par heure et par mètre carré de surface de fenêtre, pour une différence de température de 1°,

f un coefficient variable suivant que le chauffage est continu ou intermittent.

La quantité de chaleur (en calories) qu'exige, par heure, le chauffage de l'espace, s'il n'est pas ventilé artificiellement, a pour expression:

$$W = f\left(\frac{m\,n}{m\,e + n}\,M + p\,F\right)(\delta - \delta_0)$$

Le tableau suivant donne les valeurs de m, n et p pour divers matériaux:

Désignation des matériaux.	m	n	p
Mur en moellons . .	9	0·80	—
Mur en briques . . .	9	0·68	—
Bois de sapin . . .	8	0·17	—
Bois de chêne . . .	8	0·32	—
Fenêtres simples vitrées	—	—	3·66
Fenêtres doubles . .	—	—	2·00

Pour un chauffage continu . . . . . $f = 1·0$

" " " intermittent . . . . . $f = 1·2$

Digitized by Google

Pour les cas ordinaires, on peut supposer; 1° des murs en moellons; 2° l'épaisseur des murs égale à $0^{m}.60$; 3° des fenêtres simples; 4° un chauffage intermittent; 5° la plus grande différence de température égale à 30^{0}. On a alors:

$$W = 42\ M + 132\ F.$$

Les formules précédentes et le tableau à la suite sont empruntés à Péclet; la valeur $n = 0{\cdot}8$ se rapporte à la pierre de taille dont on se sert ordinairement à Paris, pour la construction des façades.

Pour traiter la question d'une manière générale, on doit supposer que les différentes parois soient formées de matériaux, de natures différentes, auxquels correspondent des températures différentes à l'extérieur.

Si on désigne alors par:

k le coefficient de conductibilité de l'une de ces parois, dont la surface est F, c-à-d. la quantité de chaleur perdue, par heure et par mètre carré, pour une différence de température de 1^{0},

ε l'excès de la température δ sur celle qui existe de l'autre côté de cette paroi,

on a, d'une manière générale:

$$W = f\,.\,\Sigma\,(k\,F\,\varepsilon)$$

Si cette paroi est en contact avec l'air extérieur ou avec un espace ouvert, non chauffé, on a $\varepsilon = \delta - \delta_0$; si cet espace non chauffé est fermé, on peut prendre, en général, $\varepsilon = \frac{1}{2}(\delta - \delta_0)$; enfin on a $\varepsilon = 0$, si cet espace est chauffé comme le premier.

Ainsi que nous le verrons au N°. 259, en faisant $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, on a, pour une paroi simple:

$$k = \frac{1}{\frac{2}{\gamma} + \frac{e}{\lambda}}$$

et, d'après les dernières expériences de Péclet, on doit prendre, pour λ, les valeurs suivantes:

Fer et Zinc	28	Bois de chêne	0·25
Marbre	5	„ „ sapin	0·17
Calcaire	1·8	Briques	0·15
Verre	0·8	Liège	0·14
Terre calcinée	0·6	Cendres de bois . . .	0·06

Digitized by Google

Les valeurs trouvées pour γ sont plus variables et moins sûres; elles dépendent, non seulement de la matière dont est formée la paroi et de son état, mais encore de sa forme et de sa grandeur, ainsi que de la différence de température entre l'air et la couche de la paroi en contact avec lui. Lorsque cette dernière cause a une certaine importance, comme, par exemple, dans les appartements d'habitation, on peut prendre, en moyenne:

pour des parois en verre ou en métal non poli . . . $\gamma = 6$
" " " en bois . . . . . $\gamma = 8$
" " " en maçonnerie (en supposant les joints entre les pierres convenablement garnis) : . . . . $\gamma = 10$

La table suivante contient, pour des murs, les valeurs de k, calculées avec $\gamma = 10$; pour plus de sûreté et pour tenir compte des pertes qu'on n'introduit pas dans le calcul, ces valeurs ont été augmentées de 10 p$^0/_0$.

e (en mètres).	Murs en briques.	Murs en moellons		
		$\lambda = 0{\cdot}8$	$\lambda = 1{\cdot}2$	$\lambda = 1{\cdot}6$
0·3	1·57	1·91	2·44	2·84
0·4	1·27	1·57	2·06	2·44
0·5	1·07	1·33	1·78	2·15
0·6	0·91	1·15	1·57	1·91
0·7	0·80	1·02	1·40	1·73
0·8	0·72	0·91	1·27	1·57
0·9	0·65	0·82	1·16	1·26

Les planchers et les plafonds doivent être considérés ordinairement comme des parois doubles en bois, avec couche d'air emprisonnée; par conséquent, si on désigne par e l'épaisseur d'une paroi simple en bois et si l'on fait $n = 2$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, $\gamma'_1 = \gamma'_2 = \frac{1}{2}\gamma$, on obtient, pour un plafond (passage de la chaleur de bas en haut):

$$k = \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{2}{\gamma} + \frac{e}{\lambda}}$$

Digitized by Google

et pour un plancher (passage de la chaleur de haut en bas):

$$k = \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{3}{\gamma} + \frac{e}{\lambda}}$$

Dans le cas particulier où l'on fait $e = 0{\cdot}05$, $\gamma = 8$, $\lambda = 0{\cdot}1$, ces formules donnent:

pour plafonds: $k = 0{\cdot}67$
pour planchers: $k = 0{\cdot}57$.

258.

Chauffage, avec renouvellement de l'air, des locaux dans lesquels se trouve rassemblé un grand nombre de personnes.

Un homme consomme, par heure, 6 mètres cubes d'air et, en poids, $6 \times 1{\cdot}3 = 7^{k}{\cdot}8$, ou environ 8 kilogrammes. La quantité de chaleur qu'il développe, par heure, est à peu près de 73 calories. Sur cette quantité, 25 ($0{\cdot}038 \times 650$) sont employées à la production de vapeur; il en reste encore $73 - 25 = 48$, qui échauffent l'espace environnant.

Soient:

q la quantité de kilogrammes d'air pur et froid, que fournit, par heure, la ventilation, pour l'espace à chauffer, et qui en sort à l'état impur,

N le nombre des personnes qui sont réunies dans cet espace,

W la quantité de chaleur qui doit être développée par heure, au moyen de l'appareil de chauffage, pour entretenir dans l'espace une température δ,

on a:

$$W = f\left(\frac{m\,n}{m\,e + n} M + p\,F\right)(\delta - \delta_0) + 0{\cdot}237\,p\,(\delta - \delta_0) - 48\,N$$

Il faut prendre généralement: $q = 8\,N$, et f, n, m, p, e, δ, δ_0 comme dans le numéro précédent, on obtient alors:

$$W = 36\,M + 132\,F + 9\,N.$$

259.

Passage de la chaleur à travers un mur ou une paroi plane, en contact avec deux fluides à des températures invariables.

Désignons par:

δ la différence de température des deux fluides,

Digitized by Google

e l'épaisseur de la paroi (en mètres),
F la superficie d'une face de cette paroi (en mètres),
W la quantité de chaleur qui traverse la surface F par heure,
γ_1, γ_2 les coefficients de transmission correspondant aux deux faces de la paroi. Le coefficient de transmission est la quantité de chaleur qui traverse, par heure, un mètre carré de la surface d'un corps, lorsque la différence de température entre la surface de ce corps et celle de la couche de fluide, qui est directement en contact avec elle, est égale à 1°,
λ le coefficient de conductibilité de la matière dont se compose la paroi. Ce coefficient est la quantité de chaleur qui passe, par heure, à travers une barre, d'un mètre carré de section et d'un mètre de longueur, pour une différence de température de 1° entre les extrémités.

Ces notations admises, on a, pour l'expression de W:

$$W = \frac{F\delta}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}}$$

260.

Quantité de chaleur qui passe, par heure, à travers un mètre carré d'une paroi, composée de plusieurs couches de matériaux superposées.

Soient:
δ la différence de température des deux fluides qui sont séparés par la paroi,
e_1, e_2, e_3 ... les épaisseurs des couches des matériaux dont se compose la paroi,
γ_1, γ_2, γ_3 ... les coefficients de transmission de chaleur par les surfaces de contact des couches,
λ_1, λ_2, λ_3 ... les coefficients de conductibilité correspondant aux matériaux dont les couches sont formées,
F la surface de la paroi (en mètres carrés),
W la quantité de chaleur qui passe, par heure, à travers la paroi, on a:

$$W = \frac{F\delta}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3} + \ldots \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \ldots}$$

Si la paroi se compose de n parois solides, d'épaisseurs e_1, e_2 ... et de coefficients de conductibilité λ_1, λ_2 ..., séparées par (n — 1) couches d'air, on doit opérer de la manière suivante:

Digitized by Google

1° Dans le cas où l'air des couches intermédiaires peut être supposé en mouvement, de telle sorte que la chaleur se transmette d'une face à l'autre, non seulement par rayonnement, mais encore par les particules de l'air, on doit poser:

$$W = k\,F\,\delta;\ \frac{1}{k} = \Sigma_1^{2n}\frac{1}{\gamma} + \Sigma_1^{n}\frac{e}{\lambda}$$

2° Dans le cas où l'air est immobile dans les couches intermédiaires, de telle sorte qu'on puisse négliger son pouvoir conducteur pour la chaleur (lequel est très faible pour l'air en repos), le passage de la chaleur, d'une face d'une paroi à une autre, a lieu à peu près uniquement par rayonnement et on doit prendre:

$$W = k\,F\,\delta;\ \frac{1}{k} = \frac{1}{\gamma_1} + \Sigma_2^{2n-1}\frac{1}{\gamma'} + \frac{1}{\gamma_{2n}} + \Sigma_1^{n}\frac{e}{\lambda}$$

en désignant par γ_1 le coefficient d'introduction de la chaleur pour la première paroi, par γ_{2n} celui de sortie pour la dernière et par γ' le coefficient de transmission pour une quelconque des $(2n-2)$ autres parois, en supposant que cette transmission se fasse uniquement par rayonnement.

Si on admet que toutes les petites parois soient de même nature et que pour chacune on ait:

le coefficient d'introduction de la chaleur . . $= \gamma_1$
" " de sortie " " . . $= \gamma_2$
le coefficient d'absorption de chaleur rayonnée $= \gamma_1' < \gamma_1$
" " d'émission " " $= \gamma_2' < \gamma_2$

On doit prendre, dans le premier cas:

$$\frac{1}{k} = n\left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\frac{1}{n}\Sigma e}{\lambda}\right)$$

et dans le second:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\gamma_1} + (n-1)\left(\frac{1}{\gamma_1'} + \frac{1}{\gamma_2'}\right) + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\Sigma e}{\lambda}$$

Dans le premier cas, la chaleur transmise W est précisément égale à $\frac{1}{n}$ de celle qui serait transmise par une paroi unique d'épaisseur $\frac{1}{n}\Sigma e$; dans le second cas, elle est plus petite.

Digitized by Google

Si la paroi est disposée horizontalement, l'hypothèse du premier cas correspond au passage de la chaleur de bas en haut (plafond d'une chambre chauffée) et celle du second au passage inverse (plancher d'une chambre chauffée).

Pour une paroi disposée verticalement (double fenêtre), on se trouve dans des conditions intermédiaires entre ces deux cas extrêmes.

261.

Quantité de chaleur qui passe, dans une heure, par la paroi d'un vase cylindrique, dont les deux faces sont en contact avec des fluides.

Soient :

δ la différence de température des deux fluides,

r_1 le rayon intérieur
r_2 le rayon extérieur } du cylindre (en mètres),
l la longueur

γ_1 et γ_2 les coefficients de transmission de chaleur qui correspondent aux faces intérieure et extérieure du cylindre,

λ le coefficient de conductibilité de la matière, supposée homogène, dont se compose la paroi,

W la quantité de chaleur qui entre, par heure, si la température extérieure est plus élevée que la température intérieure ou qui s'échappe, si l'inverse a lieu ;

on a, dans ce cas :

$$W = \frac{2\pi l \delta}{\frac{1}{r_1 \gamma_1} + \frac{1}{r_2 \gamma_2} + \frac{1}{\lambda} \log.\text{nat.} \frac{r_2}{r_1}}$$

Pour un conduit à section carrée (une cheminée, par ex.), en désignant par s_1 et s_2 les côtés des carrés intérieur et extérieur, on a, en conservant les notations précédentes :

$$W = \frac{4 l \delta}{\frac{1}{\gamma_1 s_1} + \frac{1}{\gamma_2 s_2} + \frac{1}{2\lambda} \log.\text{nat.} \frac{s_2}{s_1}}$$

262.

Quantité de chaleur qui traverse la paroi d'un vase sphérique, dont les deux faces sont en contact avec des fluides.

Si on désigne par :

δ la différence de température des deux fluides,

Digitized by Google

r_1 le rayon intérieur } de la paroi (en mètres),
r_2 „ „ extérieur }

γ_1, γ_2 les coefficients de transmission de la chaleur correspondant aux faces intérieure et extérieure de la paroi,

λ le coefficient de conductibilité de la matière, supposée homogène, dont se compose la paroi.

W la quantité de chaleur qui pénètre, par heure, dans la sphère, si la température extérieure est plus élevée, ou qui s'en échappe, dans le cas contraire,

on a :

$$W = \frac{4\pi\delta}{\frac{1}{\gamma_1 r_1^2} + \frac{1}{\gamma_2 r_2^2} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

263.

Chauffage d'un fluide par un courant de fluide chaud.

Le chauffage d'un fluide froid par un fluide chaud a lieu ordinairement en faisant circuler le fluide chaud dans un canal, dont les parois, composées d'une matière bonne conductrice de la chaleur, sont mises en contact avec le fluide à chauffer.

Les appareils qu'on emploie pour ce mode de chauffage peuvent se diviser en plusieurs catégories :

1° L'appareil constitue une chaudière, proprement dite, lorsque la température du fluide à échauffer a la même valeur en tous les points de la paroi.

2° L'appareil est dit à courant parallèle, si le fluide à chauffer est conduit, le long de la paroi, dans une direction qui coïncide avec celle du courant de fluide chaud.

3° Enfin l'appareil est à contre-courant, si la direction donnée au fluide à chauffer est opposée à celle de l'autre courant.

Les surfaces de chauffe de ces appareils peuvent se déterminer d'après les règles suivantes :

Soient :

W la quantité de chaleur qui doit traverser la paroi, par heure,

T_0 la température du courant de fluide chaud à son entrée dans le canal de chauffe,

T_1 la température qu'il possède à sa sortie,

k le coefficient de transmission de chaleur, c-à-d. la quantité de chaleur qui passerait, par heure et par mètre carré de la surface de chauffe, si la température du fluide chaud, dans tous

Digitized by Google

les points, ne dépassait que de 1° la température du fluide à chauffer;

soient, en outre:

a) Pour un appareil à chaudière:

F_k la surface de chauffe de l'appareil,
t la température du fluide dans la chaudière,

b) Pour un appareil à courant parallèle:

F_p la surface de chauffe de l'appareil,
t_0 la température du fluide à chauffer à son entrée,
t_1 la température de ce fluide à sa sortie,

c) Pour un appareil à contre-courant:

F_c, t_0 et t_1 les quantités analogues à celles de l'appareil *b)*.

On a alors, pour les différentes surfaces de chauffe:

$$F_k = \frac{W}{k} \frac{\log. \text{nat.} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1}}{T_0 - t_1}$$

$$F_p = \frac{W}{k} \frac{\log. \text{nat.} \frac{T_0 - t_0}{T_1 - t_1}}{T_0 - t_1 + (t_1 - t_0)}$$

$$F_c = \frac{W}{k} \frac{\log. \text{nat.} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{T_0 - t_1 - (t_1 - t_0)}$$

On pourrait encore, à la rigueur, distinguer un quatrième cas, correspondant à l'hypothèse où le fluide chaud posséderait, en tous les points de la surface de chauffe, la même température T, tandis que le fluide à échauffer, en circulant le long de cette même surface, passerait de t_0 à t_1; la grandeur de la surface de chauffe serait alors donnée par l'expression:

$$F = \frac{W}{k} \frac{\log. \text{nat.} \frac{T - t_0}{T - t_1}}{t_1 - t_0}$$

Les valeurs à admettre pour k, suivant les espèces de fluides et la nature des parois, n'ont pas encore été déterminée, par expérience, d'une manière complètement satisfaisantes; toutefois on peut considérer les suivantes comme assez approchées:

Digitized by Google

Pour le passage de la chaleur:

a) de l'air à l'air, à travers une paroi en terre cuite, d'un centimètre d'épaisseur . . . . . $k = 5$

b) de l'air à l'air, à travers une paroi en fonte, de 1c. à 1c.5 d'épaisseur . . . . . $k = 14$

c) de l'air à l'air, par une paroi en tôle . . . . $k = 7$

d) de l'air à l'eau, ou de l'eau à l'air, par une paroi en tôle . . . . . $k = 23$

e) de la vapeur à l'air par une paroi en fonte . $k = 12$

264.

Chauffage par des poêles.

Si on désigne par:

W la quantité de chaleur, nécessaire pour le chauffage d'un espace donné et calculée d'après le N°. 257,

F la superficie du poêle,

on a:

a) Pour des poêles en terre cuite . $F = \frac{W}{1600}$

b) Pour des poêles en fonte . . . $F = \frac{W}{4000}$

c) Pour des poêles en tôle . . . $F = \frac{W}{1500}$

Lorsqu'on poêle en terre cuite ou en fonte est muni d'un tuyau de fumée en tôle, dont la surface est F_1, il suffit de prendre pour la surface du poêle lui-même:

terre cuite . . . . $F = \frac{W - 1500\,F_1}{1600}$

fonte . . . . . $F = \frac{W - 1500\,F_1}{4000}$

265.

Calorifère à air chaud avec tuyaux en fonte.

Désignons par:

W la quantité de chaleur qui doit être transmise, par heure, à l'air à chauffer,

Digitized by Google

T_0 la température des gaz de la combustion, immédiatement au-dessus de la grille,
T_1 la température à laquelle ces gaz quittent l'appareil,
t_0 la température de l'air à chauffer, à son entrée dans l'appareil,
t_1 la température à laquelle cet air doit être porté,
$k = 14$ la quantité de chaleur qui traverse, par heure, une paroi en fonte, de 1c. à 1c.5 d'épaisseur, pour une différence de température de 1°,
F la surface de chauffe de l'appareil.

Dans le cas où le calorifère peut être considéré comme un appareil à contre-courant, on a :

$$F = \frac{W}{k} \frac{\log. \text{nat.} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{T_0 - T_1 - (t_1 - t_0)}$$

La quantité de chaleur W, qu'exige le chauffage par heure et qui doit être calculée d'après le N°. 257, ne doit pas être confondue, dans ce cas, avec la quantité W_1 que l'appareil de chauffage doit donner, par heure, à l'air servant à l'échauffement; cet air, en effet, possède une température t_1 à son entrée dans l'espace à chauffer (qui doit être maintenu à une température constante δ, pour une température t_0 de l'air extérieur) et il déplace une quantité d'air à la température δ, dont le poids par heure est de L kilogr. En ayant égard à cette circonstance, on trouve :

$$\frac{W}{W_1} = \frac{t_1 - \delta}{t_1 - t_0}; \quad L = \frac{W}{0{\cdot}24\,(t_1 - \delta)}$$

$$F = \frac{W}{k} \frac{t_1 - t_0}{t_1 - \delta} \frac{\log. \text{nat.} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{T_0 - T_1 - (t_1 - t_0)}$$

Il résulte de ces formules que le poids d'air déplacé L est d'autant plus considérable et, par suite, la ventilation d'autant plus énergique que t_1 est plus petit; mais, par contre, F est aussi d'autant plus grand et le rapport $\frac{W}{W_1}$ d'autant plus petit; or, ce rapport représente, en définitive, la degré d'utilisation, pour le chauffage de l'espace, de la chaleur fournie par le calorifère à l'air.

Digitized by Google

Si on suppose $T_0 = 1000^0$, $T_1 = 300^0$, $t_0 = -10^0$, $\delta = 20^0$, on trouve:

pour $t_1 =$	40^0	50^0	60^0	70^0	
$L =$	$\frac{W}{4{\cdot}8}$	$\frac{W}{7{\cdot}2}$	$\frac{W}{9{\cdot}6}$	$\frac{W}{12}$	kilogr.
$F =$	$\frac{W}{3220}$	$\frac{W}{4000}$	$\frac{W}{4543}$	$\frac{W}{4938}$	mèt. car.
$\frac{W}{W_1} =$	0·4	0·5	0·571	0·625	

266.

Chauffage par circulation d'eau chaude à basse pression.

Ce chauffage est produit par une chaudière, d'où part une ligne de tuyaux, qui revient y aboutir, après avoir traversé l'espace à chauffer.

Désignons par:

W la quantité de chaleur nécessaire, par heure, pour le chauffage de l'espace dans lequel sont établis les tuyaux,

T_0 la température des gaz de la combustion, immédiatement au-dessus de la grille,

T_1 la température que possédent ces gaz en quittant la chaudière,

t_0 la température à laquelle l'eau, contenue dans les tuyaux de circulation, pénètre dans la chaudière,

t_1 la température à laquelle l'eau chaude sort de la chaudière, pour entrer dans les tuyaux,

δ la température moyenne qui doit régner dans l'espace à chauffer,

F la surface de chauffe de la chaudière,

f la surface des tuyaux de circulation,

$k = 23$ la quantité de chaleur qui traverserait, par heure, un mètre carré des parois des tuyaux ou de la chaudière, si la différence de température était de 1^0.

On a pour les surfaces de chauffe:

$$F = \frac{W}{k} \frac{\text{log. nat.} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{T_0 - T_1}$$

$$f = \frac{W}{k} \frac{\text{log. nat.} \frac{t_1 - \delta}{t_0 - \delta}}{t_1 - t_0}$$

Digitized by Google

Ordinairement on peut poser:

$$T_0 = 1000^0, \quad T_1 = 300^0, \quad t_0 = 40^0, \quad t_1 = 80^0, \quad \delta = 14^0$$

et on trouve alors:

$$F = \frac{W}{11250} \qquad f = \frac{W}{990}$$

En conservant les mêmes données et en prenant seulement $\delta = 20^0$, on a:

$$f = \frac{W}{840}.$$

267.

Chauffage par circulation d'eau chaude, à haute pression.

Si on désigne par:

W la quantité de chaleur nécessaire, par heure, pour le chauffage d'un espace,

T_0 la température des gaz de la combustion, au-dessus de la grille,

T_1 la température à laquelle ces gaz quittent la chaudière,

t_0 la température de l'eau, à son entrée dans le serpentin du foyer,

t_1 la température à laquelle l'eau quitte le serpentin, pour entrer dans les tuyaux de circulation,

δ la température moyenne à obtenir dans l'espace à chauffer,

F la surface intérieure du serpentin,

f la surface intérieure des tuyaux de circulation,

$k = 23$ le coefficient de transmission de la chaleur,

on a:

$$F = \frac{W}{k} \frac{\log. \text{nat.} \dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{T_0 - T_1 - (t_1 - t_0)}$$

$$f = \frac{W}{k} \frac{\log. \text{nat.} \dfrac{t_1 - \delta}{t_0 - \delta}}{t_1 - t_0}$$

Ordinairement, on peut prendre, pour ce mode de chauffage:

$$T_0 = 1000, \; T_1 = 300, \; t_0 = 50, \; t_1 = 150, \; \delta = 14$$

Digitized by Google

et on obtient alors :

$$F = \frac{W}{11280}, \quad f = \frac{W}{1730}.$$

Le diamètre intérieur des tuyaux de chauffage n'est que $0^m{\cdot}0125$ et le diamètre extérieur de $0^m{\cdot}025$. Si L et l sont les longueurs de tuyaux correspondant aux surfaces F et f, on a :

$$F = 0{\cdot}0125 \times 3{\cdot}14 \times L; \; f = 0{\cdot}0125 \times 3{\cdot}14 \times l$$

ce qui donne :

$$L = \frac{W}{440}, \quad l = \frac{W}{68}$$

Si on pose :

$$T_0 = 1000, \; T_1 = 400, \; t_1 = 160, \; \delta = 20$$

et si on prend $k = 30$ pour le coefficient de transmission, rapporté à la surface intérieure des tuyaux, on obtient :

pour $t_0 =$	40^0	50^0	60^0	
$f =$	$\frac{W}{1850}$	$\frac{W}{2142}$	$\frac{W}{2395}$	Mèt. car.
$l =$	$\frac{W}{72{\cdot}6}$	$\frac{W}{84{\cdot}1}$	$\frac{W}{94{\cdot}1}$	Mèt.
$F =$	$\frac{W}{16995}$	$\frac{W}{16791}$	$\frac{W}{16584}$	Mèt. car.
$L =$	$\frac{W}{667}$	$\frac{W}{659}$	$\frac{W}{651}$	Mèt.
$=$	$\frac{1}{9{\cdot}2}$	$\frac{1}{7{\cdot}8}$	$\frac{1}{6{\cdot}9}$	

On voit, d'après cela, que la valeur de l est d'autant plus faible que celle de t_0 est plus grande; mais, d'un autre côté, pour une valeur déterminée de t_1, la vitesse de l'eau, dans les tuyaux, augmente en même temps que t_0 et, par suite, il devient nécessaire d'avoir une pression plus considérable pour vaincre la résistance au mouvement; pour toutes ces raisons, il convient donc que t_0 ne dépasse pas 60^0 ou que $t_1 - t_0$ ne soit pas inférieur à 100^0.

Digitized by Google

268.

Chauffage par la vapeur.

Soient:

W la quantité de chaleur nécessaire, par heure, pour le chauffage d'un espace, traversé par des tuyaux de vapeur,

F la surface de chauffe de la chaudière,

f la superficie des tuyaux de vapeur,

t la température de l'eau et de la vapeur dans la chaudière,

δ la température qu'on veut obtenir dans l'espace à chauffer,

T_0 la température des gaz de la combustion au-dessus de la grille.

T_1 la température à laquelle ces gaz quittent la chaudière,

on a:

$$F = \frac{W}{23} \frac{\log. \text{nat.} \frac{T_0 - t}{T_1 - t}}{T_0 - T_1}$$

$$f = \frac{W}{12\,(t - \delta)}$$

Ordinairement, pour le chauffage par la vapeur, on prend:

$$T_0 = 1000^0, \quad T_1 = 300^0, \quad t = 110^0, \quad \delta = 14^0$$

et on obtient alors:

$$F = \frac{W}{10430}, \qquad f = \frac{W}{1152}$$

ÉCLAIRAGE AU GAZ.

269.

Pouvoirs éclairants des bougies, des lampes et des becs de gaz.

a) Une chandelle de suif, d'un poids de $^1/_6$ de livre, brûle pendant 9·5 heures et donne autant de lumière qu'un bec qui consommerait, par heure, 14 litres de gaz de houille.

b) Une lampe ordinaire, à mèche plate, brûle, par heure, 13 grammes d'huile, donne une quantité de lumière égale à celle

Digitized by Google

d'une chandelle de suif, multipliée par 1·13, et peut être remplacée par un bec de gaz brûlant 16 litres par heure.

c) Une bougie de cire (de 5 à la livre) donne une puissance éclairante de 1·1 chandelle de suif et peut être remplacée par un bec de gaz consommant 15 litres.

d) Une lampe d'Argand, qui consomme 30 grammes d'huile par heure, donne une lumière égale à celle de quatre chandelles de suif et peut être remplacée par un bec de gaz brûlant 56 litres par heure.

e) Une lampe de Sinombra, qui dépense 50 grammes d'huile par heure, donne une lumière de 7·6 chandelles de suif et peut être remplacée par un bec de gaz qui consomme 106 litres par heure.

f) Une lampe Carcel, qui brûle 42 grammes d'huile par heure, donne une lumière de 7·71 chandelles de suif et peut être remplacée par un bec de gaz qui consomme 108 litres par heure.

270.

Tableau comparatif des consommations de matières éclairantes.

(Les nombres d'une colonne horizontale donnent les quantités des diverses substances nécessaires pour développer la même quantité de lumière.)

Eclairage de bougies.		Eclairage de lampes à huile			Eclairage au gaz de houille.		Gaz d'huile en litres.
Suif en kilog.	Cire en kilog.	Carcel	Sinombra	Mèches plates.	Gaz en litres.	Houille en kilog.	
1·00	0·92	0·59	0·71	1·26	1530	7·30	566
1·09	1·00	0·65	0·78	1·37	1670	7·94	619
1·67	1·54	1·00	1·19	2·11	2570	12·20	951
1·40	1·29	0·84	1·00	1·76	2140	10·00	793
0·80	0·73	0·47	0·57	1·00	1210	5·75	448
0·65	0·60	0·39	0·47	0·83	1000	4·76	370
0·14	0·13	0·08	0·10	0·17	210	1·00	78
0·76	1·61	1·05	1·26	2·23	2700	13·00	1000

Digitized by Google

271.

Tableau des heures d'éclairage pendant les différents mois de l'année.

Commencement et fin du temps de l'éclairage.	1er trimestre.			2e trimestre.			3e trimestre.			4e trimestre.			1er trimestre.	2e trimestre.	3e trimestre.	4e trimestre.	Total de l'année.
	Avril.	Mai.	Juin.	Juillet.	Août.	Septembre.	Octobre.	Novembre.	Décembre.	Janvier.	Février.	Mars.					
Depuis la brune jusqu'à 6 heures . .	—	—	—	—	—	2	31	62	80	65	33	4	—	2	173	102	277
„ 7 „ . .	4	—	—	—	14	22	62	92	111	96	61	31	4	36	265	188	493
„ 8 „ . .	28	4	—	—	40	52	93	122	142	127	89	62	32	92	357	278	759
„ 9 „ . .	58	29	8	13	71	82	124	152	173	158	117	93	95	166	449	368	1078
„ 10 „ . .	88	60	38	44	102	112	155	182	204	189	145	124	186	258	541	458	1443
„ 11 „ . .	118	91	68	75	133	142	186	212	235	220	173	155	277	350	633	548	1808
„ minuit. . . .	148	122	98	106	164	172	217	242	266	251	201	186	368	442	725	638	2173
Toute la nuit . . .	295	242	195	217	307	345	421	473	527	512	411	382	732	869	1421	1305	4327
Le matin depuis 4 heures	28	2	—	—	16	48	80	110	137	137	98	71	30	64	327	306	727
„ „ 5 „	3	—	—	—	—	18	49	80	106	106	70	40	3	18	235	216	472
„ „ 6 „	—	—	—	—	—	—	18	50	75	75	42	9	—	—	143	126	269
„ „ 7 „	—	—	—	—	—	—	—	20	44	35	14	—	—	—	64	58	122

Digitized by Google

D'après les données, contenues dans ces tableaux, il est très facile de calculer les quantités de gaz et, par suite, la consommation de houille qu'exige un éclairage au gaz, dans des conditions déterminées.

272.

Distillation de la houille. Cornues et fours.

La distillation d'un kilogramme de houille exige $0^{k}.25$ de coke.

Un kilogramme de houille fournit, en moyenne, les produits suivants :

Gaz	256 litres
Coke	$0^{k}.66$
Goudron	$0^{k}.064$
Eau ammoniacale . .	$0^{k}.100$

Charge d'une cornue par mètre carré de la surface intérieure	23 kilogr.
Quantité de gaz produite en 24 heures par mètre carré de la surface intérieure d'une cornue	$30^{m.\,c.}$
Dimensions ordinaires d'une cornue :	
Longueur	$2^{m}.5$
Largeur	$0^{m}.4$
Hauteur	$0^{m}.3$
Surface intérieure	$3^{m.\,q}.25$
Epaisseur des cornues . . en fonte	$0^{m}.03$
Epaisseur des cornues . . en terre réfractaire . .	$0^{m}.08$
Somme des surfaces intérieures de toutes les cornues d'une usine . . .	$F = \frac{B\,q\,T}{30}$ (mèt. car.)

En désignant par :

B le nombre des becs,

q la consommation (en mèt. cub.) par heure d'un brûleur, laquelle varie ordinairement de $0^{m.\,c.}1$ à $0^{m.\,c.}12$,

T la durée de l'éclairage (en heures) dans les jours les plus courts et qui, pour les villes, est ordinairement de 12 heures.

Si, pour un four, on désigne, en outre, par :

R la surface de la grille d'un fourneau (en mètres carrés),

n le nombre des cornues de ce fourneau,

f la surface intérieure d'une cornue,

Digitized by Google

on peut prendre :

$$R = (0{\cdot}045 - 0{\cdot}005\ n)\ n\ f$$

273.

Barillet.

Section du barillet . . . . . $= \frac{F}{600}$

en représentant par F, comme précédemment, la somme des surfaces intérieures de toutes les cornues de la série des fours correspondant àu même barillet; la longueur de ce dernier est égale à celle du massif des fours.

274.

Condenseur.

Surface extérieure de tous les tuyaux du condenseur $= 0{\cdot}3\ F$

Section de chacun de ces tuyaux . . . . . $= \frac{F}{3000}$

Hauteur d'un tuyau . . . . . $= 3$ à 4^m.

275.

Appareil de lavage et épurateurs.

Section horizontale de l'appareil de lavage . . . . . $= 0{\cdot}01\ F$

Volume de tous les épurateurs à la chaux . . . . . $= 0{\cdot}1\ F$ à $0{\cdot}2\ F$ (mèt. cub.)

Surface des grilles de tous ces épurateurs . . . . . $= 0{\cdot}5\ F$ à F.

276.

Compteur à gaz.

Section du tambour . . . . . $= \frac{F}{177}$

Longueur du tambour égale au diamètre.

277.

Gazomètre.

Si on désigne par :

V le volume du gazomètre,

D son diamètre,

Digitized by Google

H sa hauteur,
Q la consommation de gaz, par heure, de tous les brûleurs (en mètres cubes),
T le nombre des heures d'éclairage, dans les jours les plus courts,
le volume du gazomètre doit être au moins égal à:

$$V = (24 - T)\frac{T}{24}Q$$

Pour T =	5	6	7	8	9	10	11	12
$\frac{V}{Q}$ =	4	4·5	5	5·3	5·6	5·8	6	6

Le volume V étant calculé, on détermine D et H à l'aide des formules:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 H; \; H = 3{\cdot}5 + 0{\cdot}15\, D$$

ou au moyen de la table suivante, calculée à l'aide de ces formules:

D	H	V	D	H	V	D	H	V	D	H	V
10	5·00	393	15	5·75	1016	20	6·50	2042	25	7·25	3559
11	5·15	489	16	5·90	1186	21	6·65	2303	26	7·40	3929
12	5·30	599	17	6·05	1373	22	6·80	2585	27	7·55	4323
13	5·45	723	18	6·20	1578	23	6·95	2888	28	7·70	4741
14	5·60	862	19	6·35	1800	24	7·10	3212	29	7·85	5185

278.

Conduites de gaz.

Si on désigne par:
Q la quantité de gaz (en mètres cubes), que doit débiter, par heure, un tuyau,
D le diamètre de ce tuyau (en millimètres),
V la vitesse du gaz dans le tuyau, en mètres par seconde,
on doit prendre:

$$V = 0{\cdot}3\left(1 + \frac{1}{10}Q\right) \text{ pour } Q < 100^{\text{m. c.}}$$
$$V = 3^{\text{m.}} \qquad \text{„} \quad Q \geqq 100^{\text{m. c.}}$$

Digitized by Google

$$D = 33 \sqrt{\frac{Q}{1 + 0{\cdot}1\,Q}} \quad \text{pour } Q < 100^{\text{m. c.}}$$

$$D = 10 \sqrt{Q} \qquad \text{„} \quad Q \geqq 100^{\text{m. c.}}$$

Le tableau ci-dessous contient les résultats calculés à l'aide de ces formules.

Il importe de remarquer que ces formules ne sont guère applicables qu'aux branchements proprement dits, c-à-d. aux conduites des rues, d'une faible longueur, des cours et des bâtiments. Pour ces branchements, on peut également utiliser la formule fondamentale:

$$d^5 = 0{\cdot}1\,\lambda\,\varrho\,\frac{l\,V^2}{h}$$

dans laquelle on a représenté par:

l la longueur et d le diamètre d'un branchement (en mètres),

V le volume de gaz (en mètres cubes), qu'il débite par seconde,

h la perte de pression du gaz, pour tout le branchement, exprimée en millimètres d'eau,

ϱ la densité du gaz, rapportée à celle de l'air atmosphérique, prise comme unité,

λ le coefficient défini au N°. 157.

Les expériences de *Blochmann*, sur le mouvement du gaz d'éclairage dans les tuyaux en fer étiré, ont conduit, pour ce dernier coefficient, à l'expression:

$$\lambda = 0{\cdot}009 + \frac{0{\cdot}0638}{\sqrt{u}} = 0{\cdot}009 + 0{\cdot}0565\,\frac{d}{\sqrt{V}}$$

u étant la vitesse du gaz, en mètres par seconde. Il résulte de là que, dans une conduite, composée de plusieurs parties, pour lesquelles l et V sont différents, tandis que la vitesse u doit rester constante et, par suite, aussi la valeur $\frac{d}{\sqrt{V}}$, on détermine cette dernière valeur par la relation:

$$\left(\frac{d}{\sqrt{V}}\right)^5 = \left(0{\cdot}009 + 0{\cdot}0565\,\frac{d}{\sqrt{V}}\right)\frac{0{\cdot}1}{H}\,\Sigma\,\frac{l}{\sqrt{V}}$$

en désignant par H la perte de pression donnée pour toute la conduite.

Si on prend $\varrho = 0{\cdot}42$, qu'on suppose la consommation d'un bec égale à $0^{\text{m. c.}}12$, par heure, le nombre des becs alimentés

Digitized by Google

par le volume V égal à n, et qu'enfin on exprime d en millimètres, cette équation se met sous la forme:

$$\left(\frac{d}{\sqrt{n}}\right)^5 = \left(420 + 457\,\frac{d}{\sqrt{n}}\right)\frac{1}{H}\,\Sigma\,\frac{l}{\sqrt{n}}$$

Pour une conduite de maison, de section constante, en admettant, par ex., une perte de pression $H = 2^{mm.}$, on trouve:

$\frac{l}{\sqrt{n}} =$	2·3	3·4	4·9	6·9	9·3	12·4	16·1	20·7	26·1
pour $\frac{d}{\sqrt{n}} =$	5	5·5	6	6·5	7	7·5	8	8·5	9

Si l et n sont donnés, on déduit de là la valeur de $\frac{d}{\sqrt{n}}$ correspondant à la valeur de $\frac{l}{\sqrt{n}}$ et, par suite, celle de d.

Dans toutes ces formules, on suppose qu'il s'agit d'une conduite horizontale. Lorsqu'il s'agit d'une conduite ascendante, l'excès de pression du gaz sur l'air extérieur, pris au même niveau, augmente de $0^{mm.}7$ d'eau, pour chaque mètre d'élévation. Par conséquent, dans les étages supérieurs des bâtiments, les tuyaux de gaz doivent avoir des diamètres un peu inférieurs à ceux que donnent les formules.

Digitized by Google

Dans le tableau ci-après, pour le calcul du nombre des becs, on a admis une consommation de 100 litres de gaz par bec.

Volume du gaz débité par le tuyau, dans une heure (en litres).	Nombre des becs que le gaz doit alimenter.	Vitesse du gaz dans le tuyau, en mètres par seconde.	Diamètre du tuyau, en millimètres.
100	1	0·303	10·4
500	5	0·315	22·8
1000	10	0·33	31·5
2000	20	0·36	42·6
3000	30	0·39	50·1
4000	40	0·42	55·8
5000	50	0·45	60·2
6000	60	0·48	63·9
7000	70	0·51	67·0
8000	80	0·54	69·6
9000	90	0·57	71·8
10000	100	0·60	73·8
20000	200	0·90	85·2
30000	300	1·20	90·4
40000	400	1·50	93·3
50000	500	1·80	95·3
60000	600	2·10	96·6
70000	700	2·40	97·6
80000	800	2·70	98·4
90000	900	3·00	99·0
100000	1000	3·00	100·0

279.

Becs de gaz.

Bec simple.

La hauteur de flamme la plus avantageuse est:

pour le gaz de houille . . . . $= 0^{m}\cdot 12$

„ „ d'huile . . . . . $= 0^{m}\cdot 10$

Si on désigne par d le diamètre de l'orifice de sortie (en millimètres) et par q le volume de gaz (en litres), qui doit s'écouler par heure, on a:

$$d = 0\cdot 13 \sqrt{q}$$

Digitized by Google

Cette formule suppose la densité du gaz égale à 0·42 (en la rapportant à l'air), l'excès de pression du gaz égale à $12^{mm.}$ d'eau et le coefficient d'écoulement sensiblement égal à 1.

280.

Règles corrigées pour le calcul des tuyaux de conduite de gaz.

Les formules, que nous avons établies précédemment, ne correspondent pas complétement aux conditions ordinaires des installations de conduites de gaz dans la pratique. Les règles que nous allons donner maintenant sont plus complètes et applicables à tous les cas.

Conformément aux indications de l'expérience, une conduite de gaz (la conduite principale) doit satisfaire aux conditions suivantes :

1°. La conduite doit fournir toute la quantité de gaz nécessaire, lorsque la pression dans le gazomètre atteint 4 centimètres d'eau;

2°. La pression, dans le tuyau le plus éloigné du gazomètre, doit être au moins égale à 2 centimètres d'eau;

3°. Du gazomètre au tuyau le plus éloigné la pression doit aller en diminuant d'une manière régulière et, dans le réseau complet, à des longueurs égales de tuyaux doivent correspondre des différences égales de pressions.

C'est sur ces principes que reposent les règles suivantes.

Si on désigne par :

L la longueur (en mètres) de la conduite principale, depuis le gazomètre jusqu'au bec le plus éloigné,

H la hauteur, en centimètres d'eau, qui mesure la différence des pressions aux deux extrémités de L et qui ne doit pas ordinairement dépasser $2^{c.}6$,

l la longueur (en mètres) d'une portion de conduite, de diamètre d (en centimètres),

B le nombre des becs, correspondant au volume de gaz, qui passe dans cette portion de conduite,

b le nombre des becs qu'alimente directement la longueur l,

$m = \frac{B}{b}$ le rapport de ces deux nombres,

q la consommation de gaz, pour un bec, par heure (en mèt. cub.); ordinairement $q = 0^{m.\,c.}1$,

Digitized by Google

on peut poser :

$$d^5 = 0{\cdot}208 \frac{L}{H} B^2 q^2 \left(1 - \frac{3\,m - 1}{3\,m^2}\right)^{(1)}$$

Si $b = 0$, c-à-d. si aucun bec n'est établi sur la conduite de longueur l, cette relation se réduit à :

$$d^5 = 0{\cdot}208 \frac{L}{H} B^2 q^2$$

Pour les applications numériques on peut se servir des tableaux suivants :

d	d^5	d	d^5	d	d^5
1	1	13	371 293	25	9 765 625
2	32	14	537 824	26	11 881 376
3	243	15	759 375	27	14 348 907
4	1 024	16	1 048 576	28	17 210 368
5	3 125	17	1 419 857	29	20 511 149
6	7 776	18	1 889 568	30	24 300 000
7	16 807	19	2 476 099	31	28 629 151
8	32 768	20	3 200 000	32	33 554 432
9	59 049	21	4 084 101	33	39 135 393
10	100 000	22	5 153 632	34	45 435 424
11	161 051	23	6 436 343	35	52 521 875
12	248 832	24	7 962 624	36	60 466 176

(1) Cette formule a été obtenue en prenant $\lambda\,\varrho = 0{\cdot}027$ ($\lambda = 0{\cdot}06$ environ et $\varrho = 0{\cdot}45$), λ et ϱ ayant les significations indiquées au N°. 278. Elle se rapporte également à l'hypothèse d'une conduite horizontale. Si la conduite est inclinée, elle reste applicable, à la condition de désigner par H la différence des pressions, correspondant aux résistances de la conduite. La différence de pressions réelle, pour une conduite ascendante, se trouve alors égale à la hauteur H, diminuée de $0^m{\cdot}0007$ d'eau environ, par chaque mètre d'élévation; dans le cas d'une conduite descendante, cette hauteur H doit, au contraire, être augmentée d'une quantité analogue.

Digitized by Google

m	$1 - \frac{3m-1}{3m^2}$	m	$1 - \frac{3m-1}{3m^2}$	m	$1 - \frac{3m-1}{3m^2}$
1·0	0·333	1·9	0·566	5	0·813
1·1	0·366	2·0	0·583	6	0·843
1·2	0·398	2·2	0·614	8	0·880
1·3	0·428	2·4	0·641	10	0·903
1·4	0·456	2·6	0·665	15	0·935
1·5	0·481	2·8	0·685	20	0·951
1·6	0·505	3·0	0·704	30	0·967
1·7	0·527	3·5	0·741	50	0·980
1·8	0·547	4·0	0·771	100	0·990

Digitized by Google

CHAPITRE IX.

MACHINES A VAPEUR.

281.

Formules générales pour les différentes espèces de machines à vapeur.

Ces formules servent à la solution des diverses questions qui se rattachent au mouvement et à la construction des machines à vapeur. Afin de ne pas trop en multiplier le nombre, on s'est borné à établir celles qui permettent de calculer directement l'effet utile et la consommation de la vapeur. Dans le cas où on a à déterminer d'autres inconnues, il devient nécessaire de recourir à une combinaison analytique de ces deux formules fondamentales, ce qui ne présente d'ailleurs aucune difficulté.

282.

Signification des lettres dans les formules pour les machines à un seul cylindre.

S quantité de vapeur (en kilogrammes), qui agit, par seconde, dans la machine,

O section du cylindre (en mètres carrés),

D diamètre du cylindre,

l course du piston,

l_1 chemin décrit par le piston (dans les machines à détente), jusqu'au moment où la détente commence,

v vitesse moyenne du piston,

m (généralement = 0·05) coefficient de l'espace nuisible, c-à-d. le rapport qu'on obtient, en divisant, par le volume total O l que décrit le piston, la somme du volume d'un canal d'introduction et de celui qui se trouve compris entre le couvercle et le piston, à l'extrémité de la course,

Digitized by Google

p pression de la vapeur, par mètre carré. sur le piston, pendant que le cylindre communique avec la chaudière,

r résistance nuisible (par mètre carré de la surface du piston). qui s'oppose au mouvement du piston. Cette résistance r est sensiblement égale à celle qui doit agir derrière le piston, pour faire mouvoir la machine à vide, c-à-d. lorsqu'elle ne fait pas de travail utile,

α, β coefficients pour le calcul du poids d'un mètre cube de vapeur:

Machines à basse pression $\alpha = 0{\cdot}06295$, $\beta = 0{\cdot}000051$, $\frac{\alpha}{\beta} = 1234$

Machines à haute pression $\alpha = 0{\cdot}1427$, $\beta = 0{\cdot}0000473$, $\frac{\alpha}{\beta} = 3017$

$\alpha + \beta$ p poids d'un mètre cube de vapeur, dont la pression par mètre carré est égale à p,

s perte de vapeur (en kilogrammes), par seconde, entre le piston et le cylindre,

Ω section d'un canal d'introduction,

N force (en chevaux-vapeur) de la machine,

k une grandeur destinée à tenir compte, dans le calcul, de l'influence de la détente,

h hauteur d'élévation de l'eau froide, pour les machines à condensation.

283.

Signification des lettres dans les formules pour les machines de Woolf à deux cylindres.

	Grand cylindre.	Petit cylindre.
Sections des cylindres	O	o
Courses des pistons	L	l
Coefficients des espaces nuisibles . . .	m_1	m
Vitesses des pistons	V	v

p pression de la vapeur sur le petit piston, par mètre carré,

r résistance nuisible de la machine par mètre carré du grand piston,

$$\alpha = 0{\cdot}1427, \quad \beta = 0{\cdot}0000473, \quad \frac{\alpha}{\beta} = 3017$$

s perte de vapeur entre le piston et le cylindre, par seconde,

W volume du tuyau de communication entre les deux boîtes à vapeur, augmenté du volume de la boîte du grand cylindre.

Digitized by Google

284.

Formules pour machines de Watt à basse pression.

$$75\ N = O\ v\ (p - r)$$

$$S = O\ v\ (1 + m)\ (\alpha + \beta\ p) + s$$

$$r = 1758 + 30\ \frac{O}{\Omega}\ v + 45\ h + 269\ D + \frac{367}{D}$$

$$s = 0{\cdot}064\ D\ (\alpha + \beta\ p)$$

Si D se trouve parmi les quantités à déterminer, on doit le remplacer, pour le calcul de r, par une valeur approchée, ce qui est très admissible, car l'influence de D sur r est peu considérable.

285.

Formules pour machines à haute pression, **sans** *condensation,* **sans** *détente.*

$$75\ N = O\ v\ (p - r)$$

$$S = O\ v\ (1 + m)\ (\alpha + \beta\ p) + s$$

$$\alpha = 0{\cdot}1427, \quad \beta = 0{\cdot}0000473, \quad \frac{\alpha}{\beta} = 3017$$

Valeurs de r et de s:

Pour $p = 20000$ on a $r = 10652 + 12\ \frac{O}{\Omega}\ v + 531\ D + \frac{414}{D}$ et $s = 0{\cdot}076\ D$

„ $p = 30000$ „ $r = 11044 + 38\ \frac{O}{\Omega}\ v + 635\ D + \frac{631}{D}$ „ $s = 0{\cdot}107\ D$

„ $p = 40000$ „ $r = 11469 + 71\ \frac{O}{\Omega}\ v + 1090\ D + \frac{828}{D}$ „ $s = 0{\cdot}138\ D$

„ $p = 50000$ „ $r = 12450 + 114\ \frac{O}{\Omega}\ v + 1610\ D + \frac{1005}{D}$ „ $s = 0{\cdot}157\ D$

Digitized by Google

286.

Formules pour machines à haute pression, **sans** *condensation,* **avec** *détente.*

$$75\,N = O\,v\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right]$$

$$S = O\,v\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\,p) + s$$

$$\alpha = 0{\cdot}1427, \quad \beta = 0{\cdot}0000473, \quad \frac{\alpha}{\beta} = 3017$$

Valeurs de r et de s:

Pour $p = 20000$ on a $r = 10652 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,v\left(2{\cdot}1\,\frac{l_1}{l} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 531\,D + \frac{414}{D}$ et $s = 0{\cdot}076\,D$

„ $p = 30000$ „ $r = 11044 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,v\left(3{\cdot}0\,\frac{l_1}{l} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 635\,D + \frac{621}{D}$ „ $s = 0{\cdot}107\,D$

„ $p = 40000$ „ $r = 11469 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,v\left(3{\cdot}6\,\frac{l_1}{l} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 1090\,D + \frac{828}{D}$ „ $s = 0{\cdot}138\,D$

„ $p = 50000$ „ $r = 12450 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,v\left(4{\cdot}2\,\frac{l_1}{l} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 1610\,D + \frac{1005}{D}$ „ $s = 0{\cdot}157\,D$

Valeurs de k:

$$k = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right)\text{log. nat.}\,\frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l}$$

Pour $m = 0{\cdot}05$ et $\frac{l_1}{l} =$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
$k =$	0·968	0·856	0·720	0·626	0·559

Digitized by Google

287.

Formules pour machines à pression moyenne à un cylindre, **avec** *détente,* **avec** *condensation.*

$$75\,N = O\,v\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)k - \left(\frac{\alpha'}{\beta} + r\right)\right]$$

$$S = O\,v\,(\alpha + \beta\,p)\left(\frac{l_1}{l} + m\right) + s$$

$$\alpha = 0{\cdot}1427, \quad \beta = 0{\cdot}0000473, \quad \frac{\alpha}{\beta} = 3017$$

Valeurs de r et de s:

Pour $p = 15000$ on a $r = 1800 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,v\left(5\,\frac{l_1}{l} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 45\,h + 269\,D + \frac{367}{D}$ et $s = 0{\cdot}057\,D$

„ $p = 20000$ „ $r = 2000 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,v\left(8\,\frac{l_1}{l} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 90\,h + 579\,D + \frac{555}{D}$ „ $s = 0{\cdot}076\,D$

„ $p = 30000$ „ $r = 2540 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,v\left(11\,\frac{l_1}{l} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 135\,h + 1058\,D + \frac{744}{D}$ „ $s = 0{\cdot}107\,D$

„ $p = 40000$ „ $r = 3196 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,v\left(14\,\frac{l_1}{l} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 180\,h + 1697\,D + \frac{1028}{D}$ „ $s = 0{\cdot}157\,D$

Valeurs de k:

$$k = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right)\text{log. nat.}\,\frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l}$$

Pour $m = 0{\cdot}05$ et $\frac{l_1}{l} =$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
$k =$	0·968	0·856	0·720	0·626	0·559

Digitized by Google

288.

Formules pour machines de Woolf à deux cylindres, **avec** *condensation,* **avec** *détente.*

$$75\,N = o\,v\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)k - \frac{OL}{ol}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right]$$

$$S = o\,v\left(\frac{OL}{m\,o\,l + OL}\right)(1 + m)(1 + m_1)(\alpha + \beta\,p)$$

$$\alpha = 0{\cdot}1427, \quad \beta = 0{\cdot}0000473, \quad \frac{\alpha}{\beta} = 3017$$

Pour $p = 15000$ on a $r = \left[1800 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,V\left(5\,\frac{ol}{OL} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 45\,h + 269\,D + \frac{367}{D}\right] + \frac{360}{d}$

„ $p = 20000$ „ $r = \left[2000 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,V\left(8\,\frac{ol}{OL} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 90\,h + 579\,D + \frac{555}{D}\right] + \frac{480}{d}$

„ $p = 30000$ „ $r = \left[2540 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,V\left(11\,\frac{ol}{OL} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 135\,h + 1058\,D + \frac{744}{D}\right] + \frac{720}{d}$

„ $p = 40000$ „ $r = \left[3196 + 16{\cdot}66\,\frac{O}{\Omega}\,V\left(14\,\frac{ol}{OL} - 1\right)^{1{\cdot}64} + 180\,h + 1697\,D + \frac{1028}{D}\right] + \frac{960}{d}$

$$k = 1 + (1 + m)\left(1 + \frac{\frac{W}{ol} + \frac{OL}{ol}m_1}{m + \frac{OL}{ol}}\right)\text{log. nat.}\,\frac{\frac{OL}{ol}(1 + m_1) + \frac{W}{ol} + m}{1 + m + \frac{W}{ol} + \frac{OL}{ol}m_1}$$

Digitized by Google

289.

Détermination du poids d'un volant.

La règle que nous allons indiquer ci-après, pour la détermination du poids d'un volant, n'est applicable qu'au cas où la résistance des appareils, commandés par la machine à vapeur, est constante ou, du moins, peut être considérée comme à peu près constante. Nous indiquerons plus tard la marche à suivre pour le calcul du poids des volants, lorsque les machines-outils présentent une résistance variable ou sont soumises à des chocs, dûs à la force vive de masses à mouvement alternatif.

A. Poids du volant pour une machine à un seul cylindre.

Si on désigne par :

N la force en chevaux de la machine,

P le poids (en kilogrammes) de la jante du volant,

V la vitesse à la circonférence, en mètres par seconde,

n le nombre de tours du volant par minute,

s le rapport entre les longueurs de la manivelle et de la bielle,

x le coefficient d'expansion, c-à-d. le nombre qui indique combien de fois la vapeur se détend dans le cylindre, (pour les machines sans détente ce coefficient est égal à 1, tandis que pour les machines à détente c'est le rapport de la course totale du piston à la fraction de cette course qui correspond à la fermeture de l'orifice d'admission de vapeur),

i un coefficient qui exprime le degré de régularité du mouvement du volant ou, en d'autres termes, le rapport de la vitesse moyenne à la différence des deux vitesses extrêmes,

on a :

$$P V^2 = \alpha \frac{i N}{n}$$

$$\text{où } \alpha = 4645 (1 + s) (0{\cdot}77 + 0{\cdot}23 x - 0{\cdot}017 x^2)$$

Digitized by Google

La table suivante donne les valeurs de a, pour différentes valeurs de s et de x.

	x = 1	x = 2	x = 3	x = 4	x = 5	x = 6	x = 7
$s = \frac{1}{4}$	5708	6747	7589	8233	8680	8930	8982
$s = \frac{1}{5}$	5479	6477	7285	7904	8333	8573	8623
$s = \frac{1}{6}$	5327	6297	7083	7685	8102	8335	8384

Les valeurs à adopter pour i sont les suivantes:

i = 20 à 30, dans le cas où les machines-outils n'exigent pas une très grande régularité de mouvement,

i = 30 à 40, pour les machines qui demandent une régularité assez grande,

i = 40 à 50, pour celles qui exigent un très grand degré de régularité.

On peut encore arriver à une autre expression du poids de la jante du volant.

A cet effet, en conservant à i la signification précédente, désignons par:

M la masse de la jante, supposée reportée sur le tourillon de la manivelle,

v la vitesse moyenne de ce tourillon,

L_1 le travail indiqué pour une course simple du piston, c-à-d. le travail qui serait obtenu par l'indicateur, enregistrant les pressions effectives de la vapeur, en avant et en arrière du piston,

et posons:

$$M = f \frac{i L_1}{v^2}$$

En admettant que la détente s'effectue d'après la loi de *Mariotte* et en faisant abstraction des espaces nuisibles, le coefficient f se trouve représenté par la formule empirique:

$$f = 0{\cdot}2105\,(1 + 0{\cdot}96\,s + 0{\cdot}81\,s^2) + \frac{1 - \frac{1}{x}}{\left(6{\cdot}4 + 23\,\frac{p_2}{p_1}\right)\frac{1}{x} + 8{\cdot}3 - 31\,\frac{p_2}{p_1}}$$

Digitized by Google

p_1 est la pression moyenne sur le piston, pendant l'admission de vapeur,

p_2 la valeur moyenne de la contrepression.

En supposant $s = \frac{1}{5}$, cette formule donne, pour différentes valeurs de $\frac{1}{x}$ et de $\frac{p_2}{p_1}$, une série de valeurs de f, qui sont contenues dans la table suivante:

	$\frac{p_2}{p_1} = 0{\cdot}05$	$\frac{p_2}{p_1} = 0{\cdot}1$	$\frac{p_2}{p_1} = 0{\cdot}15$	$\frac{p_2}{p_1} = 0{\cdot}2$	$\frac{p_2}{p_1} = 0{\cdot}25$
$\frac{1}{x} = 0{\cdot}1$	0·378	0·406	—	—	—
$= 0{\cdot}15$	0·366	0·388	0·424	—	—
$= 0{\cdot}2$	0·355	0·373	0·400	0·444	—
$= 0{\cdot}25$	0·345	0·359	0·380	0·412	0·467
$= 0{\cdot}3$	0·335	0·347	0·364	0·387	0·425
$= 0{\cdot}4$	0·319	0·327	0·337	0·350	0·369
$= 0{\cdot}5$	0·305	0·310	0·316	0·324	0·333
$= 0{\cdot}6$	0·293	0·296	0·300	0·304	0·309
$= 0{\cdot}8$	0·273	0·274	0·275	0·276	0·277
$= 1{\cdot}0$	0·258	0·258	0·258	0·258	0·258

Si maintenant on désigne par:

N_1 le travail indiqué de la machine (en chevaux),

r la longueur de la manivelle,

R le rayon de la ligne moyenne de la jante du volant,

V la vitesse moyenne d'un point de cette ligne,

$g = 9{\cdot}81$ l'accélération de la pesanteur,

on trouve:

$$L_1 = 2250 \frac{N_1}{n}; \quad \frac{V}{v} = \frac{R}{r}$$

en admettant que le poids des bras et du moyen soit le tiers environ de celui de la jante, on obtient, pour ce dernier poids:

$$P = 0{\cdot}9 \frac{r^2}{R^2} M g$$

qu'on peut encore mettre sous la forme:

$$P = \alpha \frac{i N_1}{n V^2}; \quad \alpha = 19865 \text{ f.}$$

Digitized by Google

B. Poids du volant pour deux machines couplées à angle droit, qui développent un travail total de N chevaux, sans détente.

$$P\,V^2 = 464{\cdot}5\ i\ \frac{N}{n}$$

La force vive du volant n'est, dans ce cas, que la dixième partie de celle qu'il conviendrait de donner à une machine à un cylindre de la force de N chevaux.

La formule précédente se rapporte à l'hypothèse de machines marchant sans détente ($x = 1$) et de bielles infinies ($s = 0$). Une étude plus complète permet de reconnaitre que, dans les machines couplées, la longueur relative de la bielle a une influence assez considérable sur l'efficacité du volant.

Si on pose dans ce cas :

$$M = f_1\ \frac{i\,L_1}{v^2}$$

où L_1 représente le travail indiqué des deux machines couplées, pour une course simple du piston, on trouve, pour $x = 1$ et

pour $s =$	0	$^1/_8$	$^1/_6$	$^1/_5$	$^1/_4$
$\frac{f_1}{f} =$	0·100	0·219	0·252	0·276	0·308

f représentant le coefficient dont il a été question précédemment pour une machine simple.

L'influence du degré de détente $\frac{1}{x}$ et de $\frac{p_2}{p_1}$ sur le rapport $\frac{f_1}{f}$ a une importance secondaire. En particulier, pour $s = {}^1/_5$, on peut poser :

$$\frac{f_1}{f} = 0{\cdot}276 - 0{\cdot}1\left(1 - \frac{1}{x}\right)\frac{p_2}{p_1}$$

C. Formules pour le calcul du volant dans les machines de Woolf à deux cylindres.

Dans ces formules, les notations sont les mêmes qu'au N°. 283.

Pour déterminer le poids du volant d'une machine de *Woolf*, on commence par déterminer les valeurs de φ qui correspondent aux vitesses extrêmes et qui satisfont à l'équation :

Digitized by Google

$$\sin\varphi = \frac{2}{\pi}\,\frac{1 + \text{log. nat.}\,\frac{OL}{ol} - \frac{OL}{ol}\,\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}}{\dfrac{1+\frac{OL}{ol}-1}{1+\left(\frac{OL}{ol}-1\right)\frac{x}{r}} - \frac{OL}{ol}\,\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}}$$

Dans cette équation, on a:

$$\frac{x}{l} = \frac{1}{2}\,(1 - \cos\varphi)$$

Si donc φ_1 et φ_2 sont les deux racines, on aura:

$$\frac{x_1}{l} = \frac{1}{2}\,(1 + \cos\varphi_1) \qquad \frac{x_2}{l} = \frac{1}{2}\,(1 - \cos\varphi_2)$$

On calcule ensuite la valeur du coefficient K:

$$K = \frac{\left[1 - \frac{OL}{ol}\,\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}\right]\frac{x_2 - x_1}{l} + \text{log. nat.}\,\dfrac{1+\left(\frac{OL}{ol}-1\right)\frac{x_2}{l}}{1+\left(\frac{OL}{ol}-1\right)\frac{x_1}{l}}}{1 - \frac{OL}{ol}\,\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p} + \text{log. nat.}\,\frac{OL}{ol}} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\pi}.$$

et on obtient définitivement:

$$P\,V^2 = 30 \times 75 \times g\,K\,i\,\frac{N}{n}$$

En moyenne, on peut admettre, pour les machines de *Woolf*:

$$\frac{OL}{ol} = 5, \qquad \frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p} = \frac{1}{6}$$

et on trouve alors:

$\varphi_1 = 17^0 + 7'$, pour l'angle correspondant au minimum de vitesse
$\varphi_2 = 180^0 - (67^0 + 13')$ „ „ „ maximum „

$$\frac{x_1}{l} = 0{\cdot}02215;\ \frac{x_2}{l} = 0{\cdot}69362;\ \frac{x_2}{l} - \frac{x_1}{l} = 0{\cdot}67147;$$

$$\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\pi} = 0{\cdot}53148;\quad K = 0{\cdot}23158$$

$$P\,V^2 = 5100\,i\,\frac{N}{n}$$

Digitized by Google

Toutes ces formules supposent qu'il n'y ait aucune détente de la vapeur dans le petit cylindre ($l_1 = l$) et que la bielle soit infinie ($s = 0$). Dans les mêmes conditions, c-à-d. $s = 0$ et $x = 5$, on aurait, pour une machine à vapeur à un seul cylindre, d'après une formule précédente :

$$P V^2 = 4645 (1 + s) (0{\cdot}77 + 0{\cdot}23 x - 0{\cdot}017 x^2) i \frac{N}{n} = 6944 i \frac{N}{n}$$

On voit, d'après cela, que, pour des conditions identiques, le poids du volant qu'exige une machine de *Woolf* est à celui du volant d'une machine à un seul cylindre dans le rapport de

$$\frac{5110}{6944} = 0{\cdot}736.$$

On arrive à un résultat différent, lorsqu'on a égard à la longueur relative de la bielle ($s = {}^1/_5$, en moyenne) et, dans ce cas, la différence devient surtout assez notable, si les deux pistons, au lieu de marcher constamment dans les même sens (comme cela a ordinairement lieu), vont en sens contraire. Enfin, au point de vue de l'action du volant, il parait préférable de laisser la détente commencer dans le petit cylindre à un point tel que, si on désigne par $x = \frac{OL}{ol_1}$, le coefficient d'expansion qu'on veut obtenir définitivement, le degré d'admission dans le petit cylindre $\frac{l_1}{l}$ soit légèrement supérieur à $\sqrt{\frac{1}{x}}$ et que, par suite, le rapport $\frac{ol}{OL}$ soit inférieur à $\sqrt{\frac{1}{x}}$.

Dans ces conditions, *Grashof* a trouvé que, pour une machine de *Woolf*, les valeurs des coefficients f et α n'étaient que les 0·817 (pistons marchant dans le même sens) ou les 0·700 (pistons en sens contraire) de celles correspondant à une machine à un seul cylindre, dans les mêmes circonstances, c-à-d. pour des valeurs identiques de s, x et $\frac{p_2}{p_1}$; dans ce dernier rapport, p_1 représente la pression de la vapeur dans le grand cylindre et p_2 la contrepression, pendant l'admission de la vapeur dans le petit cylindre.

Le mouvement en sens contraire des pistons dans les deux cylindres permet de réduire au minimum le volume du conduit

Digitized by Google

de vapeur entre ces deux cylindres; il est, par suite, avantageux au point de vue de l'action du volant. Cet avantage est encore plus prononcé pour deux machines de *Woolf* couplées à angle droit. Toutes choses égales d'ailleurs, le poids du volant, pour deux machines de *Woolf* couplées, n'est que 0·241 (pistons dans le même sens) et 0·086 (pistons en sens contraire) du poids total des deux volants dont il faudrait munir ces machines, si elles marchaient séparément.

290.

Dimensions du volant.

Soient:

P le poids du volant,
R son rayon,
b la largeur de la jante, mesurée parallèlement à l'axe,
a la dimension radiale de cette jante,
l la course du piston.

Lorsque le volant est monté sur l'arbre de la manivelle, on a les relations suivantes:

$$\left.\begin{aligned} R &= 1{\cdot}5\,l \text{ à } 2\,l \\ b &= \frac{1}{300}\sqrt{\frac{P}{R}} \end{aligned}\right\} \text{mètres}$$

$$a = 2\,b$$

291.

Régulateur à force centrifuge.

Soient:

G le poids d'une boule du régulateur (en kilogr.),
l la distance du centre de cette boule à l'axe de rotation du bras de levier qui la porte,
a la longueur d'un côté du parallélogramme,
F la résistance que la douille du régulateur oppose à son déplacement,
n le nombre normal de tours de l'axe du régulateur par minute,
n_1 le nombre de tours de cet axe par minute, pour lequel doit se produire le déplacement de la douille, c-à-d. pour lequel la force centrifuge des boules prend une valeur telle qu'elle puisse faire équilibre au poids des boules et à la résistance F,

Digitized by Google

α l'angle que forme la direction des bras avec l'axe du régulateur, lorsqu'il est à sa vitesse normale.

On a, pour la détermination de n et de G, les équations suivantes :

$$n = \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}}$$

$$G = F \frac{\frac{a}{l}}{\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1}$$

RÉSULTATS RELATIFS A LA DÉTERMINATION PRATIQUE DES DIMENSIONS DES MACHINES A VAPEUR.

292.

Indications sur le contenu des N°s. 293 à 302.

Les résultats, consignés dans ces N^os, fournissent les renseignements nécessaires pour la détermination de toutes les dimensions des machines à vapeur à construire.

Les N^os, 293, 295, 297, 299, 301 renferment les données principales pour la construction des différentes machines à vapeur jusqu'à 100 ou 140 chevaux, c-à-d. le diamètre du cylindre, la course et la vitesse du piston, le nombre de tours de la manivelle par minute, la consommation de vapeur, la surface de chauffe par cheval, la consommation de charbon. Ces résultats ont été calculés au moyen des formules des N^os, 284 à 288. (1)

---

(1) Dans ces tableaux, on a admis 150 mètres de surface de chauffe pour la production de 1 kilogr. de vapeur par seconde et 1 kilogr. de charbon pour la production de 7 kilogr, de vapeur.

Les chiffres de consommation de charbon par cheval sont, en général, trop élevés. Ainsi, par exemple, une machine de Woolf, bien construite, de 20 à 40 chevaux, consomme au plus 11 à 13 kilogr. de vapeur par heure, c-à-d. moins de 2 kilogr. de charbon.

Digitized by Google

Les N°s. 294, 296, 298, 300 et 302 donnent, pour les différentes espèces de machines à vapeur, les dimensions de toutes les pièces, en fonction du diamètre du cylindre. Ce mode de détermination des dimensions repose sur ce principe que les machines de même espèce peuvent être construites géométriquement semblables, en supposant que, dans toutes ces machines, la tension de la vapeur et la vitesse du piston aient les mêmes valeurs.

Les forces (en chevaux) nominales correspondent aux tensions de vapeur et aux vitesses de piston, qui sont indiquées dans les tables numériques.

Digitized by Google

293.

Machines à basse pression de Watt.

(Pression de la vapeur dans le cylindre = 8330 kilogrammes.)

Force en chevaux de la machine	Diamètre du cylindre en centimètres)	Rapport entre la course du piston et le diamètre du cylindre.	Vitesse du piston par seconde (en mètres).	Nombre de tours de la manivelle par minute.	Section du cylindre par force de cheval (en centim. carrés).	Quantité de vapeur (en kilog.) par force de cheval et par seconde.	Surface de chauffe de la chaudière par cheval (en mètres carrés).	Houille en kilogr. par cheval et par heure.
1	16·0	2·70	0·89	61·8	200	1: 40	3·75	12·9
2	22·0	2·60	0·90	47·2	190	1: 54	2·78	9·5
3	26·2	2·54	0·92	41·5	180	1: 64	2·34	8·0
4	29·9	2·50	0·95	38·2	176	1: 70	2·14	7·3
6	36·7	2·45	0·98	32·7	176	1: 82	1·83	6·3
8	41·7	2·40	1·00	30·0	171	1: 94	1·60	5·5
10	46·0	2·38	1·03	28·2	166	1: 97	1·55	5·3
12	49·1	2·35	1·05	27·3	158	1:100	1·50	5·1
14	52·4	2·34	1·06	25·9	154	1:102	1·47	5·0
16	54·9	2·32	1·08	25·4	148	1:103	1·46	5·0
18	57·8	2·30	1·10	24·8	146	1:104	1·44	4·9
20	60·6	2·30	1·11	23·9	144	1:105	1·43	4·9
24	65·6	2·25	1·14	23·2	141	1:106	1·42	4·9
28	69·6	2·25	1·16	22·1	137	1:107	1·40	4·8
32	73·3	2·20	1·19	22·1	132	1:108	1·39	4·8
36	77·5	2·18	1·20	21·3	131	1:109	1·38	4·7
40	81·4	2·14	1·22	21·0	130	1:110	1·36	4·7
45	86·0	2·10	1·23	20·4	129	1:111	1·35	4·6
50	89·9	2·05	1·25	20·3	127	1:111	1·35	4·6
55	93·2	2·05	1·27	19·9	124	1:112	1·34	4·6
60	96·9	2·00	1·29	19·9	123	1:112	1·34	4·6
65	99·7	2·00	1·30	19·6	120	1:113	1·33	4·6
70	103·0	2·00	1·31	19·1	119	1:113	1·33	4·6
75	106·1	2·00	1·32	18·7	118	1:113	1·33	4·6
80	109·2	2·00	1·33	18·3	117	1:113	1·33	4·6
85	112·0	2·00	1·34	17·9	116	1:113	1·33	4·6
90	114·8	2·00	1·36	17·8	115	1:114	1·32	4·5
95	117·4	2·00	1·37	17·5	114	1:114	1·32	4·5
100	119·9	2·00	1·38	17·3	113	1:114	1·32	4·5
110	125·8	2·00	1·39	16·6	113	1:114	1·32	4·5
120	130·8	2·00	1·41	16·2	112	1:115	1·30	4·5
130	136·2	2·00	1·43	15·7	112	1:115	1·30	4·5
140	140·7	2·00	1·45	15·5	111	1:115	1·30	4·5

Digitized by Google

294.

Machines de Watt à basse pression.

Cylindre et piston.

Pression de la vapeur dans le cylindre, par mètre carré, 8330 kilog.

Diamètre du cylindre (en mètres) . . . $D = 0{\cdot}11\ (1 + \sqrt{N})$

Vitesse du piston (en mètres) . . . . $v = 0{\cdot}46 + 0{\cdot}84\sqrt{D}$

Longueur de la course du piston . . . $l = \frac{1}{7}(19 - 5\,D)\,D$

Nombre de tours de la manivelle par seconde . . . . . $n = 30\,\frac{v}{l}$

Diamètre du tuyau de vapeur . . . . $= 0{\cdot}2\,D$

Section d'un canal de vapeur . . . . $= \frac{1}{30}\,O$

$\frac{\text{Largeur}}{\text{Hauteur}}$ d'un canal	3	4	5	6
Largeur	0·280 D	0·324 D	0·362 D	0·396 D
Hauteur	0·093 D	0·081 D	0·072 D	0·066 D

Diamètre de la tige du piston . . . . $= 0{\cdot}1\,D$

Pour l'épaisseur du métal du cylindre, les dimensions du couvercle et du piston, voir les N°s 105 et 109.

Condenseur et pompe à air.

Diamètre de la pompe à air . . . . . $= \frac{2}{3}\,D$

Course du piston . . . . . $= \frac{1}{2}\,l$

Hauteur des orifices des soupapes de la pompe à air . . . . . $= 0{\cdot}15\,D$

Largeur de ces orifices . . . . . $= 0{\cdot}55\,D$

Diamètre de la tige du piston aux extrémités $= 0{\cdot}07\,D$

" " " " au milieu . . $= 0{\cdot}10\,D$

Volume du condenseur = volume de la pompe à air.

Diamètre du tuyau d'introduction de l'eau froide . . . . . $= 0{\cdot}08\,D$

Pompe à eau chaude.

Volume décrit par le piston de la pompe à eau chaude . . . . . $= 0{\cdot}004\,\frac{D^2\pi}{4}\,l$

Digitized by Google

$\frac{\text{Course du piston à vapeur}}{\text{Course du piston de la pompe}}$	=	2	3	4
Diamètre de la pompe à eau chaude	=	0·089 D	0·110 D	0·126 D
Diamètres de la tige de piston	=	0·03 D 0·04 D	0·032 D 0·045.D	0·037 D 0·052 D

Pompe à eau froide.

Volume décrit par le piston de la pompe à eau froide	$= \frac{1}{20} \frac{D^2 \pi}{4} l$
Course du piston	$= \frac{1}{2} l$
Diamètre de la pompe	= 0·316 D
Diamètre de la tige de piston	= 0·05 D

Balancier.

Longueur du balancier	= 3 l
Hauteur du balancier au milieu	= 0·8 D
" " " aux extrémités	= 0·3 D
Epaisseur du corps	= 0·05 D
Largeur des nervures du bord	= 0·10 D
Hauteur des nervures du bord	= 0·05 D
Diamètre des tourillons (de fonte) à l'extrémité	= 0·18 D
Diamètre des tourillons à la douille	= 0·10 D
Distance des centres de ces tourillons	= 0·5 D
Diamètre des tourillons de la pompe à air	= 0·07 D
Distance des milieux de ces tourillons	= 0·5 D
Diamètre des tourillons de la pompe à eau chaude	= 0·04 D
" " " " " à eau froide	= 0·06 D
" " " de l'axe du balancier	= 0·18 D
Distance des milieux de ces tourillons	= 1·4 D

Bielle motrice.

Longueur de la bielle	= 3 l
Hauteur des nervures au milieu	$= \frac{1}{5} l$
Epaisseur d'une nervure	$= \frac{1}{35} l$

Digitized by Google

Manivelle et arbre.

Rayon de la manivelle	$= \frac{1}{2} l$
Diamètre du tourillon de la manivelle . .	$= 0{\cdot}15$ D
Diamètre de l'arbre de la manivelle . . .	$= 0{\cdot}30$ D

Volant.

Rayon du volant	$= 3{\cdot}5$ D
Dimension radiale de la jante	$= 0{\cdot}49$ D
Epaisseur de cette jante	$= 0{\cdot}24$ D
Nombre des bras	$= 2\,(1 + 3{\cdot}5$ D)
Hauteur des bras	$= 0{\cdot}24$ D

Régulateur à force centrifuge.

Diamètre de l'axe du régulateur	$= 0{\cdot}08$ D
Diamètre des boules	$= 0{\cdot}3$ D
Longueur d'un bras	$\lambda = D$
Nombre de tours du régulateur par seconde	$= 9{\cdot}55 \sqrt{\frac{g}{\lambda \cos \alpha}}$

(ordinairement on prend $\alpha = 30^0$).

Bâtis et fondations de la machine.

Diamètre des colonnes de l'entablement . .	$= 0{\cdot}2$ D
Hauteur de l'entablement	$= 0{\cdot}36$ D
Hauteur des pierres de taille sous le cylindre et sous les colonnes	$= 4{\cdot}6$ D
Largeur de ces pierres de taille	$= 1{\cdot}4$ D
Largeur de l'emplacement de la machine	$= 4{\cdot}6$ D
Longueur de l'emplacement de la machine	$= 13{\cdot}5$ D

Digitized by Google

295.

Machine à haute de pression, sans condensation, sans détente.

(Pression de la vapeur dans le cylindre = 35000 Kilog.)

Force de la machine (en chevaux).	Diamètre du cylindre (en centimètres).	Rapport entre la course du piston et le diamètre.	Vitesse du piston (en mètres) par seconde.	Nombre de tours de l'arbre de la manivelle par minute.	Section du cylindre par cheval (en centim. carrés).	Quantité de vapeur (en kilogrammes) par cheval et par seconde.	Surface de chauffe de la chaudière par cheval (en mètres carrés).	Houille par cheval et par heure.
2	11·7	2·68	0·707	67·5	54	1: 73	2·05	7·05
3	13·5	2·66	0·760	63·5	48	1: 81	1·85	6·35
4	15·0	2·64	0·810	61·4	44	1: 87	1·72	5·91
6	17·9	2·62	0·891	57·0	42	1: 92	1·63	5·59
8	19·9	2·61	0·930	53·8	39	1: 96	1 56	5·36
10	22·0	2·59	0·965	50·8	38	1:100	1·50	5·14
12	23·8	2·56	1·002	49·4	37	1:104	1·44	4·94
14	25·3	2·55	1·024	47·6	36	1:106	1·42	4·85
16	26·7	2·54	1·046	46·3	35	1:108	1·39	4·76
18	27·9	2·52	1·069	45·6	34	1:110	1·36	4·68
20	29·0	2·51	1·100	45·3	33	1:112	1·34	4·59
24	31·3	2·50	1·132	43·4	32	1:115	1·30	4·47
28	33·2	2·48	1·161	42·3	31	1:116	1·29	4·43
32	35·0	2·47	1·190	41·3	30	1:117	1·28	4·40
36	37·1	2·45	1·208	39·9	30	1:118	1·27	4·36
40	38·4	2·44	1·226	39·3	29	1:119	1·26	4·32
45	40·8	2·43	1·267	38·4	29	1:120	1·25	4·29
50	42·2	2·41	1·289	38·0	28	1:121	1·24	4·25
55	44·3	2·40	1·302	36·7	28	1:122	1·23	4·22
60	46·2	2·38	1·310	35·7	28	1:122	1·23	4·22
65	47·3	2·37	1·320	35·3	27	1:123	1·22	4·18
70	49·1	2·36	1·340	34·7	27	1:123	1·22	4·18
75	49·8	2·36	1·360	34·7	26	1:124	1·21	4·15
80	51·5	2·35	1·385	34·3	26	1:124	1·21	4·15
85	53·0	2·33	1·400	34·0	26	1:125	1·20	4·11
90	54·6	2·32	1·415	33·5	26	1:126	1·19	4·08
95	56·1	2·32	1·431	33·0	26	1:128	1·17	4·02
100	56·4	2·31	1·449	33·4	25	1:129	1·16	3·99
110	58·0	2·30	1·467	33·0	24	1:130	1·15	3·96
120	60·6	2·29	1·487	32·1	24	1:130	1·15	3·96
130	61·7	2·28	1·505	32·1	23	1:130	1·15	3·96
140	64·0	2·27	1·523	31·4	23	1:130	1·15	3·96

Digitized by Google

296.

Machines à haute pression, **sans** *détente,* **sans** *condensation.*

Pression de la vapeur dans le cylindre, par mètre carré, $= 35000$ K.

Diamètre (en mètres) du cylindre . . $D = 0{\cdot}045 + 0{\cdot}0556 \sqrt{N}$

Vitesse } du piston (en mètres) . . . $v = 0{\cdot}017\,(1 + 10 \sqrt{D})$
Course } $l = (2{\cdot}8 - D)\,D$

Nombre de tours de la manivelle par seconde . . . . . $n = 30 \cdot \frac{v}{l}$

Diamètre du tuyau de vapeur . . . $= 0{\cdot}2$ D

Section d'un canal de vapeur . . . $= \frac{1}{30}$ O

$\frac{\text{Largeur d'un canal}}{\text{Hauteur d'un canal}} =$	3	4	5	6
Largeur	0·280 D	0·324 D	0·362 D	0·396 D
Hauteur	0·093 D	0·081 D	0·072 D	0·066 D

Diamètre de la tige du piston . . . $= 0{\cdot}18$ D

Pour l'épaisseur du métal du cylindre, les dimensions du couvercle et du piston, voir les N°s. 105 et 109.

Pompe à eau chaude.

Volume décrit par le piston de la pompe à eau chaude . . . . . $= 0{\cdot}015 \frac{D^2 \pi}{4} l$

Course du piston . . .	$\frac{1}{2} l$	$\frac{1}{3} l$	$\frac{1}{4} l$
Diamètre	0·17 D	0·21 D	0·24 D

Manivelle et arbre.

Diamètre du tourillon de la manivelle . . . . $= 0{\cdot}23$ D

Diamètre de l'arbre de la manivelle . . . . . $= 0{\cdot}47$ D

Volant.

Rayon du volant . . . . . $= 4{\cdot}6$ D

Dimension radiale de la jante . . . . . $= 0{\cdot}65$ D

Epaisseur de la jante . . . . . $= 0{\cdot}32$ D

Nombre des bras . . . . . $= 2\,(1 + 4{\cdot}6\,D)$

Hauteur des bras . . . . . $= 0{\cdot}37$ D

Digitized by Google

297.

Machines à haute pression,* avec *détente,* sans *condensation.

(Détente $^1/_8$. Tension de la vapeur dans le cylindre = 35000 Kilog.)

Force de la machine (en chevaux.)	Diamètre du cylindre à vapeur (en centimètres).	Rapport entre la course du piston et le diamètre.	Vitesse du piston (en mètres).	Nombre de tours de l'arbre de la manivelle par minute.	Section du cylindre par cheval (en centim. carrés).	Quantité de vapeur (en kilogrammes) par cheval et par seconde.	Surface de chauffe de la chaudière par cheval (en mètres carrés).	Houille par cheval et par heure.
1	13·1	2·68	0·750	64·1	135	1: 87	1·72	5·91
2	16·7	2·63	0·850	58·1	110	1:100	1·50	5·14
3	19·4	2·61	0·891	52·8	99	1:114	1·32	4·51
4	21·8	2·58	0·940	50·2	93	1:120	1·25	4·29
6	25·0	2·57	1·000	46·7	82	1:127	1·18	4·05
8	28·2	2·55	1·069	44·6	78	1:135	1·11	3·81
10	30·3	2·50	1·099	43·6	72	1:139	1·08	3·70
12	32·7	2·48	1·130	41·8	70	1:144	1·04	3·57
14	34·8	2·47	1·160	40·5	68	1:147	1·02	3·50
16	36·7	2·44	1·190	39·9	66	1:149	1·01	3·45
18	38·3	2·43	1·217	39·2	64	1:151	0·99	3·41
20	40·1	2·42	1·245	38·5	63	1:153	0·98	3·36
24	43·2	2·40	1·278	37·0	61	1:156	0·96	3·30
28	45·9	2·39	1·310	35·9	59	1:160	0·94	3·21
32	48·2	2·37	1·341	35·2	57	1:161	0·93	3·19
36	50·2	2·34	1·372	35·0	55	1:162	0·93	3·17
40	52·4	2·33	1·401	34·4	54	1:163	0·92	3·16
45	55·1	2·31	1·431	33·7	53	1:165	0·91	3·12
50	57·5	2·30	1·459	33·1	52	1:167	0·90	3·08
55	59·2	2·29	1·487	32·9	50	1:168	0·89	3·06
60	61·8	2·27	1·493	31·9	50	1:169	0·89	3·04
65	63·7	2·25	1·500	31·4	49	1:170	0·88	3·03
70	66·1	2·22	1·500	30·3	49	1:170	0·88	3·03
75	68·4	2·21	1·500	29·8	49	1:171	0·88	3·01
80	70·6	2·20	1·500	29·0	49	1:171	0·88	3·01
85	72·8	2·19	1·500	28·2	49	1:172	0·87	2·99
90	74·9	2·17	1·500	27·7	49	1:172	0·87	2·99
95	77·0	2·16	1·500	27·1	49	1:173	0·87	2·97
100	79·0	2·15	1·500	26·5	49	1:173	0·87	2·97
110	82·8	2·13	1·500	25·5	49	1:174	0·86	2·96
120	86·5	2·10	1·500	24·8	49	1:175	0·86	2·94
130	90·1	2·09	1·500	23·9	49	1:176	0·85	2·92
140	93·5	2·08	1·500	23·1	49	1:177	0·85	2·91

Digitized by Google

298.

Machines à haute pression, avec *détente,* sans *condensation.*

Cylindre et piston.

Pression de la vapeur dans le cylindre . $= 35000$ K.

Détente à $\frac{1}{3}$ de la course.

Vitesse du piston par seconde (en mètres) $v = 0{\cdot}17\,(1 + 10\sqrt{D})$

Diamètre du cylindre (en mètres) . . . $D = 0{\cdot}06 + 0{\cdot}074\sqrt{N}$

Course du piston . . . . . $l = (2{\cdot}8 - D)\,D$

Nombre de tours du volant par minute . $n = 30 \cdot \frac{v}{l}$

Diamètre du tuyau de vapeur . . . . $= 0{\cdot}2\,D$

Section d'un conduit de vapeur . . . . $= \frac{1}{30}\,O$

Largeur et hauteur des conduits: voir N°. 296.

Diamètre de la tige du piston . . . . $= 0{\cdot}15\,D$

Pompe à eau chaude.

Course du piston de la pompe . . .	$\frac{1}{2}\,l$,	$\frac{1}{3}\,l$,	$\frac{1}{4}\,l$
Diamètre de la pompe	$0{\cdot}09\,D$,	$0{\cdot}12\,D$,	$0{\cdot}14\,D$

Bielle motrice.

Longueur de la bielle . . . . . $= 3l$

Hauteur de la nervure au milieu (si elle est en fonte) . . . . . $= \frac{1}{5}\,l$

Manivelle et arbre.

Diamètre du bouton de la manivelle . . . . . $= 0{\cdot}23\,D$

Diamètre de l'arbre „ „ . . . . . $= 0{\cdot}37\,D$

Volant.

Rayon du volant . . . . . $= 4{\cdot}02\,D$

Dimension radiale de la jante . . . . . $= 0{\cdot}562\,D$

Largeur de la jante . . . . . $= 0{\cdot}281\,D$

Nombre des bras . . . . . $= 2\,(1 + 4\,D)$

Hauteur d'un bras . . . . . $= 0{\cdot}30\,D$

Digitized by Google

299.

Machines à pression moyenne,* avec *détente et* avec *condensation.

(Détente $^1/_3$. Pression de la vapeur dans le cylindre = 18643 Kilog.)

Force de la machine (en chevaux).	Diamètre du cylindre à vapeur (en centimètres).	Rapport entre la course du piston et le diamètre.	Vitesse du piston par seconde (en mètres).	Nombre de tours de la manivelle par minute.	Section du cylindre par cheval (en mètres carrés).	Quantité de vapeur (en kilogrammes) par cheval et par seconde	Surface de chauffe par cheval (en mètres carrés).	Houille par cheval et par heure (en kilogrammes).
6	29·1	2·52.	1·12	45·8	111	1 : 154	0·974	3·34
8	32·2	2·49	1·15	43·0	102	1 : 166	0·904	3·10
10	35·0	2·47	1·19	41·3	96	1 : 173	0·867	2·97
12	37·3	2·45	1·21	39·7	91	1 : 181	0·829	2·84
14	39·2	2·42	1·23	38·9	86	1 : 190	0·789	2·71
16	41·1	2·41	1·25	37·8	83	1 : 195	0·769	2·64
18	42·8	2·40	1·28	37·4	80	1 : 200	0·750	2·57
20	44·9	2·39	1·31	36·6	79	1 : 200	0·750	2·57
24	48·2	2·38	1·35	35·3	76	1 : 203	0·739	2·53
28	51·7	2·36	1·39	34·2	75	1 : 204	0·735	2·52
32	53·8	2·34	1·43	34·1	71	1 : 209	0·718	2·46
36	56·6	2·32	1·46	33·4	70	1 : 209	0·718	2·46
40	58·4	2·30	1·49	33·3	67	1 : 213	0·704	2·41
45	61·5	2·28	1·50	32·1	66	1 : 216	0·694	2·38
50	64·3	2·26	1·50	31·0	65	1 : 220	0·682	2·34
55	67·5	2·24	1·50	29·8	65	1 : 221	0·679	2·33
60	70·5	2·21	1·50	28·9	65	1 : 222	0·676	2·32
65	73·3	2·20	1·50	27·9	65	1 : 223	0·673	2·31
70	76·1	2·19	1·50	27·0	65	1 : 224	0·670	2·30
75	78·2	2·17	1·50	26·5	64	1 : 226	0·664	2·28
80	80·7	2·16	1·50	25·8	64	1 : 228	0·658	2·26
85	83·2	2·14	1·50	25·3	64	1 : 229	0·655	2·25
90	85·6	2·13	1·50	24·7	64	1 : 230	0·652	2·24
95	87·3	2·10	1·50	24·5	63	1 : 232	0·646	2·22
100	89·6	2·09	1·50	24·0	63	1 : 233	0·644	2·21
110	93·9	2·04	1·50	23·5	63	1 : 233	0·644	2·21
120	98·1	2·00	1·50	22·9	63	1 : 234	0·641	2·20
130	102·1	1·97	1·50	22·4	63	1 : 234	0·641	2·20
140	106·0	1·94	1·50	21·9	63	1 : 235	0·638	2·19

Digitized by Google

300.

Machines à pression moyenne, à un cylindre, avec *détente,* avec *condensation.*

Cylindre et piston.

Pression de la vapeur dans le cylindre $= 18643$ Kilog.
Diamètre du cylindre (en mètres) . . . $D = 0{\cdot}082\,(1 + \sqrt{N})$
Détente à $\frac{1}{3}$ de la course.
Vitesse du piston (en mètres) . . . . $v = 0{\cdot}17\,(1 + 10\sqrt{D})$
Longueur de course du piston . . . . $l = (2{\cdot}8 - D)\,D$
Nombre de tours de la manivelle . . . $n = 30\,\frac{v}{l}$
Diamètre du tuyau de vapeur . . . . $= 0{\cdot}2\,D$
Section des conduits de vapeur . . . $= \frac{1}{30}\,O$
Largeur et hauteur des conduits. Voir N°. 296.
Diamètre de la tige du piston . . . . $= 0{\cdot}14\,D$

Condenseur et pompe à air.

Diamètre de la pompe à air . . . . . $= 0{\cdot}54\,D$
Course du piston . . . . . $= \frac{1}{2}\,l$
Hauteur } des orifices de soupapes . . . . . $= 0{\cdot}12\,D$
Largeur } des orifices de soupapes . . . . . $= 0{\cdot}45\,D$
Diamètre de la tige du piston aux extrémités . . $= 0{\cdot}054\,D$
" " " " " au milieu . . . . $= 0{\cdot}082\,D$
Diamètre du tuyau d'injection . . . . . $= 0{\cdot}07\,D$

Pompe à eau chaude.

Course du piston	$= \frac{1}{2}\,l$	$\frac{1}{3}\,l$	$\frac{1}{4}\,l$
Diamètre de la pompe	$= 0{\cdot}071\,D$	$0{\cdot}087\,D$	$0{\cdot}100\,D$
" de la tige du piston . .	$= 0{\cdot}060\,D$	$0{\cdot}073\,D$	$0{\cdot}084\,D$

Pompe à eau froide.

Course du piston . . . . . $= \frac{1}{2}\,l$
Diamètre de la pompe . . . . . $= 0{\cdot}26\,D$
Diamètre de la tige du piston . . . . . $= 0{\cdot}04\,D$

Digitized by Google

Longueur du balancier	= 3 l
Hauteur du balancier au milieu	= 1·03 D
" " " aux extrémités . .	= 0·39 D
Epaisseur du corps de balancier . . .	= 0·06 D
Largeur } des nervures des bords . .	= 0·13 D
Hauteur }	= 0·06 D
Diamètre des tourillons d'extrémités (fonte)	= 0·24 D
Diamètre des tourillons sur chaque douille	= 0·14 D
Distance des centres de ces tourillons .	= 0·80 D
Diamètre des tourillons pour la pompe à air	= 0·06 D
" " " de l'axe du balancier	= 0·25 D
Distance des centres de ces tourillons .	= 1·4 D

Bielle motrice.

Longueur de la bielle	= 3 l
Hauteur de la nervure au milieu (fonte)	$= \frac{1}{5}$ l
Epaisseur de cette nervure	$= \frac{1}{35}$ l

Manivelle et arbre.

Rayon de la manivelle	$= \frac{1}{2}$ l
Diamètre du bouton de la manivelle . .	= 0·2 D
Diamètre de l'arbre du volant	= 0·38 D

Volant.

Rayon du volant	= 4·02 D
Dimension radiale de la jante	= 0·56 D
Largeur de la jante	= 0·28 D

Régulateur.

Diamètre de l'axe du régulateur . . .	= 0·08 D
Diamètre des boules	= 0·30 D
Longueur d'un bras	= D
Nombre de tours de l'axe par minute .	$= 9{\cdot}54 \sqrt{\frac{g}{D \cos \alpha}}$

Digitised by Google

301.

Machines de Woolf.

(Détente 1/4. Pression de la vapeur = 18000 Kilog.)

Force (en chevaux) de la machine.	Diamètre du petit piston.	Diamètre du grand piston.	Section par cheval (cent. car.) du petit piston.	Section par cheval (cent. car.) du grand piston.	Course du petit piston.	Course du grand piston.	Nombre de tours du volant par minute.	Quantité de vapeur (en kilogrammes) par seconde et par cheval.	Surface de chauffe par cheval.	Houille (en kilogrammes) par cheval et par heure.
4	14·3	24·8	40·07	120·2	37·2	49·6	80·6	1 : 105	1·429	4·90
6	17·1	29·6	38·27	114·8	44·4	59·2	67·6	1 : 118	1·271	4·36
8	19·5	32·8	37·33	112·0	50·7	67·6	59·2	1 : 130	1·154	3·96
10	21·6	37·4	36·64	109·9	56·1	74·8	53·5	1 : 139	1·079	3·70
12	23·6	40·9	36·43	109·3	61·3	81·8	48·9	1 : 147	1·020	3·50
14	25·4	44·0	36·23	108·7	66·0	88·0	45·5	1 : 154	0·974	3·34
16	27·1	46·9	36·03	108·1	70·3	93·8	42·7	1 : 160	0·937	3·21
18	28·7	49·7	35·82	107·5	74·5	99·4	40·3	1 : 165	0·909	3·12
20	30·1	52·1	35·62	106·9	78·1	104·2	38·4	1 : 169	0·888	3·04
24	32·9	57·0	35·42	106·3	85·5	114·0	35·1	1 : 176	0·852	2·92
28	35·3	61·1	34·96	104·9	91·6	122·2	32·8	1 : 182	0·824	2·83
32	37·5	65·0	34·51	103·5	97·5	130·0	30·8	1 : 185	0·811	2·78
36	39·6	68·6	34·24	102·7	102·9	137·2	29·2	1 : 188	0·798	2·74
40	41·6	72·1	33·98	101·9	108·1	144·2	27·8	1 : 190	0·789	2·71
45	44·0	76·2	33·75	101·2	114·3	152·4	26·2	1 : 193	0·777	2·66
50	46·2	80·0	33·52	100·6	120·0	160·0	25·0	2 : 195	0·769	2·64
55	48·2	83·5	33·12	99·4	125·2	167·0	24·0	1 : 197	0·761	2·61
60	50·0	86·6	32·72	98·2	129·9	173·2	23·1	1 : 198	0·758	2·60
65	52·0	90·1	32·71	98·1	135·1	180·2	22·2	1 : 200	0·750	2·57
70	54·0	93·5	32·71	98·1	140·2	187·0	21·4	1 : 201	0·746	2·56
75	55·9	96·8	32·70	98·1	145·2	193·6	20·7	1 : 202	0·742	2·55
80	57·7	99·9	32·69	98·1	149·8	199·8	20·0	1 : 203	0·739	2·53
85	59·5	103·1	32·66	98·0	154·6	206·2	19·4	1 : 204	0·735	2·52
90	61·2	106·0	32·64	97·9	159·0	212·0	18·9	1 : 205	0·732	2·51
95	62·8	108·8	32·61	97·8	163·2	217·6	18·4	1 : 206	0·728	2·50
100	64·4	111·5	32·57	97·7	167·2	223·0	17·9	1 : 207	0·725	2·48

Digitized by Google

302.

Machines de Woolf, à deux cylindres, avec *détente au quart,* avec *condensation.*

Cylindres et pistons.

Tension de la vapeur dans le petit cylindre	= 18000 Kilogr.
Diamètre du grand cylindre (mètres) . D	$= 0{\cdot}024 + 0{\cdot}11 \sqrt{N}$
„ du petit cylindre	= 0·58 D
Vitesse du grand piston	= $1^{m}{\cdot}33$
„ du petit piston	= 1^{m}.
Course du grand piston l	= 2 D
„ du petit piston	$= \frac{3}{2}$ D
Diamètre du tuyau de vapeur	= 0·12 D
Diamètre de la tige du grand piston . .	= 0·11 D
„ „ „ du petit piston . .	= 0·06 D
Conduits de vapeur { Largeur du grand	= 0·32 D
Conduits de vapeur { Largeur du petit .	= 0·11 D
Conduits de vapeur { Hauteur commune	= 0·08 D
Diamètre du tuyau d'échappement . . .	= 0·2 D
Diamètre du tuyau de communication entre les boîtes à vapeur	= 0·14 D
Diamètre de l'arbre de la distribution .	= 0·08 D

Condenseur.

Diamètre de la pompe à air	= 0·5 D
Course du piston	$= \frac{1}{2}$ l
Hauteur } des orifices des soupapes . .	= 0·11 D
Largeur } des orifices des soupapes . .	= 0·41 D
Diamètre de la tige du piston	= 0·05 D
Volume du condenseur	$= \frac{1}{8} \frac{D^2 \pi}{4} l$
Diamètre du tuyau d'injection	= 0·07 D

Pompe à eau chaude.

Longueur de la course du piston	$\frac{1}{3}$ l	$\frac{1}{4}$ l
Diamètre de la pompe	0·10 D	0·12 D

Digitized by Google

Pompe à eau froide.

Course du piston	$= \frac{1}{2}$ l
Diamètre de la pompe	= 0·24 D

Balancier.

Longueur du balancier	= 7·00 D
Hauteur du balancier au milieu	= 1·03 D
" " " aux extrémités	= 0·38 D
Epaisseur du corps du balancier	= 0·06 D
Largeur } des nervures des bords	= 0·13 D
Hauteur } des nervures des bords	= 0·06 D
Diamètre des tourillons d'extrémités (fonte) . . .	= 0·24 D
Diamètre des tourillons sur chaque douille . . .	= 0·12 D
Distance des centres de ces tourillons	= 0·70 D
Diamètre des tourillons pour le petit piston . . .	= 0·08 D
" " " pour la pompe à air . . .	= 0·06 D
" " " de l'axe du balancier . .	= 0·25 D
Distance des milieux de ces tourillons	= 1·65 D
Distance des axes des colonnes supportant le balancier	= 1·65 D
Diamètre de ces colonnes	= 0·22 D
Hauteur de l'entablement	= 0·33 D

Bielle motrice.

Longueur de la bielle	= 6 D
Hauteur de la nervure au milieu	= 0·4 D
Epaisseur de cette nervure	= 0·06 D

Manivelle et arbre.

Rayon de la manivelle	= D
Diamètre du bouton de manivelle	= 0·2 D
Diamètre de l'arbre	= 0·35 D

Volant

Rayon du volant	= 4·02 D
Dimension radiale de la jante	= 0·56 D
Largeur de la jante	= 0·28 D

Digitized by Google

Régulateur.

Diamètre de l'axe du régulateur . . . $= 0{\cdot}08\ D$
Diamètre des boules . . . . . $= 0{\cdot}3\ D$
Longueur d'un bras . . . . . $= D$

Nombre de tours du régulateur par minute $= 9{\cdot}54 \sqrt{\frac{g}{D \cos \alpha}}$

MOULINS A VENT.

303.

Règles relatives à la détermination des proportions principales.

Soient:

V la vitesse du vent (en mètres), par seconde,
n le nombre de tours, par minute, de la roue à ailes et qui est le plus avantageux pour la vitesse V,
O la surface d'une des quatre ailes de cette roue,
α l'angle que forme, avec la direction du vent, l'échelon d'une aile, situé à une distance r de l'axe,
N le maximum de l'effet utile (en chevaux).

Toutes ces quantités se déterminent de la manière suivante:

a) Nombre de tours par minute, le plus avantageux:

$$n = 1{\cdot}85\ V\ (^1)$$

---

(1) Le rapport $\frac{n}{V} = 1{\cdot}85$ a été déduit d'expériences de Coulomb, exécutées sur une roue à ailes, dont le diamètre extérieur r_1 était de 12^m. Pour une valeur plus faible de r_1, la valeur à adopter, pour le rapport $\frac{n}{V}$, est sans doute plus grande; on peut admettre approximativement qu'elle doit être telle que le rapport $\frac{v_1}{V}$ reste constant, v_1 désignant la vitesse du point de la roue qui est situé à la plus grande distance r_1 du centre. D'après les expériences de Coulomb, la vitesse périphérique la plus avantageuse était, en moyenne:

$$v_1 = 2{\cdot}4\ V$$

Digitized by Google

b) Direction la plus convenable pour un échelon:

$$\text{tang}\ \alpha = 0{\cdot}29\ r + \sqrt{0{\cdot}084\ r^2 + 2}$$

Cette équation donne les résultats suivants:

r =	1m.	2m.	3m.	4m.	5m.	6m.
α =	60° 1′	64° 38′	68° 26′	71° 30′	73° 57′	75° 54′
r =	7m.	8m.	9m.	10m.	11m.	12m.
α =	77° 23′	78° 46′	79° 49′	80° 44′	81° 29′	82° 8′

c) Effet de la roue à ailes en chevaux:

$$N = \frac{O\,V^3}{577}$$

La vitesse du vent régnant est, en général, pour la plupart des contrées, V = 6 à 7 mètres et c'est pour cette vitesse que la machine doit être établie. Les dimensions des ailes, dans les moulins les meilleurs et les plus grands, sont généralement:

Distance de l'échelon le plus rapproché de l'axe . . = 2m.
" " " le plus éloigné " " . . = 10m.
Largeur d'une aile . . . . . = 2m.
Surface d'une aile . . . . . = 16mq.

On trouve alors:

Angle de l'échelon intérieur avec le vent . . . . = 64° 38′
" " " extérieur " " " . . . . . = 80° 44′
Nombre de tours de la roue par minute { pour V = 6m n = 11·1 ; " V = 7m. n = 12·9
Effet utile en chevaux . . . . . { pour V = 6m. N = 6 ; " V = 7m. N = 9·5

D'où on déduit:

$$n = \frac{22{\cdot}9}{r_1}\,V;\quad \text{tg.}\,\alpha = \frac{3{\cdot}6}{r_1}\,r + \sqrt{2 + \left(\frac{3{\cdot}6\,r}{r_1}\right)^2}$$

Pour $r = r_1$, on avait toujours: $\alpha = \alpha_1 = 82^0, 22'$.

Digitized by Google

L'HOMME ET LES ANIMAUX CONSIDÉRÉS COMME MOTEURS.

304.

La quantité de travail que l'homme et les animaux peuvent développer par jour, sans nuire à leur santé, atteint son maximum, lorsque l'effort exercé K (en kilogrammes), la vitesse du point d'application C (en mètres par seconde) et le nombre T des heures de travail par jour ont certaines valeurs particulières. Cette quantité de travail par jour est:

$$W = 3600\ K\ C\ T \text{ kilogrammètres.}$$

Les valeurs les plus avantageuses de K, C, T, pour le travail journalier, dépendent et de l'individu et de la nature de son activité; celles que renferme le tableau suivant se rapportent à des individus de force moyenne, agissant dans différentes conditions. La durée moyenne du travail journalier est T = 8 heures.

Individus.	Poids.	Mode d'action.	K	C	K C
	Kilogr.		Kilogr	Mètres.	Klgmtr.
Homme .	70	sur un levier	5	1·1	5·5
		sur une manivelle .	8	0·8	6·4
		au moyen d'un manège	12	0·6	7·2
		sur une roue à cheville	12	0·7	8·4
		à 24° sur une roue montante	60	0·2	12
Cheval .	280	sans machine	56	1·3	73
		au moyen d'un manège	44	0·9	40
Bœuf . .	280	sans machine	60	0·8	48
		au moyen d'un manège	65	0·6	39
Mulet . .	234	sans machine	47	1·1	52
		au moyen d'un manège	30	0·9	27
Ane . . .	168	sans machine	37	0·8	30
		au moyen d'un manège	14	8·0	11

Digitized by Google

Les indications de ce tableau donnent lieu aux remarques suivantes:

Pour qu'un homme, en agissant sur un levier, développe le travail indiqué, il faut qu'il exerce une pression verticale sur ce levier, supposé mobile autour d'un axe horizontal. Cet axe doit se trouver à une hauteur de $1^{m.}$ à $1^{m.}1$ au-dessus du sol sur lequel l'homme repose; l'angle qu'il décrit ne doit pas dépasser 60^0 et enfin l'arc correspondant au point d'application de l'effort doit être, au plus, de $1^{m.}1$.

Les données relatives à la manivelle sont les résultats d'expériences sur un grand nombre de journées de travail. Dans le cas de deux ouvriers, agissant sur des manivelles croisées et travaillant parfaitement d'accord, l'expérience montre qu'on peut prendre pour chacun d'eux:

$$K = 10, \quad C = 1.$$

Dans tous les cas, on suppose que la manivelle ait une longueur de $0^{m.}4$, qui est la plus convenable, et que son axe soit à une hauteur de $1^{m.}$ environ au-dessus du sol.

Les données relatives au travail sur un manège peuvent également être adoptées pour le cas d'un treuil vertical (cabestan), lorsque les leviers, sur lesquels on agit, se trouvent à la hauteur la plus convenable au-dessus du sol ($1^{m.}3$ environ). Avec une durée de travail de 6 heures, on peut, d'après les résultats de l'expérience, prendre pour un treuil de ce genre:

$$K = 14, \; C = 0{\cdot}75.$$

La valeur de K, inscrite au tableau pour la roue montante, suppose un ouvrier du poids de $65^{k.}7$; pour ce même poids, la valeur de K, avec la roue à chevilles, correspond à un angle de $10^{01}/_2$ entre le rayon horizontal et celui sur lequel se tient l'ouvrier.

Au point de vue du travail mécanique de l'homme, on peut encore ajouter les indications suivantes:

Un ouvrier, montant par une échelle ou un escalier, qu'il redescend à vide, une charge de Q kilogr. à une hauteur h (en mètres) et répétant cette opération n fois par jour, peut développer, au maximum, un travail journalier:

$$W = Q\,n\,h = 55000 \text{ kilogr. mèt.}$$

en supposant $Q = 50^{k.}$ et $n\,h = 1100^{m.}$

Digitized by Google

Lorsqu'un ouvrier tire sur une corde, pour déplacer une charge sur un chemin horizontal, et que cette corde est précisément dans la direction du chemin, on peut poser:

$$K = 12,\ C = 0{\cdot}7,\ T = 6.$$

Lorsqu'il tire sur une corde verticale, en agissant alternativement avec l'une et l'autre main, on peut prendre, en moyenne:

$$K = 16^{k},\ W = 80000 \text{ kilogr. mèt.}$$

Lorsqu'un homme agit sur une machine, pour une même durée de travail égale à T heures et supposée la plus convenable, les valeurs les plus avantageuses pour la pression engendrée P et la vitesse V par 1″ du déplacement du point d'application dans le sens de P, c-à-d. les valeurs de P et de V, pour lesquelles l'effet utile est maximum, sont différentes des valeurs de K et de C, qui correspondent au travail maximum.

Si on désigne, en effet, par:

P_1 la pression utilisée,

$P - P_1 = R + f P_1$ la fraction de P qui est employée à surmonter les résistances de la machine, dont les unes sont constantes, tandis que les autres augmentent proportionnellement à P_1,

on a, pour les valeurs les plus avantageuses de P et de V:

$$P = \left(1 + \frac{R}{2K}\right) K;\quad V = \left(1 - \frac{R}{2K}\right) C$$

et, par suite, le maximum de l'effet utile, par seconde, est:

$$P_1 V = \frac{\left(1 - \frac{R}{2K}\right)^2}{1 + f} K C$$

Les indications du tableau, relatives au travail du cheval et des autres animaux, agissant sans machine, se rapportent principalement au tirage sur un chemin horizontal. Pour le cheval, en particulier, le travail, effectué dans ces conditions, dépend à un haut degré de ses propriétés corporelles, et surtout de son poids. Pour une durée de travail de 8 heures et pour des chevaux dont le poids est compris entre 250 et 300 kilogr., on peut admettre:

$$K = 50;\quad C = 1{\cdot}2;\quad K C = 60$$

Digitized by Google

pour des chevaux lourds, d'un poids variable entre 350 et 400 kilogr.:

$$K = 65; \quad C = 1{\cdot}2; \quad K\,C = 78.$$

Pour les chevaux agissant sur des manèges, le travail varie dans le même rapport et on peut admettre que, pour une même durée de travail de 8 heures, les valeurs de K, C et K C sont respectivement les $\frac{8}{9}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{3}$ de celles qui correspondent au tirage en ligne droite, lorsque le rayon du cercle décrit par le cheval est de $5^{m.}$ environ.

Lorsqu'on tient compte des résistances dues au frottement, l'effet utile, obtenu au moyen d'un manège, n'est guère que les 0·8 du travail réel développé par les animaux.

Dans le cas où le cheval agit sur un plancher incliné mobile, en désignant par:

G le poids du cheval,

α l'angle d'inclinaison du chemin sur lequel il marche, tout en conservant une position fixe dans l'espace,

on peut prendre, en moyenne:

$$\sin \alpha = \frac{1}{4}, \text{ ou } \alpha = 14^{01}/_2$$

$$K = \frac{1}{4}\,G, \quad C = 0{\cdot}5.$$

Si la durée du travail journalier est de Z heures et la vitesse de travail de V mètres par seconde, on obtient approximativement, pour la résistance P, qu'un moteur animé peut surmonter, l'expression suivante, qui est due à *Gerstner*:

$$P = \left(2 - \frac{V}{C}\right)\left(2 - \frac{Z}{T}\right)K$$

La quantité de travail journalier devient alors:

$$W = 3600\ P\ V\ Z.$$

Pour un travail qui s'effectue avec la vitesse moyenne C et qui n'a qu'une faible durée, on doit faire V = C et Z = O, ce qui donne, pour la résistance:

$$P = 2\ K.$$

Digitized by Google

Dans le calcul des cabestans et des grues, on peut adopter 16 kilogrammes pour l'effort d'un ouvrier sur la manivelle.

Pour un travail de ce genre, qui est généralement coupé par de longues périodes de repos, P peut ne pas être très notablement supérieur à K, tandis que la vitesse V peut être beaucoup plus grande que la vitesse C, correspondant à un travail continu. Ainsi, par exemple, dans le travail sur une manivelle, pour l'élévation du mouton d'un appareil à déclic, différentes observations montrent qu'on peut prendre:

$$P = 8^{k.}, \quad V = 1^{m.}25.$$

Pour une durée de travail de 10 heures, $4^{h.}1/_2$ sont employées à tourner la manivelle et $5^{h.}1/_2$ sont consacrées à des travaux accessoires ou à des repos.

Pour un travail qui s'effectue avec une très petite vitesse et qui est d'une très faible durée, on doit faire $V = o$, $Z = 0$, et on trouve alors, pour le maximum de résistance qu'on puisse surmonter:

$$P_{max.} = 4\ K.$$

Digitized by Google

Digitized by Google

CHAPITRE X.

TRANSPORTS PAR EAU ET PAR TERRE.

VOITURES.

305.

Coefficients de résistance pour divers genres de voitures.

Les tableaux suivants donnent les coefficients de résistance qui ont été déterminés par *Morin*, à la suite de nombreuses expériences, exécutées sur des voitures différentes et sur des routes à divers états d'entretien. Dans ces tableaux, on a désigné par :

b la largeur des jantes,
r_1. r_2 les rayons des roues (arrière et avant),
ρ le rayon des axes, sur lesquels tournent ces roues } (en mètres).

Digitized by Google

Nature de la route parcourue par la voiture.	Rapport du t		
	Affûts et charrettes d'artillerie.	Chariots d'artillerie.	Chariot franc-com
	$b = 0{\cdot}10$ à $0{\cdot}12$ $r_1 = r_2 = 0{\cdot}78$ $\varrho = 0{\cdot}038$	$b = 0{\cdot}07$ à $0{\cdot}075$ $r_1 = 0{\cdot}575$ $r_2 = 0{\cdot}780$ $\varrho = 0{\cdot}038$	$b = 0{\cdot}06$ à $r_1 = 0{\cdot}6$ $r_2 = 0{\cdot}7$ $\varrho = 0{\cdot}03$
Accotement en terre, en très bon état, à peu près sec	$\frac{1}{34{\cdot}8}$	$\frac{1}{30{\cdot}1}$	$\frac{1}{31}$
Accotement solide, recouvert d'une couche de gravier, de $0^m{\cdot}03$ à $0^m{\cdot}04$ d'épaisseur	$\frac{1}{13{\cdot}6}$	$\frac{1}{11{\cdot}8}$	$\frac{1}{11{\cdot}9}$
Accotement solide, recouvert d'une couche de gravier, de $0^m{\cdot}05$ à $0^m{\cdot}06$ d'épaisseur	$\frac{1}{11{\cdot}6}$	$\frac{1}{10{\cdot}1}$	$\frac{1}{10{\cdot}1}$
Sol en terre ferme, recouvert de $0^m{\cdot}10$ à $0^m{\cdot}15$ de gravier, ou route neuve	$\frac{1}{10{\cdot}8}$	$\frac{1}{9{\cdot}3}$	$\frac{1}{9{\cdot}4}$
Sol en terre ferme, recouvert d'une couche de sable fin, mêlé de gravier, de $0^m{\cdot}10$ à $0^m{\cdot}15$ d'épaisseur	$\frac{1}{10{\cdot}2}$	$\frac{1}{8{\cdot}1}$	$\frac{1}{8{\cdot}9}$
Accotement ou route couverte de neige, non frayée	$\frac{1}{18{\cdot}4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16{\cdot}2}$
Route en empierrement. — en très bon état, très sèche et très unie	pas $\frac{1}{62{\cdot}7}$ trot $\frac{1}{50{\cdot}5}$	$\frac{1}{54{\cdot}3}$	$\frac{1}{57{\cdot}5}$
Route en empierrement. — un peu humide ou couverte de poussière, avec quelques cailloux à fleur du sol	$\frac{1}{44{\cdot}8}$	$\frac{1}{38{\cdot}7}$	$\frac{1}{40{\cdot}3}$
Route en empierrement. — très solide, avec gros cailloux à fleur du sol mouillé	$\frac{1}{54{\cdot}1}$	$\frac{1}{46{\cdot}8}$	$\frac{1}{49{\cdot}1}$
Route en empierrement. — solide, avec frayé léger et boue molle	$\frac{1}{34{\cdot}8}$	$\frac{1}{30{\cdot}1}$	$\frac{1}{31}$
Route en empierrement. — solide, avec ornière et boue	$\frac{1}{28{\cdot}5}$	$\frac{1}{24{\cdot}6}$	$\frac{1}{25{\cdot}2}$

Digitized by Google

rge sur route horizontale.

rettes de roulage.		Charrettes.		Diligences.	Voitures à bancs suspendus.
0·10 ·12 0·45 0·75 0·032	b = 0·10 à 0·12 r_1 = 0·55 r_2 = 0·85 ϱ = 0·032	b = 0·10 à 0·12 r_1 = 0·80 ϱ = 0·032	b = 0·10 à 0·12 r_1 = 1·00 ϱ = 0·032	b = 0·10 à 0·12 $r_1 + r_2$ = 1·15 ϱ = 0·032	b = 0·07 à 0·08 r_1 = 0·45 r_2 = 0·70 ϱ = 0·027
1 ·2	$\frac{1}{31·7}$	$\frac{1}{36·3}$	$\frac{1}{45·4}$	pas et trot $\frac{1}{26·1}$	pas et trot $\frac{1}{26·4}$
1 ·5	$\frac{1}{12·3}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{17·5}$	" " " $\frac{1}{10·1}$	" " " $\frac{1}{10·1}$
1 ·9	$\frac{1}{10·4}$	$\frac{1}{11·9}$	$\frac{1}{14·9}$	" " " $\frac{1}{8·6}$	" " " $\frac{1}{8·6}$
1 ·3	$\frac{1}{9·7}$	$\frac{1}{11·1}$	$\frac{1}{13·9}$	" " " $\frac{1}{8}$	" " " $\frac{1}{8}$
1 ·9	$\frac{1}{9·2}$	$\frac{1}{10·5}$	$\frac{1}{13·1}$	" " " $\frac{1}{7·5}$	" " " $\frac{1}{6·9}$
1 ·3	$\frac{1}{16·7}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{23·8}$	$\frac{1}{13·7}$	
				pas $\frac{1}{47·6}$	pas $\frac{1}{49}$
1 ·9	$\frac{1}{58}$	$\frac{1}{66·2}$	$\frac{1}{82·8}$	trot $\frac{1}{40·9}$	trot $\frac{1}{41·8}$
				grand trot $\frac{1}{39·7}$	grand trot $\frac{1}{40·6}$
				pas $\frac{1}{33·7}$	pas $\frac{1}{34·3}$
1 ·2	$\frac{1}{41}$	$\frac{1}{47}$	$\frac{1}{58·6}$	trot $\frac{1}{26·8}$	trot $\frac{1}{27·2}$
				grand trot $\frac{1}{24·3}$	grand trot $\frac{1}{24·6}$
				pas $\frac{1}{40·8}$	pas $\frac{1}{41·8}$
1 ·8	$\frac{1}{49·8}$	$\frac{1}{56·9}$	$\frac{1}{71}$	trot $\frac{1}{26·5}$	trot $\frac{1}{27}$
				grand trot $\frac{1}{22·6}$	grand trot $\frac{1}{22·8}$
				pas $\frac{1}{26·1}$	pas $\frac{1}{26·4}$
1 ·2	$\frac{1}{31·7}$	$\frac{1}{36·2}$	$\frac{1}{45·2}$	trot $\frac{1}{21·7}$	trot $\frac{1}{22}$
				grand trot $\frac{1}{20}$	grand trot $\frac{1}{20·3}$
				pas $\frac{1}{21}$	pas $\frac{1}{21·5}$
1 ·2	$\frac{1}{25·8}$	$\frac{1}{29·5}$	$\frac{1}{36·9}$	trot $\frac{1}{18·5}$	trot $\frac{1}{18·5}$
				grand trot $\frac{1}{17·1}$	grand trot $\frac{1}{17·2}$

Digitized by Google

Nature de la route parcourue par la voiture.		Rapport du t		
		Affûts et charrettes d'artillerie.	Chariots d'artillerie	Chariot franc-com
		$b = 0{\cdot}10$ à $0{\cdot}12$ $r_1 = r_2 = 0{\cdot}78$ $\varrho = 0{\cdot}038$	$b = 0{\cdot}07$ à $0{\cdot}075$ $r_1 = 0{\cdot}575$ $r_2 = 0{\cdot}780$ $\varrho = 0{\cdot}038$	$b = 0{\cdot}06$ à 0 $r_1 = 0{\cdot}06$ $r_2 = 0{\cdot}72$ $\varrho = 0{\cdot}02$
Route en empierrement.	avec détritus et boue épaisse . . .	$\frac{1}{24{\cdot}1}$	$\frac{1}{20{\cdot}8}$	$\frac{1}{21{\cdot}3}$
	très dégradée, ornières profondes, de $0^m{\cdot}06$ à $0^m{\cdot}08$, boue épaisse . . .	$\frac{1}{18{\cdot}4}$	$\frac{1}{15{\cdot}9}$	$\frac{1}{16{\cdot}2}$
	très mauvaise, ornières profondes, de $0^m{\cdot}10$ à $0^m{\cdot}12$, boue épaisse, fond dur et inégal	$\frac{1}{16{\cdot}5}$	$\frac{1}{14{\cdot}3}$	$\frac{1}{14{\cdot}4}$
Pavé en grès de Sierck serré		$\frac{1}{80{\cdot}9}$	$\frac{1}{70}$	$\frac{1}{75{\cdot}5}$
Pavé en grès de Fontainebleau.	ordinaire sec	$\frac{1}{75{\cdot}7}$	$\frac{1}{64{\cdot}6}$	$\frac{1}{69{\cdot}2}$
	idem	$\frac{1}{74{\cdot}7}$	$\frac{1}{64{\cdot}6}$	$\frac{1}{69{\cdot}2}$
	en état ordinaire, mouillé et couvert de boue	$\frac{1}{58{\cdot}1}$	$\frac{1}{50{\cdot}3}$	$\frac{1}{52{\cdot}9}$
Tablier de pont en madriers		$\frac{1}{54{\cdot}1}$	$\frac{1}{46{\cdot}8}$	$\frac{1}{49{\cdot}1}$

Digitized by Google

ge sur route horizontale.						
ettes de roulage.		Charrettes.		Diligences.		Voitures à bancs suspendus.	
0·10 ·12 ·45 ·75 0·032	b = 0·10 à 0·12 r_1 = 0·55 r_2 = 0·85 ϱ = 0·032	b = 0·10 à 0·12 r_1 = 0·80 ϱ = 0·032	b = 0·10 à 0·12 r_1 = 1·00 ϱ = 0·032	b = 0·10 à 0·12 $r_1 + r_2$ = 1·15 ϱ = 0·032		b = 0·07 à 0·08 r_1 = 0·45 r_2 = 0·70 ϱ = 0·027	
				pas	$\frac{1}{17·9}$	pas	$\frac{1}{18·1}$
7	$\frac{1}{21·8}$	$\frac{1}{24·9}$	$\frac{1}{31·1}$	trot	$\frac{1}{15·8}$	trot	$\frac{1}{15·9}$
				grand trot	$\frac{1}{14·9}$	grand trot	$\frac{1}{15}$
				pas	$\frac{1}{13·7}$	pas	$\frac{1}{13·8}$
3	$\frac{1}{16·7}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{23·8}$	trot	$\frac{1}{12·4}$	trot	$\frac{1}{12·5}$
				grand trot	$\frac{1}{11·8}$	grand trot	$\frac{1}{11·9}$
				pas	$\frac{1}{12·2}$	pas	$\frac{1}{12·3}$
7	$\frac{1}{14·9}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{21·2}$	trot	$\frac{1}{10·5}$	trot	$\frac{1}{9·9}$
				pas	$\frac{1}{62}$	pas	$\frac{1}{64·2}$
7	$\frac{1}{75·5}$	$\frac{1}{86·3}$	$\frac{1}{107·9}$	trot	$\frac{1}{42}$	trot	$\frac{1}{43}$
				grand trot	$\frac{1}{36·2}$	grand trot	$\frac{1}{37}$
				pas	$\frac{1}{57·1}$	pas	$\frac{1}{59}$
6	$\frac{1}{69·5}$	$\frac{1}{79·9}$	$\frac{1}{99·9}$	trot	$\frac{1}{38·1}$	trot	$\frac{1}{39}$
				grand trot	$\frac{1}{32·7}$	grand trot	$\frac{1}{33·3}$
				pas	$\frac{1}{57·1}$	pas	$\frac{1}{59}$
6	$\frac{1}{69·5}$	$\frac{1}{79·9}$	$\frac{1}{99·9}$	trot	$\frac{1}{40·9}$	trot	$\frac{1}{41·8}$
				grand trot	$\frac{1}{35·8}$	grand trot	$\frac{1}{36·5}$
				pas	$\frac{1}{44}$	pas	$\frac{1}{45·1}$
6	$\frac{1}{53·5}$	$\frac{1}{61·2}$	$\frac{1}{76·5}$	trot	$\frac{1}{32·9}$	trot	$\frac{1}{33·5}$
				grand trot	$\frac{1}{29·2}$	grand trot	$\frac{1}{29·8}$
8	$\frac{1}{49·8}$	$\frac{1}{56·9}$	$\frac{1}{71}$	pas et trot	$\frac{1}{40·8}$	pas et trot	$\frac{1}{41·8}$

Digitized by Google

LOCOMOTIVES.

306.

Vitesse des trains.

Pour le calcul des locomotives, on peut adopter généralement les vitesses suivantes:

Désignation des trains.	Vitesse par seconde. Mètres.
Express	16 à 20
Trains ordinaires de voyageurs . . .	12 à 16
Trains de marchandises	8 à 12
Locomotives de montagne	5 à 6

Si on désigne par V la vitesse d'un train, en mètres et par seconde, la vitesse par heure est donnée par les chiffres suivants:

1° En kilomètres	3·600 V
2° En milles allemands (à 7·420 kilomètres) . .	0·485 V
3° En milles d'Autriche (à 7·587 kilomètres) . .	0·475 V
4° En milles de Prusse (à 7·532 kilomètres) . .	0·478 V
5° En milles d'Angleterre (à 1·609 kilomètres) .	2·237 V

307.

Poids d'un train.

Les poids, qu'on admet généralement pour les trains, sont les suivants:

a) Si les pentes les plus fortes d'un chemin ne sont pas supérieures à $^1/_{150}$ et si les courbes les plus prononcées n'ont pas un rayon inférieur à 200 mètres:

Nature du train.	Poids du train sans locomotive. Tonnes.
Express	50 à 100
Trains de voyageurs	100 à 150
Trains de marchandises . . .	150 à 300

b) Si les pentes les plus fortes sont supérieures à $^1/_{150}$ et s'élèvent jusqu'à $^1/_{40}$, le poids des trains ne dépasse généralement pas 150 tonnes.

Digitized by Google

Pour les chemins de fer d'une grande importance, on admet ordinairement que,

pour les pays de plaines, l'inclinaison doit être $< \frac{1}{200}$
" " " de collines " " " $< \frac{1}{100}$
" " " de montagnes " " " $< \frac{1}{40}$

Les limites supérieures du rayon de courbure des courbes, dans ces trois cas, correspondent à 1100m., 600m. et 300m. Ce n'est qu'à titre d'exception qu'on peut admettre, pour ce rayon, 360m. dans les deux premiers cas et 180m. dans le troisième. Il convient d'ailleurs de ne donner aux courbes que des pentes très faibles, ou même nulles.

308.

Rapport entre le poids d'une locomotive et sa force normale de traction.

Si on désigne par:

W la résistance totale du train (en kilogrammes), que la locomotive doit être en état de surmonter, avec une tension de vapeur qui ne soit pas trop élevée (W comprend toutes les résistances qui doivent être vaincues par la différence des pressions sur les deux faces des pistons),

L le poids (en tonnes) de la locomotive avec son tender chargé,

V la vitesse de marche du train (en mètres et par seconde),

on a approximativement:

$$\frac{W}{L} = \frac{500 + 22\,V}{V}$$

Cette formule donne:

Pour V =	5	6	8	10	12	14
$\frac{W}{L}$ =	140	120	96	81	71	64

309.

Résistance totale d'un train sur une voie en ligne droite.

Si on désigne par:

T le poids (en tonnes) de tous les wagons (avec leur charge), que la locomotive doit remorquer,

Digitized by Google

L le poids de la locomotive chargée,
V la vitesse de marche (en mètres par seconde),
α l'angle des plus fortes pentes de la voie,
F la surface de front de la locomotive (généralement 7 à 8 mètres carrés),
f la surface de front de chaque wagon (ordinairement 4 mètres carrés),
i le nombre des wagons à remorquer,
W la résistance totale du train (en kilogrammes), sur une voie en ligne droite,
on a, pour expression de cette resistance:

$$W = \frac{(3{\cdot}11 + 0{\cdot}077\,V + 1162 \sin \alpha)\,T + 0{\cdot}0704\left(F + \frac{1}{4}\,i\,f\right) V^2}{1 - (7{\cdot}25 + 0{\cdot}577\,V + 1162 \sin \alpha)\,\frac{L}{W}}$$

La valeur de $\frac{L}{W}$ se détermine d'après la règle du N°. 308.

Cette expression de la résistance totale est le résultat d'anciennes expériences, dues principalement à Pambour, Gooch et Harding. Depuis, grâce à certains perfectionnements, quelques-unes des résistances partielles, qui entrent dans la formule, ont pu être ramenées à des valeurs plus faibles. En partant de nouvelles expériences et, en particulier, de celles qui ont été exécutées sur le chemin de fer d'Orléans, de 1857 à 1866, Grashof a trouvé que la résistance à la traction W_1 (en ne tenant pas compte des résistances de frottement développées par les deux machines motrices et par les mécanismes de mouvement correspondants) pouvait être représentée, en kilogrammes, par l'expression suivante:

$$W_1 = 0{\cdot}8\,V^2 + (2 + 0{\cdot}5\,V + 1000\,\alpha)\,L + (1{\cdot}4 + 0{\cdot}014\,V^2 + 1000\,\alpha)\,T$$

et qu'on pouvait ensuite poser:

$$W = 3\,L + 1{\cdot}15\,W_1.$$

Dans ces formules, le terme le plus discutable est le terme 0·5 V L, par lequel se trouve exprimée la résistance que la voie exerce sur la locomotive; cette résistance dépend essentiellement des trépidations qui se produisent dans la marche et varie, dans de très-fortes proportions, avec le genre de construction de la

Digitized by Google

locomotive. Par suite de l'absence d'expériences spéciales, cette résistance a du être évaluée, comme dans la premiere formule, en partant des données de Gooch.

Les expériences du chemin d'Orléans ont montré que le coefficient de T, dans l'expression de W_1, augmentait légèrement avec la longueur du train et que sa valeur était un peu plus forte pour des wagons vides que pour des wagons chargés; ces variations sont d'ailleurs d'autant plus négligeables que V est plus petit et a plus grand.

La formule précédente a servi à calculer les tableaux suivants, qui donnent les valeurs de W_1, pour différentes valeurs de a, L, T et V.

Valeurs de W_1 pour $a = \frac{1}{200}$.

	L = 27			L = 30			L = 33		L = 36	
	T=50	T=75	T=100	T=125	T=150	T=200	T=250	T=300	T=350	T=400
V = 18	1238	1511	—	—	—	—	—	—	—	—
V = 16	1109	1359	1608	1903	—	—	—	—	—	—
V = 14	—	1221	1449	1720	1948	2406	—	—	—	—
V = 12	—	—	1308	1557	1768	2188	2648	—	—	—
V = 10	—	—	—	—	—	2000	2426	2816	3242	—
V = 8	—	—	—	—	—	—	2238	2603	3001	3366

Valeurs de W_1 pour $a = \frac{1}{100}$.

	L = 30			L = 33			L = 36	
	T = 50	T = 75	T = 100	T = 125	T = 150	T = 200	T = 250	T = 300
V = 14	1434	1788	—	—	—	—	—	—
V = 12	1326	1661	1997	2386	—	—	—	—
V = 10	—	1550	1870	2241	2561	—	—	—
V = 8	—	—	—	2116	2424	3038	3701	—
V = 6	—	—	—	—	2309	2905	3545	4140

Digitized by Google

Valeurs de W_1 pour $\alpha = \frac{1}{50}$.

	L = 33		L = 36		L = 40	
	T = 50	T = 75	T = 100	T = 125	T = 150	T = 200
V = 10	2111	2681	—	—	—	—
V = 8	2024	2581	3217	3774	—	—
V = 6	—	—	3119	3667	4314	5410
V = 4	—	—	—	—	4216	5298

310.

Rapport entre le poids d'une locomotive et la pression de toutes les roues motrices sur les rails.

Soient:

L le poids (en tonnes) de la locomotive chargée,

L_1 la pression (en tonnes) de toutes les roues motrices sur les rails,

V la vitesse par seconde (en mètres),

f le coefficient de frottement des roues sur les rails;

on a:

$$\frac{L_1}{L} = \frac{1}{900\,f}\,\frac{590 + 22\,V}{V}$$

Les valeurs à adopter pour f sont les suivantes:

Temps sec, poussière légère sur les rails . . . . . $f = \frac{1}{3}$

Temps ordinaire . . . . . $f = \frac{1}{6}$

Pluie et neige . . . . . $f = \frac{1}{10}$

Pour une locomotive à construire, on peut admettre $f = 1/6$, et on trouve alors:

Pour V =	13·4	11·1	8·7	6·7	4·6	mètres
$\frac{L_1}{L}$ =	0·44	0·5	0·6	0·73	1·0	„

Dans les locomotives en usage, $\frac{L}{L_1}$ a les valeurs suivantes:

Digitized by Google

a) Locomotive à voyageurs de *Stephenson*, avec deux roues motrices placées au milieu . . . . . $\frac{L_1}{L} = 0{\cdot}44$

b) Locomotive à voyageurs de *Crampton* . . . . $\frac{L_1}{L} = 0{\cdot}50$

c) Locomotive à marchandises de *Norris*, avec quatre roues motrices couplées, un essieu derrière la boîte à feu, l'autre en avant . . . . . $\frac{L_1}{L} = 0{\cdot}60$

d) Locomotive à marchandises, avec quatre roues motrice couplées, les essieux moteurs entre la boîte à feu et la boîte à fumée . . . . . $\frac{L_1}{L} = 0{\cdot}73$

e) Locomotive à marchandises, avec toutes les roues couplées . . . . . $\frac{L_1}{L} = 1$

On voit par là que le système des roues motrices est déterminé par la vitesse de marche.

La pression sur les rails de toutes les roues motrices, qui, pour la valeur f du coefficient de frottement, est susceptible d'empêcher le glissement des roues, peut encore se calculer par la formule:

$$L_1 = \frac{\pi}{4\,f}\left(\sqrt{2} + \frac{r}{l_1}\right)\frac{W_1}{1000} \text{ tonnes}$$

où r désigne la longueur de la manivelle, ou la demi-course du piston, et l_1 la longueur de la bielle.

Dans les nouvelles locomotives, on a, en général: $\frac{r}{l_1} = 0{\cdot}161$ et, par suite:

$$L_1 = \frac{1{\cdot}237}{f}\,\frac{W_1}{1000} = 0{\cdot}008\,W_1, \text{ pour } f = 0{\cdot}155.$$

Les tables suivantes contiennent les valeurs de

$$\frac{L_1}{L} = 0{\cdot}008\,\frac{W_1}{L}$$

correspondant aux différentes valeurs de W_1, données par les tables du N°. 309.

Digitized by Google

Valeurs de $\frac{L_1}{L}$ pour $a = \frac{1}{200}$

	L = 27			L = 30			L = 33		L = 36	
	T=50	T=75	T=100	T=125	T=150	T=200	T=250	T=300	T=350	T=400
V=18	0·37	0·45	—	—	—	—	—	—	—	—
V=16	0·33	0·40	0·48	0·51	—	—	—	—	—	—
V=14	—	0·36	0·43	0·46	0·52	0·64	—	—	—	—
V=12	—	—	0·39	0·42	0·47	0·58	0·64	—	—	—
V=10	—	—	—	—	—	0·53	0·59	0·68	0·72	—
V= 8	—	—	—	—	—	—	0·54	0·63	0·67	0·75

Valeurs de $\frac{L_1}{L}$ pour $a = \frac{1}{100}$.

	L = 30			L = 33			L = 36	
	T=50	T=75	T = 100	T = 125	T = 150	T = 200	T = 250	T = 300
V = 14	0·38	0·48	—	—	—	—	—	—
V = 12	0·35	0·44	0·53	0·58	—	—	—	—
V = 10	—	0·41	0·50	0·54	0·62	—	—	—
V = 8	—	—	—	0·51	0·59	0·74	0·82	—
V = 6	—	—	—	—	0·56	0·70	0·79	0·92

Valeurs de $\frac{L_1}{L}$ pour $a = \frac{1}{50}$.

	L = 33		L = 36		L = 40	
	T = 50	T = 75	T = 100	T = 125	T = 150	T = 200
V = 10	0·51	0·65	—	—	—	—
V = 8	0·49	0·63	0·71	0·84	—	—
V = 6	—	—	0·69	0·81	0·86	1·08
V = 4	—	—	—	—	0·84	1·06

Avec ces valeurs de $\frac{L_1}{L}$, la charge sur les deux roues d'arrière doit être au moins égale à $\frac{1}{5}$ L; pour les locomotives de trains de marchandises, elle doit être aussi $\frac{1}{5}$ L, au minimum, sur

Digitized by Google

les deux roues d'avant et, pour celles de trains de voyageurs, $\frac{1}{4}$ L; la charge des axes couplés doit être également aussi grande que possible. Si $\frac{L_1}{L}$ est > 1, la condition de non glissement peut n'être pas assurée avec les valeurs admises et, dans ce cas, comme α, V et f sont des quantités dont on ne peut pas disposer, il est indispensable d'augmenter L ou de diminuer T.

311.

Diamètre des roues motrices.

Si on désigne par:
V la vitesse (en mètres), par seconde,
D le diamètre d'une roue motrice (en mètres),
on a, en moyenne:

$$D = 0{\cdot}14\ V$$

D'après les prescriptions suivies maintenant dans les chemins de fer allemands, on doit prendre:

pour les trains où	$V = 8^{m.}$	$D > 1^{m.}1$
" " " "	$V = 8$ à $12^{m.}$	$D > 1^{m.}4$
" " " "	$V > 12^{m.}$	$D > 1^{m.}5$

Ce qui, d'une manière générale, revient approximativement à prendre:

$$D > 0{\cdot}5 + 0{\cdot}08\ V.$$

V désignant la vitesse du train, pour laquelle la locomotive doit être établie.

312.

Nombre des roues motrices.

Soient:
L_1 la pression de toutes les roues motrices sur les rails,
π le maximum de pression qu'on puisse admettre pour une seule roue,
i le nombre des roues motrices de la locomotive;
on doit prendre:

$$i > \frac{L_1}{\pi}$$

Digitized by Google

c-à-d. que i doit être le nombre entier pair immédiatement supérieur au second terme.

313.

Pression d'une roue sur la voie.

Si on désigne par:

D le diamètre d'une roue (en mètres),

π la pression (en tonnes) que la roue peut exercer sur la voie, sans qu'il en résulte une détérioration trop rapide pour les rails et le bandage,

on doit prendre:

$$\pi = 5 \sqrt{D}.$$

C'est par la considération de cette pression π qu'il convient de déterminer, de préférence, le plus petit diamètre qu'on puisse donner aux locomotives à marche lente (trains de marchandises ou de montagnes). Pour les locomotives de ce genre, on prend, en moyenne, $D = 1^{m}.333$ et

$$\pi = 6 \text{ tonnes} = 5.18 \sqrt{D}; \quad D = 0.0373\, \pi^2.$$

On peut donc admettre, comme règle, dans ce cas:

$$D > 0.035\, \pi^2$$

Le diamètre des roues motrices d'une locomotive peut être déterminé par cette règle ou par celle du N°. 311:

$$D > 0.5 + 0.08\, V$$

en ayant soin de prendre toujours la plus grande des deux valeurs. En général, la première convient aux locomotives de trains de marchandises et la seconde à celles des trains de voyageurs.

314.

Diamètre et nombre des roues de charge.

Les roues non motrices se déterminent par les régles suivantes:

Diamètre d'une roue, $1^{m.}$ environ,

Pression d'une roue sur la voie, 5 tonnes, au maximum,

Nombre des roues, $\frac{L - L_1}{5}$, au moins,

Digitized by Google

L est le poids de la locomotive (en tonnes), L_1 la somme des pressions (en tonnes) de toutes les roues motrices sur les rails.

Nombre des rais d'une roue:

$$N = 18\sqrt{D} - 0{\cdot}8.$$

315.

Types de locomotives.

A) Trains express.

Les locomotives les plus convenables sont, dans ce cas:

I. Les locomotives *Crampton,* sans faux-axe, en leur faisant subir les modifications suivantes: 1° Remplacer les essieux de charge reliés au chassis d'une manière invariable, par une pièce à quatre roues, mobile autour d'un tourillon vertical; 2° disposer convenablement les cylindres à vapeur, de telle sorte que la position moyenne des traverses des pistons se trouve dans le plan transversal, mené verticalement par le centre de gravité; 3° équilibrer exactement les masses à mouvement alternatif, telles que les pistons, les tiges de pistons et les bielles; 4° donner à la chaudière une forme simple, sans dôme, et qui ait une section aussi grande que possible; 5° établir une liaison rigoureuse du tender avec la locomotive.

II. Les locomotives avec faux-axe; on peut recommander dans ce cas: 1° d'établir, comme pièce de charge, une pièce à quatre roues, mobile autour d'un axe vertical; 2° de placer les cylindres extérieurs, ce qui a pour résultat de diminuer les oscillations; cette disposition offre, en outre, l'avantage que le faux-axe ne recevant qu'une manivelle extérieure n'est pas exposé à la torsion. Lorsqu'on fait usage d'un faux-axe, les cylindres peuvent, sans inconvénient, être placés en avant, près de la boîte à fumée.

B) Trains de marchandises légers.

Dans ce cas on peut employer avec avantage les locomotives qui se rapprochent du système *Norris*, en observant les prescriptions suivantes: 1° placer les cylindres assez loin en arrière, pour que la position moyenne des pièces frottantes coïncide avec le plan transversal mené verticalement par le centre de gravité; 2° relier par des bielles les roues motrices de l'arrière avec les traverses des pistons; 3° employer une chaudière de forme simple.

Digitized by Google

sans dôme et présentant une grande section; 4° équilibrer rigoureusement les masses à mouvement alternatif.

C) **Trains de marchandises lourds.**

Locomotive à trois essieux couplés: 1° relier par des bielles les roues motrices de l'arrière avec les traverses des tiges de pistons; 2° charger l'essieu du milieu plus faiblement et, par suite, tendre moins les ressorts que ceux des deux autres axes; 3° munir chaque roue d'un ressort spécial, indépendant des autres ressorts; 4° équilibrer exactement toutes les masses.

316.

Conicité des roues d'un wagon à quatre roues avec essieux parallèles et élargissement de la voie dans les courbes.

Soient:

R le plus petit rayon de courbure qui se rencontre sur la ligne,
tang. α la conicité des roues d'un wagon à quatre roues,
r le rayon du cercle moyen d'une roue, c-à-d. le rayon du cercle dont les points sont en contact avec la voie, quand le wagon, dans sa position moyenne, roule sur une partie droite,
2 e la largeur de la voie dans les parties droites,
2 e + 2 σ la largeur de la voie pour la courbure la plus forte, qui correspond au rayon R,
R_1 le rayon d'une courbe quelconque de la ligne,
2 e + 2 σ_1 la largeur de la voie correspondant au rayon R_1;
on a les relations suivantes:

$$\text{tang. } \alpha = \frac{r\,e}{R\,\sigma}$$

$$\sigma_1 = \sigma \frac{R}{R_1}$$

Le jeu de la voie le plus considérable 2 σ ne peut pas dépasser $0^{m}\cdot025$ à $0^{m}\cdot03$; on doit donc poser:

$$\sigma = 0^{m}\cdot015.$$

Dans la pratique, on admet que la voie doit recevoir un élargissement, toutes les fois que le rayon de courbure R est $< 600^{m}$.

Digitized by Google

317.

Conicité des roues d'un wagon dont le nombre d'essieux est supérieur à deux.

Les conicités des roues des essieux d'avant et d'arrière se déterminent d'après la règle précédente. Quant à celle des roues d'un essieu intermédiaire, elle peut se calculer de la manière suivante:

Si on désigne par:

2Δ l'écartement des essieux extrêmes,
δ la distance d'un essieu intermédiaire à l'essieu d'arrière,
$2\,e$ la largeur de la voie dans les parties droites,
R le rayon de la plus forte courbure de la voie,
$2\,\sigma$ le jeu de la voie correspondant,
r_1 le rayon du cercle moyen d'une roue de l'essieu intermédiaire,
tang. α_1 la conicité de la roue de cet essieu,
on a approximativement:

$$\text{tang. } \alpha_1 = \frac{2\,r\,e}{\Delta^2 - (\Delta - \delta)^2 - 2\,R\,\sigma}$$

Si la valeur de tang. α_1 est positive, la conicité de la roue considérée est opposée à celle des roues d'avant et d'arrière. Si, au contraire, elle est négative, toutes les conicités sont dans le même sens.

318.

Vitesse du piston et longueur de la course.

La vitesse v et la course l du piston avaient des valeurs à peu près constantes dans toutes les anciennes locomotives:

$$v = 2{\cdot}3 \text{ mètres}, \quad l = 0{\cdot}63 \text{ mètres}.$$

Dans les nouveaux types de locomotives, la valeur de v est plus forte et celle de l plus faible.

Si on désigne par:

D le diamètre des roues motrices (en mètres),
V la vitesse du train (en mètres) par seconde,
on a, entre v et l la relation:

$$v = \frac{2\,l}{\pi\,D}\,V$$

Digitized by Google

En partant des dimensions admises par certains constructeurs, on peut établir le tableau suivant:

	Express	Trains de voyageurs	Trains mixtes	Trains de marchandises
D =	$1^{m}.85$	$1^{m}.65$	$1^{m}.51$	$1^{m}.33$
l =	0·55	0·57	0·58	0·62
$\frac{v}{V}$ =	0·19	0·22	0·25	0·30
Pour V =	$16^{m}.3$	$13^{m}.6$	$11^{m}.4$	$8^{m}.1$
v =	3·1	3·0	2·8	2·4

319.

Longueur des bielles.

Si on désigne par:

D le diamètre d'une roue motrice,
2 e l'écartement des cylindres à vapeur,
l_1 la longueur des bielles.

La longueur d'une bielle ne doit jamais être inférieure à

$$l_1 = (1{\cdot}9 + 0{\cdot}41\ D)\ e\ \text{(mètres)}$$

elle doit être aussi grande que le permet la disposition de la locomotive.

320.

Tension de la vapeur dans les cylindres.

La tension de la vapeur sur les pistons atteint aujourd'hui jusqu'à $8^{atm}.5$. Pour la détermination des sections des cylindres, on compte sur une pression de 7 à 8 atmosphères.

321.

Sections des cylindres à vapeur.

Si on désigne par:

O la section d'un cylindre (en mètres carrés),
p la pression de la vapeur (en kilogrammes par mètre carré), en arrière le piston,
r la contrepression moyenne (en kilogrammes par mètre carré), en avant du piston (ordinairement on peut prendre $r = 12500^{k}$.),

Digitized by Google

v la visesse du piston
V la vitesse du train } (en mètres),
l la course du piston
l_1 la course de ce piston jusqu'à la détente,
m le coefficient de l'espace nuisible,
$\alpha = 0{\cdot}1427$
$\beta = 0{\cdot}0000473$ } les nombres, au moyen desquels on peut calculer le poids d'un mètre cube de vapeur par l'expression $\alpha + \beta\, p$,
$\frac{\alpha}{\beta} = 3017$
W la résistance totale du train (en kilogrammes), qui doit être surmontée par la force $2\,O\,(p - r)$,
on a:

A) Machines sans détente:

$$O = \frac{V\,W}{2\,v\,(p - r)}$$

B) Machines avec détente:

$$O = \frac{V\,W}{2\,v\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right]}$$

où l'on a posé, pour abréger:

$$k = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \text{log. nat.} \frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l}$$

Ordinairement $m = 0{\cdot}05$, et alors cette expression donne:

Pour $\frac{l_1}{l} =$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
$k =$	0·968	0·856	0·720	0·626	0·559

322.

Proportions de la chaudière.

Soient:
O la section d'un cylindre (en mètres carrés),
$v = 2^{m}{\cdot}3$ la vitesse du piston,
l la course de ce piston,
l_1 la longueur décrite jusqu'au moment de la détente,
p la tension de la vapeur dans les cylindres,
$\alpha + \beta\, p$ le poids d'un mètre cube de vapeur,

Digitized by Google

m le coefficient de l'espace nuisible,
F la surface totale de chauffe de la chaudière,
q le rendement de la chaudière, c-à-d. le rapport entre la quantité de chaleur qui entre dans cette chaudière et la quantité de chaleur du combustible;
on a:

$$F = (22 + 145\,q)\,2\,v\,O\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\,p)$$

Pour des machines sans détente, on peut admettre:

$$q = 0{\cdot}41 \quad v = 2{\cdot}3 \quad \frac{l_1}{l} = 0{\cdot}88 \quad m = 0{\cdot}05$$

$$p = 5 \times 10330 \quad \alpha + \beta\,p = 2{\cdot}586$$

et on obtient alors:

$$\frac{F}{O} = 900$$

Pour des machines à détente, on doit prendre:

$$q = 0{\cdot}41 \quad v = 2{\cdot}3 \quad \frac{l_1}{l} = 0{\cdot}5 \quad m = 0{\cdot}05$$

$$p = 6 \times 10330 \quad \alpha + \beta\,p = 3{\cdot}074$$

et on trouve:

$$\frac{F}{O} = 633.$$

D'après les dimensions relevées sur un certain nombre de types existants, le rapport $\frac{F}{O}$ se trouve, en général, voisin de 700 pour les locomotives de trains de voyageurs, et de 740 pour les locomotives de trains de marchandises.

Si on désigne par:

W_1 la quantité de chaleur qui s'introduit dans la chaudière, par mètre carré de F et par seconde,
v la vitesse moyenne du piston,
γ le poids spécifique de la vapeur, en arrière du piston, à la fin de l'introduction,
Q la quantité de chaleur nécessaire pour la formation de $1^{k.}$ de vapeur,

Digitized by Google

et si on admet que l'introduction ait lieu pendant les 0·85 de la course, dans l'hypothèse où la locomotive aurait à surmonter d'une manière continue le maximum de résistance, on trouve:

$$W_1 = \frac{2 \times 0{\cdot}85 \times O\, v\, \gamma\, Q}{F} = 10{\cdot}68$$

en posant $\frac{F}{O} = 720$, $v = 2^{m.}$, $\gamma = 3{\cdot}771$ (vapeur à $7^{atm.}$), $Q = 600$ (eau d'alimentation à 50^0).

Si on désigne par T_2 la température à laquelle les gaz de la combustion s'échappent dans la cheminée, on peut admettre:

a) pour les locomotives chauffées au coke:

$$T_2 = 1560\,(1 - q); \quad W_1 = \frac{10{\cdot}4\, q}{\ln \frac{1080}{T_2 - 170}}$$

pour $q =$	0·5	0·6	0·7
$T_2 =$	780^0	624^0	468^0
$W_1 =$	9·11	7·20	5·67

b) pour les locomotives chauffées à la houille:

$$T_2 = 1500\,(1 - q); \quad W_1 = \frac{10{\cdot}9}{\ln \frac{1030}{T_2 - 170}}$$

pour $q =$	0·5	0·6	0·7
$T_2 =$	750^0	600^0	450^0
$W_1 =$	8·71	6·87	5·37

On voit, d'après cela, que, même pour $q = 0{\cdot}5$, W_1 est notablement inférieur à la valeur précédente 10·68. Le développement trop faible de la surface de chauffe d'une locomotive a donc pour résultat de laisser les gaz s'échapper dans la boite à fumée à une température $T_2 > 800^0$ et de donner un rendement de chaudière $q < 0{\cdot}5$. Comme le rendement q_1 du foyer est de 0·9 pour le coke et 0·8 pour la houille, il en résulte que le rendement définitif $\eta = q\, q_1$, ou l'effet utile du combustible, est $< 0{\cdot}45$ pour le chauffage au coke et $< 0{\cdot}40$ pour le chauffage à la houille. Lorsqu'on ne demande à la locomotive qu'un travail modéré, q peut s'élever à 0·6 ou 0·7.

Digitized by Google

Pour déterminer la surface de chauffe F_1 de la boîte à feu, la surface R de la grille et la somme Ω des sections de tous les tuyaux, on fait usage des relations suivantes:

$$\frac{F_1}{F} = 0{\cdot}074 = \frac{1}{13{\cdot}5}$$

$$\frac{R}{F} = 0{\cdot}0125 = \frac{1}{80}\ (^1)$$

$$\frac{\Omega}{F} = 0{\cdot}0027 = \frac{1}{370}$$

Les autres éléments de la chaudière se déterminent comme il suit:

Section de l'orifice du régulateur . . . $= \frac{F}{7000} = 0{\cdot}000143\ F$

Section d'un canal de vapeur . . . . $= \frac{F}{7570} = 0{\cdot}000132\ F$

Plus grande section de l'orifice du tuyau d'échappement . . . . . $= \frac{F}{7800} = 0{\cdot}000128\ F$

323.

Positions des essieux.

Soient:

P_1, P_2, P_3 . . . les pressions (en tonnes), exercées sur la voie par toutes les roues situées en arrière du centre de gravité de la locomotive,

p_1, p_2, p_3 . . . les distances horizontales des essieux de ces roues au centre de gravité,

Q_1, Q_2, Q_3 . . . les pressions (en tonnes) de toutes les roues qui se trouvent en avant de ce même centre de gravité,

q_1, q_2, q_3 . . . les distances horizontales des essieux de ces roues au centre de gravité,

L le poids total de la locomotive chargée.

(1) Le rapport $\frac{R}{F}$ varie de $\frac{1}{90}$ à $\frac{1}{80}$, pour les foyers chauffés au coke, et de $\frac{1}{70}$ à $\frac{1}{60}$, pour les foyers à la houille.

Digitized by Google

On a, pour la détermination des positions des essieux, les équations suivantes:

$$P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \ldots = Q_1 q_1 + Q_2 q_2 + Q_1 q_3 + \ldots$$
$$P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots = L$$

324.

Accouplement de wagons, pour lesquels l'écartement des essieux extrêmes n'a pas la même grandeur.

Si on désigne par:

2Δ et $2\Delta_1$ les écartements des essieux extrêmes de deux wagons à accoupler,

x et x_1 les distances aux centres des wagons du point d'attache, qu'il convient d'adopter,

$\delta = x + x_1$ la distance des centres des wagons, quand ils sont placés sur une partie droite,

on a:

$$x = \frac{\delta}{2} - \frac{\Delta_1^2 - \Delta^2}{2\delta}$$

$$x_1 = \frac{\delta}{2} + \frac{\Delta_1^2 - \Delta^2}{2\delta}$$

Ces relations servent surtout à fixer convenablement l'attache du tender avec la locomotive.

325.

Des ressorts.

Les lames qui composent un ressort doivent prendre, sous l'action de la charge, des courbures parfaitement concordantes, c-à-d. que chaque lame doit rester, sur toute son étendue, en contact avec les deux lames voisines. De plus, le maximum de tension, qui se produit au milieu, doit être le même pour toutes les lames.

On obtient des ressorts jouissant de ces propriétés, en observant, dans leur construction, les règles suivantes.

Soient:

$2l$ la longueur totale du ressort (en centimètres), qui est la même que celle de la plus grande lame,

$2P$ la charge du ressort (en kilogrammes),

Digitized by Google

δ l'épaisseur commune à toutes les lames (en centimètres),
n le nombre des lames,
ε le module d'élasticité de l'acier des lames,
J le maximum de tension (par cent. car.), qui se produit au milieu de chaque lame, sous la charge 2 P,
b la largeur de chaque lame (en centimètres),
γ un nombre égal ou supérieur à l'unité et qui même peut devenir infini,
$2\,l_k$ la longueur de la k^e lame, en partant de la plus longue, de telle sorte que $k = 1$ pour la plus grande lame et $k = n$ pour la plus courte,
R le rayon de courbure de la plus longue lame, lorsque le ressort n'est pas chargé, de telle sorte que celui de la k^e lame est $R + (k - 1)\,\delta$, en admettant que chaque lame, sans charge, reste en contact, sur toute son étendue, avec les deux voisines,
f_1 la distance du point milieu de la plus grande lame à la droite qui réunit ses extrémités, lorsque le ressort n'est pas chargé,
f la flèche du ressort due à la charge 2 P.

Toutes les longueurs sont exprimées en centimètres et les forces en kilogrammes.

Ces notations admises, on obtient des ressorts jouissant des propriétés énoncées précédemment, en faisant usage des relations:

$$f = \frac{J\,l^2}{\varepsilon\,\delta}\left(1 - \frac{1}{3\gamma}\right)$$

$$P\,l = \frac{n\,J\,b\,\delta^2}{6}$$

$$l_k = l\,\frac{1 - \frac{k-1}{n}}{1 - \frac{k-1}{n}\,\frac{1}{\gamma}}$$

$$R = \frac{l^2}{2\,f_1}$$

Les différents genres de ressorts, obtenus en faisant varier γ depuis 1 jusqu'à l'infini, peuvent se diviser en trois classes.

I. Ressorts rectangulaires.

Les ressorts de cette classe correspondent à $\gamma = 1$. Dans ce cas, on a $l_k = l$, c-à-d. que toutes les lames ont la même longueur. Les relations précédentes donnent alors:

Digitized by Google

$$\delta = \frac{2}{3}\frac{J\,l^2}{\varepsilon\,f} \qquad \varepsilon = 2000000$$

$$J = 4400$$

$$n = \frac{6\,P\,l}{J\,b\,\delta^2} \qquad f = 3 \text{ à } 5^{c.}$$

$$f_1 = 6 \text{ à } 10^{c.}$$

$$R = \frac{l^2}{2\,f_1} \qquad b = 8 \text{ à } 10^{c.}$$

II. Ressorts trapèzoïdaux.

On obtient ces ressorts en posant $\gamma = \infty$. Dans ce cas, la différence de longueur de deux lames consécutives est constante et la forme entière du ressort devient un trapèze, si on suppose toutes les lames disposées, les unes sur les autres, sans courbure.

En posant $\gamma = \infty$, les équations générales donnent:

$$\delta = \frac{J\,l^2}{\varepsilon\,f} \qquad \varepsilon = 2000000$$

$$J = 4400$$

$$n = \frac{6\,P\,l}{J\,b\,\delta^2} \qquad f = 3 \text{ à } 5^{c.}$$

$$l_k = l\left(1 - \frac{k-1}{n}\right) \qquad f_1 = 6 \text{ à } 10^{c.}$$

$$b = 8 \text{ à } 10^{c.}$$

$$R = \frac{l^2}{2\,f_1}$$

III. Ressorts hyperboliques.

Ces ressorts s'obtiennent en donnant à γ une valeur comprise entre 1 et ∞, en faisant, par ex., $\gamma = \frac{3}{2}$. Si l'on superpose les lames d'un ressort de ce genre, avant de leur donner leurs courbures, les extrémités de ces lames se trouvent sur deux hyperboles semblables, qui se coupent sur la ligne passant par les milieux des lames.

En posant $\gamma = \frac{3}{2}$, on trouve:

Digitized by Google

$$\delta = \frac{7}{9}\,\frac{J\,l^2}{\varepsilon\,f} \qquad \varepsilon = 2000000$$

$$J = 4400$$

$$n = \frac{6\,P\,l}{J\,b\,\delta^2} \qquad f = 3 \text{ à } 5^{c.}$$

$$f_1 = 6 \text{ à } 10^{c.}$$

$$l_k = l\,\frac{3\,n + 3 - 3\,k}{3\,n + 2 - 2\,k} \qquad b = 8 \text{ à } 10^{c.}$$

$$R = \frac{l^2}{2\,f_1}$$

Pour les ressorts de locomotives, on prend habituellement:

$$2\,l = 90 \text{ à } 100^{c.}, \quad \delta = 1^{c.}1 \text{ à } 1^{c.}4.$$

Pour les ressorts de wagons de marchandises . . . . . $2\,l \geqq 100^{c.}$
Pour les ressorts de wagons de voyageurs $2\,l \leqq 150^{c.}$ $\Big\}\ \delta \leqq 1^{c.}3.$

326.

Fusées extérieures des essieux des roues.

Les fusées des essieux des wagons et des locomotives ont des dimensions suffisantes pour résister convenablement à la rupture, à l'usure et à l'échauffement, lorsqu'on les détermine au moyen des relations suivantes:

$$l = \frac{0{\cdot}001\,Q\,(17 + n\,d)}{d}$$

$$Q = \frac{243}{\sqrt{17 + n\,d}}\,d^2$$

Q charge sur la fusée (en kilogrammes),
n nombre de tours de la fusée par seconde,
d et l le diamètre et la longueur de la fusée (en centimètres).

Les résultats, fournis par cette formule, sont indiqués dans le tableau suivant:

Digitized by Google

FUSÉES DES ESSIEUX EN FER FORGÉ.

Diamètre en centimètres.	Charge des fusées (en kilogrammes) et Longueur des fusées (en centimètres).						
	Nombre de tours de la fusée par seconde.						
	0	1	2	3	4	5	6
2	236 2	223 2·1	212 2·2	203 2·3	194 2·4	187 2·5	180 2·6
3	530 3	489 3·3	456 3·5	429 3·7	406 3·9	387 4·1	370 4·3
4	943 4	848 4·5	778 4·9	722 5·2	677 5·6	639 5·9	607 6·2
5	1473 5	1295 5·7	1169 6·3	1074 6·9	999 7·4	937 7·9	886 8·3
6	2122 6	1824 7·0	1624 7·9	1479 8·6	1366 9·3	1276 10·0	1202 10·6
7	2888 7	2430 8·3	2139 9·5	1932 10·5	1775 11·4	1651 12·3	1550 13·1
8	3772 8	3110 9·7	2707 11·2	2429 12·4	2222 13·6	2060 14·7	1929 15·7
9	4774 9	3860 11·2	3327 12·9	2967 14·5	2704 15·9	2500 17·2	2336 18·4
10	5894 10	4676 12·6	3995 14·8	3544 16·7	3219 18·3	2969 19·9	2769 21·3
11	7131 11	5557 14·1	4708 16·7	4158 18·9	3765 20·9	3465 22·7	3227 24·4
12	8487 12	6498 15·7	5465 18·7	4807 21·2	4340 23·5	3988 25·6	3709 27·5
13	9960 13	7498 17·3	6263 20·7	5488 23·6	4944 26·2	4535 28·6	4213 30·8
14	11552 14	8554 18·9	7100 22·8	6201 26·1	5574 29·1	5106 31·7	4739 34·2
15	13261 15	9665 20·6	7975 25·0	6944 28·7	6231 32·0	5700 35·0	5286 37·7
16	15088 16	10829 22·3	8887 27·2	7716 31·3	6912 35·0	6316 38·3	5852 41·3

Digitized by Google

327.

Dimensions des essieux.

A) **Essieu de wagon ou de locomotive avec fusées extérieures. Pl. XVI, Fig. 6.**

Q charge de la fusée (en kilogrammes),
l_1 distance du centre de la fusée au milieu de la roue (en centimètres),
d diamètre } de la fusée extérieure,
l longueur }
d_1 diamètre de l'essieu au milieu,
d_2 „ „ „ près du moyeu
} (en centimètres).

On a les relations:

$$d_1 = d \sqrt[3]{\frac{2 l_1}{l}}, \qquad d_2 = 1{\cdot}1\, d_1$$

Les valeurs de d et l sont à prendre dans la table du N°. 326.

B) **Essieu d'une locomotive avec cylindres extérieurs et châssis intérieur. Pl. XVI, Fig. 5.**

Q charge de la fusée,
d et l diamètre et longueur de la fusée,
d_1 diamètre de l'essieu au milieu,
l_1 distance du milieu de la fusée au milieu de la roue;
on a:

$$d = d_1 = l = 0{\cdot}32 \sqrt[3]{Q\, l_1}$$

C) **Essieu moteur avec manivelle intérieure (essieu coudé), pour machines à cylindres intérieurs et à châssis intérieur. Pl. XVI, Fig. 7.**

Q charge de la fusée,
P pression sur le tourillon de manivelle,
l_1 distance du milieu d'une roue au milieu de la fusée,
l_2 distance du milieu d'une fusée au milieu du coude le plus rapproché,
d diamètre du tourillon de manivelle,
d_2 diamètre de l'essieu au milieu,
r rayon du cercle décrit par la manivelle;

Digitized by Google

on a:

$$d = d_2 = 0{\cdot}32 \sqrt[3]{Q l_1} \sqrt[6]{1 + \left(\frac{P l_2}{Q l_1}\right)^2}$$

Pour trouver la valeur de d_1 (diamètre de la fusée), on cherche les valeurs des deux expressions:

$$0{\cdot}32 \sqrt[3]{Q l_1} \text{ et } 0{\cdot}335 \sqrt[3]{P R}$$

et on prend la plus grande.

328.

Contrepoids pour les masses à mouvement alternatif.
Pl. XXXVII, Fig. 1, 2, 3, 4.

Les actions perturbatrices, que tendent à produire les masses animées d'un mouvement alternatif, peuvent être complétement annulées par l'addition de masses rotatives, dont les poids et les positions se déterminent de la manière suivante.

Soient:

S la somme des poids d'un piston, de sa tige et de la bielle,

r le rayon de la manivelle correspondante,

q le poids des parties qui composent une manivelle (pour une locomotive à cylindres extérieurs, avec roues couplées, on doit poser $q = 0$, car, dans ce cas, la manivelle agit à la fois comme manivelle motrice et manivelle d'accouplement et c'est à ce dernier titre qu'elle doit entrer dans le calcul),

ϱ la distance du centre de gravité de q à l'axe de l'essieu,

S_1 le poids des bielles d'accouplement sur un côté de la machine (si la machine n'a pas de roues couplées, $S_1 = 0$),

r_1 le rayon d'une manivelle d'accouplement (si la machine est à cylindres extérieurs, avec roues couplées, $r_1 = r$),

q_1 la somme des poids de toutes les manivelles d'accouplement, sur un côté de la locomotive,

ϱ_1 la distance du centre de gravité d'une manivelle d'accouplement à l'axe de l'essieu correspondant,

Q la somme des contrepoids, dont les roues d'un côté de la machine doivent être munies,

ϱ_2 la distance du centre de gravité d'un contrepoids à l'axe de l'essieu,

γ l'angle qui détermine les positions des contrepoids. Dans la Fig. 1, Pl. XXXVII, O est l'axe de l'essieu moteur, O b la

Digitized by Google

manivelle (intérieure ou extérieure) du mécanisme de l'avant, O c la manivelle du mécanisme d'arrière. Si on suppose que A et B soient les positions des centres de gravité des contrepoids, pour les roues d'avant et d'arrière, l'angle γ est l'angle A O x = B O y.

Si cet angle γ (qui peut avoir toutes les valeurs entre 0 et 360°) est connu, on trouve les directions des rayons O A et O B, sur lesquelles les centres de gravité des contrepoids doivent se trouver, en portant γ, à partir de O x, dans la direction de la rotation vers la droite et, à partir de O y, vers la gauche.

Soient, en outre:

2 e la distance des axes des cylindres des machines,

2 e_2 la distance des centres de deux roues d'un essieu,

2 e_1 la distance des bielles d'accouplement, à l'avant et à l'arrière.

Cela posé, on a, pour la détermination de Q et de γ, les relations suivantes:

A) Locomotive à deux roues motrices, avec cylindres intérieurs ou extérieurs:

$$Q = \frac{S\,r + p\,\varrho}{\varrho_2}\sqrt{\frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{e}{e_2}\right)^2\right]}$$

$$\sin\gamma = \frac{S\,r + q\,\varrho}{2\,Q\,\varrho_2}\left(1 - \frac{e}{e_2}\right)$$

$$\cos\gamma = \frac{S\,r + q\,\varrho}{2\,Q\,\varrho_2}\left(1 + \frac{e}{e_2}\right)$$

Si les cylindres sont intérieurs, on a $\frac{e}{e_2} < 1$; dans ce cas, $\sin\gamma$ et $\cos\gamma$ sont positifs et les contrepoids ont les positions indiquées dans la Fig. 1.

Si les cylindres sont extérieurs, on a $\frac{e}{e_2} > 1$; $\sin\gamma$ devient alors négatif, $\cos\gamma$ positif et les contrepoids sont disposés comme l'indique la Fig. 4.

B) Locomotive avec cylindres extérieurs et roues couplées:

$$Q = \frac{S\,r}{\varrho_2}\sqrt{\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{e}{e_2}\right)^2\right] + \left(1 + \frac{e\,e_1}{e_2^2}\right)\frac{S_1\,r + q_1\,\varrho_1}{S\,r} \\ + \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{e_1}{e_2}\right)^2\right]\left(\frac{S_1\,r + q_1\,\varrho_1}{S\,r}\right)^2\end{array}\right\}}$$

Digitized by Google

$$\sin\gamma = \frac{1}{2\,Q\,\varrho_2}\left[S\,r\left(1 - \frac{e}{e_2}\right) + (S_1\,r + q_1\,\varrho_1)\left(1 - \frac{e_1}{e_2}\right)\right]$$

$$\cos\gamma = \frac{1}{2\,Q\,\varrho_2}\left[S\,r\left(1 + \frac{e}{e_2}\right) + (S_1\,r + q_1\,\varrho_1)\left(1 + \frac{e_1}{e_2}\right)\right]$$

Dans ce cas, $e > e_1 > e_2$, $\sin\gamma$ devient négatif, $\cos\gamma$ positif; γ tombe dans le quatrième quadrant et les contrepoids doivent être placés comme l'indique la Fig. 4.

C) Locomotive avec cylindres intérieurs et roues couplées.

$$Q = \frac{S\,r + q\,\varrho}{\varrho_2}\sqrt{\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{e}{e_2}\right)^2\right] \pm \left(1 + \frac{e\,e_1}{e_2^2}\right)\frac{S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1}{S\,r + q\,\varrho} \\ \quad + \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{e}{e_2}\right)^2\right]\left(\frac{S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1}{S\,r + q\,\varrho}\right)^2\end{array}\right\}}$$

$$\sin\gamma = \frac{1}{2\,Q\,\varrho_2}\left[(S\,r + q\,\varrho)\left(1 - \frac{e}{e_2}\right) \pm (S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1)\left(1 - \frac{e_1}{e_2}\right)\right]$$

$$\cos\gamma = \frac{1}{2\,Q\,\varrho_2}\left[(S\,r + q\,\varrho)\left(1 - \frac{e}{e_2}\right) \pm (S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1)\left(1 + \frac{e_1}{e_2}\right)\right]$$

Le signe (+) correspond au cas où les manivelles d'accouplement extérieures sont parallèles aux manivelles motrices intérieures, et le signe (—) à celui où ces manivelles sont diamétralement opposées; c'est, du reste, la disposition qu'il convient d'adopter, afin que les contrepoids ne deviennent pas trop considérables. Les figures 1 à 4 donnent les positions des contrepoids dans les différents cas possibles.

Les contrepoids, à mouvement de rotation, présentent l'inconvénient d'entrainer, pour la pression des roues motrices sur la voie, une variation périodique. Pour que cette pression ne se trouve pas entièrement détruite dans les conditions les plus défavorables, c-à-d. lorsque le contrepoids est dans sa position la plus élevée, il convient qu'on ait:

$$V < \frac{1}{2}\,D\sqrt{\frac{g\,P}{Q\,\varrho_2}}$$

V étant la vitesse du train (en mètres), par seconde,
D le diamètre de la roue (en mètres),
P la pression de cette roue sur la voie à l'état de repos, $g = 9{\cdot}81$.

Digitized by Google

329.

Epaisseur du métal des chaudières cylindriques.

Si on désigne par:

D le diamètre intérieur d'une chaudière cylindrique (en centimètres),

δ l'épaisseur de la paroi de la chaudière (en centimètres),

n le nombre d'atmosphères correspondant à la tension intérieure de la vapeur,

On a, pour la détermination de δ, la formule:

$$\delta = D \frac{1{\cdot}315 + 0{\cdot}495\ n}{363 - n}$$

Pour n =	5	6	7	8	9	10
$\frac{\delta}{D}$ =	0·0106	0·0120	0·0134	0·0149	0·0163	0·0177

330.

Epaisseur du métal des parties sphériques des chaudières.

Pour les parties sphériques des chaudières, on peut adopter la formule précédente, qui donne, dans ce cas, un degré de sécurité plus grand encore que pour les parties cylindriques.

331.

Dimensions des rivets de la boîte à feu.

Soient:

Ω la surface (en centimètres carrés), qu'on obtient en divisant la surface d'une paroi par le nombre des rivets,

n le nombre d'atmosphères correspondant à la tension de la vapeur,

Δ le diamètre d'un rivet (en centimètres);

on a:

$$\Delta = 0{\cdot}07 \sqrt{(n - 1)\ \Omega}$$

332.

Parois de la boîte à feu.

Si on désigne par:

δ l'épaisseur de la paroi de la boîte à feu
e l'espacement des rivets dans le sens horizontal } (en centim.)

Digitized by Google

e_1 l'espacement des rivets dans le sens vertical
B la largeur } de la boîte à feu, } (en centim.),
L la longueur
n la pression de la vapeur (en atmosphères),
on a :

$$e = 24 \frac{\delta}{\sqrt{n-1}}$$

$$e_1 = \sqrt{582 \frac{\delta^2}{n-1} + \frac{B\,L\,\delta}{B+L}}\ (^1)$$

333.

Parois de la boîte à eau.

Soient :

δ l'épaisseur de la paroi de la boîte à eau
e l'espacement des rivets dans le sens horizontal
e_1 " " " " " vertical
B la largeur } de la boîte à feu } (en centim.)
L la longueur
B_1 la largeur } de la boîte à eau
L_1 la longueur

On a :

$$e = \sqrt{582 \frac{\delta^2}{n-1} - (L_1 - L)\,\delta}$$

$$e_1 = \sqrt{582 \frac{\delta^2}{n-1} - \frac{B_1\,L_1\,\delta}{B_1 + L_1}}$$

(1) Par une autre méthode de calcul, qui repose sur le mode de flexion des parois, Grashof a trouvé que, pour $e = e_1$, le maximum de tension, pour une paroi verticale, était représenté par l'expression :

$$k = \frac{31}{30}(n-1)\left[\frac{B\,L}{2(B+L)\,\delta} + \frac{2}{9}\frac{e^2}{\delta^2}\right]$$

Cette formule est applicable aux parois de la boîte à eau, en remplaçant B et L par les valeurs correspondantes B_1 et L_1, qui sont un peu plus fortes ; la seule différence consiste en ce que la valeur précédente correspond à une pression, pour les parois de la boîte à feu, tandis qu'elle donne une tension, proprement dite, pour les parois de la boîte à eau.

La plaque à tubes de la boîte à feu doit d'ailleurs avoir une épaisseur notablement plus forte que celle des autres parois ; cette épaisseur doit être également un peu supérieure à celle de la plaque à tubes de la boîte à fumée.

Digitized by Google

334.

Dimensions des barres du toit de la boîte à feu.

Soient:

L la longueur des barres; i leur nombre
b l'épaisseur } d'une barre
h la hauteur }
δ l'épaisseur du métal (tôle)
(en centim.)

On a:

$$h = \frac{1}{7} L, \quad \delta = \frac{1}{12} h, \quad \frac{i\,b}{B} = 0{\cdot}063\,(n - 1)$$

335.

Résumé des rapports entre les diverses pièces d'une locomotive.

Notations:

d diamètre d'un des cylindres à vapeur (en mètres),
O section de ce cylindre } (en mètres carrés),
F surface totale de chauffe }
δ diamètre d'un tube (en mètres).

Appareil à vapeur.

Longueur de la grille	$0{\cdot}114 \sqrt{F}$
Largeur " "	$0{\cdot}114 \sqrt{F}$
Surface " "	$0{\cdot}013\,F$
Hauteur, au-dessus de la grille, de la rangée inférieure des tubes	$0{\cdot}080 \sqrt{F}$
Diamètre intérieur des tubes de la chaudière { minimum	$0^{m}{\cdot}037$
Diamètre intérieur des tubes de la chaudière { ordinaire	$0^{m}{\cdot}045$
Nombre des tubes	$0{\cdot}0033 \frac{F}{\delta^2}$
Longueur " "	$87\,\delta$
Epaisseur du métal d'un tube	$0^{m}{\cdot}002$
Surface de chauffe de tous les tubes	$0{\cdot}92\,F$
Somme des sections de tous les tubes	$0{\cdot}00269\,F$
Surface de chauffe de la boîte à feu	$0{\cdot}08\,F$
Largeur du vide entre les plaques de la boîte à feu et celles de l'enveloppe	$0^{m}{\cdot}08$
Distance entre les rivets qui réunissent les parois de la boîte à feu aux parois de l'enveloppe	$0^{m}{\cdot}12$

Digitized by Google

Diamètre de ces rivets	$0^{m}.02$
Diamètre intérieur de la chaudière, ordinairement cylindrique, qui contient les tubes	$0.124 \sqrt{F}$
Longueur de cette chaudière . , ...	$84\ \delta$
Epaisseur des parois de cette chaudière	$0.0013 \sqrt{F}$
Epaisseur de la tôle formant l'enveloppe extérieure de la boîte à feu	$0.0014 \sqrt{F}$
Epaisseur du plafond (en cuivre) de la boîte à feu	$0.0014 \sqrt{F}$
Epaisseur des parois latérales et du fond de la boîte en feu (en cuivre)	$0.0014 \sqrt{F}$
Epaisseur de la plaque à tubes	$0.0024 \sqrt{F}$
Section de l'ouverture d'une soupape de sûreté .	$0.0001\ F$

Hauteur de la cheminée égale à 4 fois son diamètre.

Pompes.

Diamètre du piston d'une pompe	$0.0128 \sqrt{F}$
Course du piston	$0^{m}.12$
Diamètre de l'ouverture d'une soupape	$0.0058 \sqrt{F}$
Diamètre des tuyaux d'aspiration et de refoulement	$0.0058 \sqrt{F}$

Admission de la vapeur et régulateur.

Section maxima de l'ouverture du régulateur . .	$0.00015\ F$
Diamètre intérieur du tuyau de prise de vapeur .	$0.016 \sqrt{F}$
Section de ce tuyau	$0.0002\ F$
Section des tuyaux conduisant la vapeur aux boîtes des tiroirs des cylindres	$0.0001\ F$

Tuyau d'échappement. (1)

Section du tuyau d'échappement	$0.0002\ F$
Section de l'orifice du tuyau d'échappement . . . . . maximum . . .	$0.00017\ F$
minimum . . .	$0.0000273\ F$

(1) D'après la théorie établie par Zeuner (das Lokomotiven-Blasrohr), il existe une certaine relation entre l'ouverture f_1 du tuyau d'échappement, la section f de la cheminée et la somme f_2 des sections des tubes de chauffe; cette relation est représentée par l'expression :

$$\frac{f}{f_1} = m + n\left(\frac{f}{f_2}\right)^2$$

Digitized by Google

Mécanisme de distribution.

Angle d'avance		$= 30^0$
Avance linéaire des tiroirs		$= 0{\cdot}013\ d$
Recouvrement intérieur des tiroirs		$= 0{\cdot}012\ d$
„ extérieur „ „		$= 0{\cdot}065\ d$
Rayon de l'excentrique des tiroirs		$= 0{\cdot}15\ d$
Ouverture d'admission	Rapport de la longueur à la hauteur	$= 6{\cdot}91$
	Section	$= 0{\cdot}000132\ F$
Ouverture de l'échappement	Rapport de la largeur à la hauteur	$= 3{\cdot}65$
	Section	$= 0{\cdot}000237\ F$
Tiroirs	Longueur	$= 0{\cdot}03\ \sqrt{F} = 0{\cdot}63\ d$
	Largeur	$= 0{\cdot}04\ \sqrt{F} = 0{\cdot}82\ d$
	Surface	$= 0{\cdot}0012\ F$

Cylindres.

Section d'un cylindre, dans les locomotives à deux cylindres	$= 0{\cdot}00136\ F$
Diamètre d'un cylindre à vapeur	$d = 0{\cdot}0416\ \sqrt{F}$
Longueur de la course du piston	$= 1{\cdot}57\ d$
Longueur de la bielle de transmission	$= 3{\cdot}84\ d$

Le coefficient m dépend de la quantité d'air L (en kil.), qui est entrainée par chaque kilogramme de vapeur qui s'échappe; quant au coefficient n, il dépend surtout des résistances que cet air a à surmonter, depuis son entrée dans le cendrier (dans son passage à travers la couche de combustible et les tubes) jusqu'à la boîte à fumée. En général, on peut admettre $2^{k}{\cdot}4$ pour la valeur de L, et on trouve alors $m = 8{\cdot}5$.

Le coefficient n peut se déduire des dimensions pratiques adoptées pour l'échappement dans les bons types de construction. En comparant les valeurs de f, f_1 et f_2 dans un grand nombre de locomotives, Grashof a trouvé qu'on avait, en moyenne:

$$\frac{f}{f_1} = 16{\cdot}5;\ \frac{f}{f_2} = 0{\cdot}48$$

ce qui correspond à la relation:

$$\frac{f}{f_1} = 8{\cdot}5 + 34{\cdot}7 \left(\frac{f}{f_2}\right)^2$$

Digitized by Google

BATEAUX A VAPEUR.

336.

Notations. Pl. XXXVIII.

L longueur
B plus grande largeur, au milieu } du bateau,
H hauteur
T tirant d'eau en charge,
O_1 surface de la partie immergée dans la plus grande section,
$O = B\,T$ surface du rectangle circonscrit à la figure O_1,
F_1 surface de flottaison,
$F = B\,L$ surface du rectangle circonscrit à la flottaison,
W_1 volume de l'eau déplacée,
$W = B\,L\,T$ volume du parallélipipède circonscrit au volume d'eau déplacée,
D diamètre d'une roue à aubes,
i nombre des aubes,
b longueur d'une aube,
a dimension radiale d'une aube,
$o = 2\,a\,b$ somme des surfaces de deux aubes,
V vitesse des roues par rapport au bateau, (mesurée à la circonférence des centres de pression des aubes),
U vitesse relative du bateau par rapport à l'eau; si l'eau est en repos, U est la vitesse absolue du bateau,
N force nominale de la machine (en chevaux-vapeur)(1), qui met le bateau en mouvement,

---

(1) L'expression de force nominale, qu'on a conservée jusqu'ici pour les machines de bateaux, surtout en Angleterre, est très arbitraire; à l'origine elle se rapportait à certaines dimensions; mais aujourd'hui, comme ces dimensions ont été complétement modifiées, la force nominale est, en réalité, plus propre à donner une idée de la grandeur de la machine, qu'à fournir des indications sérieuses sur la puissance réelle de cette machine.

Si on désigne par:
K la surface du piston (en pouces carrés anglais),
v la vitesse moyenne du piston par minute (en pieds anglais),
on a, d'après la formule de l'Amirauté (qui correspond à une différence moyenne de 7 livres, par pouce carré, entre les pressions sur les deux faces du piston):

$$N = \frac{7\,K\,v}{33000}$$

Digitized by Google

v vitesse moyenne du piston d'une machine,
l longueur de la course du piston.

337.

Proportions pratiques usuelles adoptées pour la construction des bateaux.

Par la comparaison d'un grand nombre de bateaux on a trouvé les proportions suivantes:(2)

La valeur de v, pour les bateaux à roues, doit être prise dans la table suivante, établie d'après les anciennes prescriptions de Watt et où l désigne la course du piston en pieds anglais:

l =	3	3·5	4	4·5	5	5·5	6	6·5	7	7·5	8
v =	180	189	196	204	210	216	222	226	231	236	240

Pour les navires à hélice, on a l'habitude d'introduire dans la formule la vitesse que doit avoir le piston pour la force indiquée.

Si on désigne par N_1 la force indiquée (c-à-d. la force relevée à l'indicateur), le rapport $\frac{N_1}{N}$ a, pour les différentes machines, des valeurs très variables, comprises entre 2 et 5.

(2) Les rapports les plus convenables à adopter entre les dimensions principales B, L, T d'un bateau à vapeur peuvent varier entre des limites assez éloignées, suivant les conditions à remplir, la valeur du tirant d'eau, la nature du propulseur (roues ou hélice) etc.

D'après Steinhaus, constructeur de vaisseaux à Hambourg, ces rapports, pour les vaisseaux en fer, doivent être compris entre les limites suivantes:

		Grands vaisseaux	Petits vaisseaux
$\frac{B}{L}$	Roues	= 0·12 à 0·14	0·12 à 0·16
	Hélice	= 0·14 — 0·16	0·16 — 0·20
$\frac{T}{B}$	Roues	= 0·24 — 0·36	0·17 — 0·28
	Hélice	= 0·30 — 0·44	0·30 — 0·45

L désignant la longueur de la carène à la surface de flottaison,
B „ la plus grande largeur „ „ „ „ de la carène,
T le tirant d'eau, mesurée de la surface de flottaison à l'arête la plus éloignée.

De même, les rapports $\frac{E_1}{LB}$, $\frac{O_1}{BT}$ et $\frac{W_1}{LBT}$ varient respectivement de 0·64 à 0·78, 0·60 à 0·90 et 0·35 à 0·64.

Les plus grandes valeurs du rapport $\frac{W_1}{LBT}$ correspondent aux navires à roues et les plus petites aux navires à hélices.

Les autres rapports varient également entre des limites assez éloignées. Ainsi, par exemple, dans les navires à roues, bien proportionnés, naviguant

Digitized by Google

Rapports.	Bateaux de rivières.	Bateaux de lacs.	Bateaux de mer.
$\frac{L}{B} = \frac{\text{Longueur de la carène}}{\text{Largeur de la carène}}$ . .	9	7·4	6
$\frac{T}{B} = \frac{\text{Tirant d'eau}}{\text{Largeur de la carène}}$ . . .	0·18	0·19	0·4

dans une eau peu agitée, pour un tirant d'eau moyen et une vitesse moyenne, on a généralement:

$$\frac{V}{U} = 1{\cdot}15 \text{ à } 1{\cdot}35$$

Avec les aubes mobiles, qui se trouvent à peu près normales à l'eau, à l'entrée et à la sortie, ce rapport est plus faible qu'avec les aubes fixes:

$$\frac{b}{B} = \begin{cases} 0{\cdot}2 \text{ à } 0{\cdot}4 \text{ pour les vaisseaux de mer} \\ 0{\cdot}3 - 0{\cdot}5 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{de fleuves} \end{cases}$$

ce rapport est ordinairement d'autant plus petit que B est plus grand, de telle sorte que b reste toujours compris entre 2 et 3^m.

$$\frac{b}{a} = \begin{cases} 3 \text{ à } 4 \text{ pour les vaisseaux de mer} \\ 5 \text{ à } 6 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{de fleuves.} \end{cases}$$

Le nombre de tours d'une roue à aubes, par minute, varie, en général, de 20 à 40; toutefois, pour les grands vaisseaux, il est souvent inférieur à 20.

Pour un bateau à hélice, si on désigne par:

R le rayon extérieur de l'hélice,
h la hauteur du pas „ „ ,
a la longueur dans le sens de l'axe,
o la somme des projections, sur un plan normal à l'axe, des surfaces efficaces de l'hélice,
s le chemin parcouru par le vaisseau pour un tour de l'hélice,

le rapport $\frac{h}{s}$, qui correspond au rapport $\frac{V}{U}$ des roues à aubes, est variable entre des limites assez éloignées; en moyenne, il se rapproche de 1·2.

R se prend aussi grand que le permet le tirant d'eau, de telle sorte que, pour les vaisseaux de mer, le point le plus élevé de chaque aile soit encore de $0^m{\cdot}3$ à $0^m{\cdot}6$ au dessous du niveau de l'eau et, pour les bateaux de fleuves, de $0^m{\cdot}1$ au plus.

$$\frac{h}{2R} = \begin{cases} 1{\cdot}0 \text{ à } 1{\cdot}5 \text{ pour les hélices à 2 ailes} \\ 1{\cdot}2 - 1{\cdot}8 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„ } 3 \text{ „} \\ 1{\cdot}4 - 2{\cdot}1 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„ } 4 \text{ „} \end{cases}$$

$\frac{a}{h} = 0{\cdot}15$ à $0{\cdot}20$ pour les hélices à 2 ailes; pour les hélices à 3 et à 4 ailes, on prend respectivement $^2/_3$ et $^1/_2$ de cette valeur.

On a ensuite, dans tous les cas: $\frac{o}{\pi R^2} = 0{\cdot}40$ à $0{\cdot}45$.

Le nombre n de tours, par minute, varie, avec le diamètre de l'hélice, entre des limites assez éloignées: $n = 45$ à 150.

Digitized by Google

Rapports.	Bateaux de rivières.	Bateaux de lacs.	Bateaux de mer.
$\frac{H}{B} = \frac{\text{Hauteur de la carène}}{\text{Largeur de la carène}}$ . . .	0·5	0·5	0·64
$\frac{N}{O} = \frac{\text{Force (en chevaux) des machines}}{\text{Rectangle B T}}$	13·7	8·93	11·8
$\frac{O_1}{O} = \frac{\text{Section immergé}}{\text{Rectangle B T}}$	0·08	0·88	0·82
$\frac{F_1}{F} = \frac{\text{Flottaison}}{\text{Rectangle B L}}$	0·667	0·667	0·794
$\frac{W_1}{W} = \frac{\text{Volume de l'eau déplacé}}{\text{Volume du parallélipipède L B T}}$	0·448	0·448	0·541
$\frac{V}{U} = \frac{\text{Vitesse des roues}}{\text{Vitesse du bateau}}$	1·41	1·41	1·45
$\frac{D}{B} = \frac{\text{Diamètre d'une roue}}{\text{Largeur de la carène}}$	0·73	0·73	0·73
$\frac{b}{B} = \frac{\text{Longueur d'une palette}}{\text{Largeur de la carène}}$ . . .	0·37	0·35	0·33
$\frac{a}{b} = \frac{\text{Hauteur d'une palette}}{\text{Longueur d'une palette}}$ . . .	0·2	0·2	0·234
$\frac{i}{D} = \frac{\text{Nombre des palettes d'une roue}}{\text{Diamètre d'une roue}}$	3 à 3·3	3 à 4·3	2·7
$\frac{o}{O} = \frac{\text{Somme des surfaces de deux palettes}}{\text{Rectangle B T}}$	0·318	0·318	0·200

338.

Proportions des chaudières. (1)

Désignations.	Par cheval.
Surface de chauffe de la boîte à feu	$0^{m.q.}20$
Surface de chauffe des conduits ou tubes . . .	$1^{m.q.}0$ à $1^{m.q.}4$

(1) Les chaudières, auxquelles se rapportent les données du texte, sont aujourd'hui remplacées presque partout par des chaudières tubulaires, pour lesquelles on admet généralement les proportions suivantes:

La surface de la grille se détermine en admettant une combustion de 100 kil. de charbon, par mètre carré et par heure, lorsque le tirage est activé par un tuyau d'échappement de vapeur dans la cheminée, et une consommation de $2^{k.}$ à $2^{k.}5$, par cheval indiqué et par heure, pour une température de l'eau d'alimentation égale à 40° environ.

Surface de chauffe totale = 30 fois celle de la grille; la fraction de cette surface de chauffe correspondant aux tuyaux est comprise entre 0·65 et 0·75.

Digitized by Google

Désignations.	Par cheval.
Surface totale de chauffe	$1^{m.q.}2$ à $1^{m.q.}6$
Surface de grille	$0^{m.q.}05$ à $0^{m.q.}1$
Volume du cendrier	$0^{m.c.}0306$
Volume de la boîte à feu	$0^{m.c.}0408$
Volume d'eau exposé à l'évaporation	$0^{m.c.}2005$
Volume occupé par la vapeur	$0^{m.c.}1472$
Hauteur de la cheminée { petits bateaux . . .	5 à $9^{m.}$
Hauteur de la cheminée { grands bateaux . . .	11 à $14^{m.}$
Section de la cheminée	$0^{m.q.}00614$
Section des canaux d'air	$0^{m.q.}0111$

339.

Détermination approximative des poids.

Désignations.	Poids (en kilogrammes) par cheval-vapeur.	
	Bateaux de fleuves.	Navires de mer.
Machines et appareils de transmission de mouvement . . .	370	370
Chaudière (non remplie) et cheminée	360	360
Eau de la chaudière	270	200
Le bateau avec ses agrès, le navire avec ses voiles	840 fer	1530 bois 1000 fer
Poids total sans charge utile . .	1840	2530 bois 2000 fer

Les tubes à feu, en fer forgé, ont un diamètre intérieur de $0^{m.}07$ à $0^{m.}08$, leur longueur et de $1^{m.}5$ à $2^{m.}$ et la somme de leurs sections intérieures est égale aux $\frac{2}{9}$ de la surface de la grille.

Volume occupé par la vapeur $= 0^{m.c.}025$ à $0^{m.c.}04$ } par cheval indiqué,
Volume occupé par l'eau $= 0^{m.c.}05$ à $0^{m.c.}06$ }
Hauteur du foyer $= 0^{m.}35$ à $0^{m.}45$.
Hauteur du cendrier $= 0^{m.}35$ à $0^{m.}45$,
Section de la cheminée $= \frac{2}{3}$ de la section des tubes $= \frac{4}{27}$ de la surface de la grille.

Digitized by Google

On a également le poids des bateaux avec les agrès, sans machine ni chaudière, par les formules suivantes:

a) Bateaux de fleuves . . . 129 L (B + H) kilog.
b) Navires de mer . . . . 533 L (B + H) „

Remarque. Ces déterminations se rapportent aux machines et aux chaudières à basse pression de *Watt.* Les machines à action directe, avec chaudières tubulaires, donnent des poids plus faibles. Dans les navires qu'on construit aujourd'hui, on peut admettre que le poids total de la machine, avec les appareils de transmission de mouvement et la chaudière pleine d'eau, est, par cheval nominal:

de 500 K. pour les machines oscillantes,
et de 600 à 800 K. pour les machines à hélice horizontales et les machines à balancier;

ce poids est d'ailleurs d'autant plus fort que le nombre de chevaux est plus faible.

Dans ce poids total, celui d'une chaudière tubulaire, remplie d'eau, peut être évalué à 150 K. par cheval indiqué.

340.

Résultats principaux relatifs au mouvement d'un bateau et à ses machines.

Les expressions suivantes déterminent la résistance qui s'oppose au mouvement d'un bateau, le rapport entre la vitesse des roues et celle du bateau, la relation entre la grandeur du bateau, sa vitesse et la force des machines, le rapport entre le diamètre des roues et la longueur de la course des pistons, etc.

Coefficients:

$$K = 0{\cdot}1\left(1 + e^{-\frac{N}{165}}\right)\left(\frac{2}{3}\frac{L}{T} + 2\frac{L}{B}\right)$$

$$k = 125$$

1° Résistance (en kilogrammes), qui s'oppose au mouvement d'un bateau, supposé d'une forme convenable:

$$K\ O\ U^2 \text{ (1)}$$

(1) La quantité K O U² n'est pas la résistance réelle du bateau; mais son rapport à cette résistance est le même que celui de la force nominale de la machine à sa force effective.

Digitized by Google

2° Rapport entre la vitesse des roues à la circonférence et la vitesse du bateau:

$$\frac{V}{U} = 1 + \sqrt{\frac{K\,O}{k\,o}}$$

3° Force nominale de la machine (en chevaux-vapeur):

$$N = \frac{K}{75}\,O\,U^3\left(\frac{V}{U}\right)$$

4° Force nominale pour chaque mètre carré du rectangle O immergé:

$$\frac{N}{O} = \frac{K}{75}\,U^3\left(\frac{V}{U}\right)$$

5° Force nominale pour chaque mètre cube d'eau déplacée:

$$\frac{N}{W_1} = \frac{1}{75}\left(\frac{K}{L}\right)\left(\frac{W}{W_1}\right)\left(\frac{V}{U}\right)U^3$$

6° Rectangle immergé du bateau:

$$O = \frac{75\,N}{K\,U^3\left(\frac{V}{U}\right)}$$

7° Vitesse du bateau:

$$U = \sqrt[3]{\left\{\frac{75\,N}{K\,O\left(\frac{V}{U}\right)}\right\}}$$

R_1 étant la résistance réelle du bateau (en kil.),
η le rendement du propulseur (roues ou hélice),
η_1 le rendement de la machine (rapport du travail effectif au travail indiqué), on a:

Effet utile du propulseur . . $= \frac{R_1\,U}{75}$

Effet utile de la machine . . $= \frac{R_1\,U}{75\,\eta}$

Travail indiqué " . . $= \frac{R_1\,U}{75\,\eta\,\eta_1}$

η_1 est compris entre 0·4 et 0·6 et croit, en général, avec la grandeur de la machine. Pour les roues à palettes, $\eta = \frac{U}{V}$.

Digitized by Google

8° Rapport entre le diamètre des roues et la course des pistons des machines :

$$\frac{D}{l} = \frac{2}{\pi} \frac{V}{v}$$

Tableau des valeurs de : $\alpha = 0{\cdot}1 \left(1 + e^{-\frac{N}{165}}\right)$

N	α	N	α	N	α	N	α
10	0·194	130	0·145	250	0·122	370	0·111
20	0·189	140	0·143	260	0·121	380	0·110
30	0·183	150	0·140	270	0·119	390	0·109
40	0·178	160	0·138	280	0·118	400	0·109
50	0·174	170	0·136	290	0·117	410	0·108
60	0·170	180	0·134	300	0·116	420	0·108
70	0·165	190	0·132	310	0·115	430	0·107
80	0·162	200	0·130	320	0·114	440	0·107
90	0·158	210	0·128	330	0·114	450	0·107
100	0·155	220	0·126	340	0·113	460	0·106
110	0·151	230	0·125	350	0·112	470	0·106
120	0·148	240	0·123	360	0·111	480	0·105

341.

Forme des navires.

Tous les essais tentés pour déterminer la forme des vaisseaux, d'après des principes scientifiques, ont échoué et il n'y a aucune probabilité que ce problème puisse jamais être résolu à l'aide de la théorie seule. A la suite des nombreuses expériences, on est arrivé peu à peu à des formes qui, tout en ne donnant lieu qu'à une résistance très faible, offrent une grande stabilité et fournissent des emplacements d'une disposition convenable. Ces formes, ainsi déterminées par expérience, sont celles auxquelles on a recours pour apprécier la valeur des bateaux existants, en même temps que pour déterminer les dimensions de ceux qui sont à établir. Il n'est pas précisément nécessaire de faire les nouveaux navires géométriquement semblables aux modèles admis, et on peut, au moyen d'un certain procédé, établir un grand nombre de formes convenables déduites

Digitized by Google

des formes existantes. Ce procédé est basé sur cette hypothèse qu'un navire de forme convenable, étendu ou contracté uniformément suivant l'une de ses dimensions principales (longueur, largeur ou hauteur), donne encore une forme admissible. C'est d'après ce principe qu'ont été établis les tableaux suivants.

Les nombres de chacun de ces tableaux sont des valeurs relatives et non des valeurs absolues; ils déterminent la forme caractéristique du bateau, indépendamment de ses dimensions absolues.

Ces valeurs ont été obtenues de la manière suivante: on a supposé le bateau coupé transversalement par vingt plans verticaux, la partie immergée coupée par six plans horizontaux, équidistants, et enfin le bateau partagé en deux parties égales par un plan vertical passant par la quille. Les sections par les plans transversaux donnent les lignes des couples, les sections par les plans horizontaux donnent les lignes de flottaison. Ces deux systèmes de lignes se coupent en certains points. La largeur totale du bateau étant supposée égale à 2000, les nombres, contenus dans les tableaux, donnent les distances de ces divers points au plan vertical passant par la quille.

Dans la première colonne verticale, les sections successives sont numérotées. Le numérotage commence (à 0) à la poupe et finit (à 20) à la proue. Les colonnes I, II, III donnent les ordonnées des lignes de flottaison, comptées de bas en haut. Les chiffres des séries horizontales donnent les ordonnées correspondant aux différents couples. La dernière colonne *(pont)* contient les ordonnées pour le pont.

Ces tableaux, joints à ceux du N°. 337, qui renferment les nombres proportionnels, donnent, pour un cas spécial, la forme voulue du bateau. Pour établir un projet, on procède alors de la manière suivante:

On commence par déterminer les quatre dimensions principales: longueur, largeur, hauteur et immersion du navire. Une ou deux de ces dimensions sont imposées généralement par le but que le navire doit remplir; les autres dimensions peuvent être choisies d'après les proportions indiquées au N°. 337, en se guidant sur les observations suivantes:

Un bateau de rivière, dont l'immersion doit être inférieure à $\frac{1}{5}$ de sa largeur, doit avoir un fond plat et être terminé, à l'arrière et l'avant, par des parties qui ne soient pas trop fines.

Digitized by Google

Un bâtiment de rivière, dont l'immersion peut atteindre ou dépasser $\frac{1}{5}$ de sa largeur, doit être à fond plat, mais les extrémités peuvent être plus fines que dans le cas précédent.

Des bateaux pour lacs peuvent avoir un fond construit sur quille et les extrémités peuvent être plus ou moins pointues.

342.

Nouvelles proportions des bateaux.

Depuis quelques années, les bateaux ont, relativement à leur largeur, une longueur plus grande que ceux pour lesquels ont été établies les règles du N°. 337. Cependant, j'ai préféré maintenir les proportions, anciennement en usage, par cette raison que les bateaux démesurément longs occasionnent de grandes résistances, donnent une faible stabilité, possèdent une résistance moindre et offrent enfin, à la poupe et à la proue, des emplacements dont l'utilisation est difficile. —

Digitized by Google

343.

Bateau de rivière.

RAINBOW.

(Tredgold on the Steam-Engine. Appendix A and B.)

Poupe.								Proue.							
x	I	II	III	IV	V	VI	Pont.	x	I	II	III	IV	V	VI	Pont.
0	20	20	20	20	20	20	700	10	770	860	930	950	980	990	1000
1	75	110	150	200	260	336	750	11	745	850	900	940	960	980	1000
2	165	250	325	385	455	520	810	12	710	810	860	910	940	960	1000
3	280	400	480	530	590	640	860	13	640	750	810	845	870	900	1000
4	400	530	610	665	710	750	900	14	545	665	730	760	800	830	960
5	515	640	700	750	790	830	930	15	440	550	620	660	700	735	890
6	610	710	770	820	860	890	960	16	320	460	530	570	610	645	820
7	680	770	830	880	910	930	980	17	200	300	350	390	430	460	670
8	730	820	880	910	945	960	990	18	90	160	210	230	260	290	500
9	760	860	910	940	970	990	1000	19	30	35	55	70	80	90	270
10	770	860	930	950	980	990	1000	20	—	—	—	—	—	—	30

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L . . . .

1re	section	0·471
2e	„	0·477
3e	„	0·582
4e	„	0·621
5e	„	0·656
6e	„	0·688

Volume de l'eau déplacée . . . . . $= 0{\cdot}525\ B\ L\ T$

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée (N°. 356) . . . .

$$\left(\frac{x}{W}\right) = 0{\cdot}488\ L$$

$$\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}600\ T$$

Conditions de la stabilité (N°. 356) . . . $e < 0{\cdot}0769 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Digitized by Google

344.

Bateau de rivière.

DIAMOND.

(Tredgold on the Steam-Engine. Enlarged Edition.)

Poupe.					Proue.				
x	I	II	III	Pont.	x	I	II	III	Pont.
0	30	30	30	800	10	830	910	960	1000
1	45	100	165	850	11	810	910	950	990
2	120	230	390	900	12	760	870	930	990
3	240	400	600	930	13	680	810	870	960
4	380	590	750	930	14	570	700	780	930
5	520	700	825	970	15	440	570	650	860
6	630	790	880	990	16	310	420	500	770
7	730	840	910	990	17	200	270	340	640
8	790	880	940	990	18	110	150	200	480
9	830	910	960	1000	19	30	40	60	270
10	830	910	960	1000	20	—	—	—	30

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L . . . . $\left\{ \begin{array}{ll} 1^{re} \text{ section} & 0{\cdot}452 \\ 2^{e} \quad \text{"} & 0{\cdot}556 \\ 3^{e} \quad \text{"} & 0{\cdot}633 \end{array} \right.$

Volume de l'eau déplacée . . . . . $= 0{\cdot}441 \text{ B L T}$

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée (N°. 356) . . . . $\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{x}{W}\right) = 0{\cdot}485 \text{ L} \\ \left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}602 \text{ T} \end{array} \right.$

Conditions de la stabilité (N°. 356) . . . $e < 0{\cdot}0802 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Digitized by Google

345.

Bateau de rivière.

IPSWICH AND LONDON.

(Tredgold on the Steam-Engine. Appendix E and F.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	15	15	65	215	510	710	10	750	910	970	1000	1000	1000
1	60	140	320	600	765	780	11	725	890	960	1000	1000	1000
2	130	300	534	740	840	840	12	670	840	920	975	975	975
3	245	490	680	830	890	890	13	590	670	780	850	920	930
4	370	640	790	890	930	930	14	490	670	770	850	890	890
5	525	760	880	940	950	950	15	380	550	660	740	790	800
6	650	850	940	960	970	980	16	280	440	540	600	670	690
7	730	900	970	990	1000	1000	17	190	310	400	470	530	550
8	750	920	970	990	1000	1000	18	110	190	260	310	360	390
9	760	910	970	1000	1000	1000	19	35	80	120	155	185	200
10	750	910	970	1000	1000	1000	20	—	—	—	—	—	20

Ces valeurs déterminent la forme du bateau entier. Ce bateau est, en effet, coupé par cinq plans horizontaux, distants, les uns des autres, de $\frac{1}{5}$ H. La cinquième coupe passe donc par la hauteur moyenne du bateau. La flottaison normale atteint la deuxième coupe.

Digitized by Google

346.

Bateau de rivière.

RED-ROWER.

(Tredgold on the Steam-Engine. Enlarged Edition.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	40	40	40	40	40	800	10	840	920	970	1000	1000	1000
1	50	78	135	215	310	870	11	830	910	960	990	1000	1000
2	110	160	280	410	540	910	12	780	870	940	980	1000	1000
3	178	300	440	600	700	940	13	680	800	870	935	970	990
4	310	480	600	740	830	980	14	550	700	780	850	920	970
5	470	630	750	850	900	1000	15	400	550	660	740	810	930
6	630	760	850	930	960	1000	16	260	400	510	610	680	860
7	740	840	920	970	980	1000	17	140	260	360	460	520	750
8	800	900	950	980	1000	1000	18	66	137	220	300	360	590
9	830	920	970	1000	1000	1000	19	40	50	80	120	150	340
10	840	920	970	1000	1000	1000	20	—	—	—	—	—	40

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L . . . . 1re section 0·409; 2e „ 0·537; 3e „ 0·616; 4e „ 0·688; 5e „ 0·733

Volume de l'eau déplacée . . . . . $= 0{\cdot}523\ B\ L\ T$

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée (N°. 356) . . . . $\left(\frac{x}{W}\right) = 0{\cdot}497\ L$; $\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}594\ T$

Conditions de la stabilité (N°. 356) . . . . $e < 0{\cdot}0901 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Digitized by Google

347.

Bateau pour lacs.

Formes assez prononcées, fond incliné vers la quille.

Poupe.					Proue.				
x	I	II	III	IV	x	I	II	III	IV
0	15	15	15	15	10	710	896	963	985
1	50	80	125	205	11	670	863	935	968
2	105	185	285	405	12	595	798	877	915
3	180	315	445	590	13	495	700	790	845
4	294	460	600	732	14	398	584	688	750
5	422	605	735	840	15	285	445	548	620
6	545	732	835	905	16	180	303	400	470
7	633	816	905	950	17	100	190	262	320
8	700	880	952	978	18	42	94	135	180
9	715	900	965	990	19	15	30	40	60
10	710	896	963	985	20	—	—	—	15

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L . . . . { 1re section 0·357; 2e „ 0·494; 3e „ 0·580; 4e „ 0·637

Volume de l'eau déplacée . . . . . = 0·434 B L T

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée (N°. 356) . . . . { $\left(\frac{x}{W}\right) = 0{\cdot}475\ L$; $\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}604\ T$

Conditions de la stabilité (N°. 356) . . . $e < 0{\cdot}0846 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Digitized by Google

348.

Navire de mer.

ISIS.

(Tredgold on the Steam-Engine. Appendix E and F.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	30	30	30	30	30	714	10	890	975	1000	1000	1000	1000
1	80	158	248	383	580	815	11	893	980	1000	1000	1000	1000
2	180	342	522	695	810	875	12	880	975	1000	1000	1000	1000
3	300	550	738	848	900	925	13	835	960	987	1000	1000	1000
4	440	732	864	920	950	960	14	760	918	960	990	1000	1000
5	590	835	928	964	990	994	15	644	834	920	955	980	1000
6	724	890	960	988	995	1000	16	500	695	800	875	920	1000
7	794	930	978	1000	1000	1000	17	356	520	645	740	810	970
8	874	955	990	1000	1000	1000	18	195	310	430	530	620	885
9	880	974	1000	1000	1000	1000	19	55	110	180	250	330	645
10	890	975	1000	1000	1000	1000	20	—	—	—	—	—	30

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L . . . .
- 1re section 0·544
- 2e „ 0·683
- 3e „ 0·759
- 4e „ 0·808
- 5e „ 0·845

Volume de l'eau déplacée . . . . . $= 0{\cdot}643\ B\ L\ T$

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée (N°. 356) . . . .
- $\left(\frac{x}{W}\right) = 0{\cdot}494\ L$
- $\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}518\ T$

Conditions de la stabilité (N°. 356) . . . $e < 0{\cdot}0958 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Digitized by Google

349.

Navire de mer.

MEDEA.

(Tredgold on the Steam-Engine. Enlarged Edition.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	30	30	30	30	30	820	10	785	945	980	990	1000	1000
1	30	75	160	336	600	880	11	790	950	980	990	1000	1000
2	70	170	355	590	785	920	12	770	940	970	990	1000	1000
3	130	320	565	760	860	945	13	700	900	965	990	995	1000
4	205	500	735	855	905	965	14	600	835	935	970	980	1000
5	305	670	850	910	940	985	15	460	720	860	940	950	1000
6	430	770	900	940	955	990	16	320	550	740	850	900	1000
7	540	840	940	960	980	1000	17	200	370	550	690	800	980
8	650	887	955	983	988	1000	18	100	190	310	440	565	910
9	730	920	970	990	1000	1000	19	40	40	60	115	200	685
10	785	945	980	990	1000	1000	20	—	—	—	—	—	40

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L . . . .
- 1re section 0·396
- 2e „ 0·583
- 3e „ 0·692
- 4e „ 0·767
- 5e „ 0·843

Volume de l'eau déplacée . . . . . $= 0{\cdot}530\ B\ L\ T$

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée (N°. 356) . . . .
- $\left(\frac{x}{W}\right) = 0{\cdot}533\ L$
- $\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}640\ T$

Conditions de la stabilité (N°. 356) . . . . $e < 0{\cdot}109 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Digitized by Google

350.

Navire de mer.

BERENICE.

(Tredgold on the Steam-Engine. Enlarged Edition.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	—	—	—	—	—	—	10	820	930	970	990	1000	1000
1	67	110	165	220	325	480	11	810	925	965	990	1000	1000
2	145	250	350	450	570	695	12	790	920	950	980	1000	1000
3	245	410	540	635	730	810	13	730	875	920	950	980	990
4	360	555	680	765	815	880	14	640	790	860	900	930	960
5	478	690	790	840	875	920	15	515	670	760	820	860	910
6	520	780	855	895	920	950	16	380	530	610	690	750	810
7	685	835	895	930	950	970	17	230	350	430	510	570	645
8	750	870	930	960	970	985	18	90	150	210	275	330	400
9	795	905	955	980	995	1000	19	—	—	—	—	—	45
10	820	920	970	990	1000	1000	20	—	—	—	—	—	—

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L . . . . 1re section 0·456; 2e „ 0·576; 3e „ 0·641; 4e „ 0·689; 5e „ 0·728; 6e „ 0·772

Volume de l'eau déplacée . . . . . $= 0{\cdot}579\ B\ L\ T$

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée (N°. 356) . . . . $\left(\frac{x}{W}\right) = 0{\cdot}577\ L$; $\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}579\ T$

Conditions de la stabilité (N°. 356) . . . $e < 0{\cdot}0907 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Digitized by Google

351.

Navire de mer.

CYCLOPS.

(Tredgold on the Steam-Engine. Appendix E and F).

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	20	20	20	20	20	680	10	575	835	940	980	1000	1000
1	20	65	120	210	355	765	11	570	835	935	980	1000	1000
2	80	164	300	460	635	845	12	545	820	930	980	1000	1000
3	150	300	482	660	770	920	13	505	790	910	964	1000	1030
4	230	430	635	770	850	985	14	450	730	870	935	980	1132
5	320	560	740	850	910	1045	15	375	645	810	880	932	1135
6	400	665	820	900	950	1090	16	300	532	710	790	860	1080
7	465	735	865	930	970	1130	17	210	395	555	660	735	980
8	515	785	900	955	990	1150	18	120	240	360	460	550	820
9	555	810	924	965	1000	1120	19	30	90	140	200	273	530
10	575	835	940	980	1000	1000	20	—	—	—	—	—	30

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L . . . .
- 1re section 0·321
- 2e „ 0·522
- 3e „ 0·648
- 4e „ 0·727
- 5e „ 0·788

Volume de l'eau déplacée . . . . . $= 0{\cdot}522\ B\ L\ T$

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée (N°. 356) . . . .
- $\left(\frac{x}{W}\right) = 0{\cdot}507\ L$
- $\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}613\ T$

Conditions de la stabilité (N°. 356) . . . . $e < 0{\cdot}102 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Digitized by Google

352.

Navire de mer.

COLCHIS.

(Tredgold on the Steam-Engine. Enlarged Edition.)

Poupe.								Proue.							
x	I	II	III	IV	V	VI	Pont.	x	I	II	III	IV	V	VI	Pont.
0	33	33	33	33	33	33	730	10	780	860	930	960	990	1000	1240
1	33	70	120	180	253	370	930	11	780	860	930	960	990	1000	1240
2	70	160	254	360	470	595	1000	12	770	860	920	960	990	1000	1000
3	152	260	415	528	650	740	1090	13	720	810	890	940	980	990	1000
4	240	410	550	660	760	840	1125	14	630	740	820	890	930	970	1000
5	375	550	680	770	850	910	1180	15	510	640	730	800	860	900	990
6	520	680	790	850	920	950	1190	16	360	500	580	680	750	800	940
7	620	770	840	900	950	980	1215	17	225	320	430	510	580	650	880
8	720	820	900	940	965	990	1230	18	70	145	250	320	400	450	730
9	770	850	920	960	990	1000	1240	19	33	33	50	85	150	190	470
10	780	860	930	960	990	1000	1240	20	—	—	—	—	—	—	33

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L . . . .
- 1re section 0·419
- 2e „ 0·518
- 3e „ 0·600
- 4e „ 0·714
- 5e „ 0·722
- 6e „ 0·767

Volume de l'eau déplacée . . . . . $= 0{\cdot}559\ B\ L\ T$

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée (N°. 356) . . . .
- $\left(\frac{x}{W}\right) = 0{\cdot}491\ L$
- $\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}589\ T$

Conditions de la stabilité (N°. 356) . . . $e < 0{\cdot}0915 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Digitized by Google

353.

NILE-STEAM-SHIP.

(Tredgold on the Steam-Engine. Enlarged Edition.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	30	35	40	54	90	200	10	680	870	930	960	990	1000
1	50	90	150	280	440	665	11	670	860	930	960	990	1000
2	100	210	360	560	730	840	12	670	850	930	960	990	1000
3	160	370	570	730	840	910	13	670	850	930	960	990	1000
4	240	550	720	840	910	950	14	650	840	920	950	990	1000
5	360	690	810	900	950	990	15	590	790	890	940	970	980
6	470	770	870	930	970	995	16	460	690	810	880	910	940
7	575	820	900	940	980	1000	17	290	495	640	730	780	810
8	660	850	920	945	980	1000	18	70	220	340	440	510	560
9	660	870	920	950	980	1000	19	—	—	—	—	80	150
10	680	870	930	960	990	1000	20	—	—	—	—	—	30

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L . . . . 1re section 0·402; 2e „ 0·586; 3e „ 0·679; 4e „ 0·746; 5e „ 0·803; 6e „ 0·849

Volume de l'eau déplacée . . . . . $= 0{\cdot}606\ B\ L\ T$

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée (N°. 356) . . . . $\left(\frac{x}{W}\right) = 0{\cdot}494\ L$; $\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}595\ T$

Conditions de la stabilité (N°. 356) . . . . $e < 0{\cdot}1027 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Digitized by Google

354.

Navire de mer et de fleuve.

FIREBRAND.

(Tredgold on the Steam-Engine. Enlarged Edition.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	20	20	20	20	20	770	10	410	850	990	1000	1000	1000
1	55	80	150	275	480	920	11	400	870	980	1000	1000	1000
2	70	140	320	510	730	950	12	390	860	980	1000	1000	1000
3	100	240	470	700	880	990	13	360	810	960	990	1000	1000
4	140	360	620	830	940	1000	14	300	730	930	980	990	1000
5	180	470	760	910	990	1000	15	230	630	840	920	970	1000
6	230	600	850	980	1000	1000	16	160	470	670	800	880	990
7	300	700	900	990	1000	1000	17	100	280	470	610	710	960
8	350	790	950	1000	1000	1000	18	50	125	230	350	440	860
9	390	820	980	1000	1000	1000	19	—	—	—	70	120	620
10	410	850	990	1000	1000	1000	20	—	—	—	—	—	20

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L . . . .
- 1re section 0·211
- 2e „ 0·492
- 3e „ 0·653
- 4e „ 0·746
- 5e „ 0·807

Volume de l'eau déplacée . . . . . = 0·480 B L T

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée (N°. 356) . . . .
- $\left(\frac{x}{W}\right) = 0{\cdot}515\ L$
- $\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}664\ T$

Conditions de la stabilité (N°. 356 . . . . $e < 0{\cdot}121 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Digitized by Google

355.

Tracé des formes des vaisseaux par la méthode des quarts de cercle.
Pl. XXXVIII.

Toutes les méthodes, imaginées jusqu'à ce jour, pour le tracé des formes des vaisseaux, reposent ordinairement sur certaines interpolations graphiques ou divisions de lisses.

Parmi ces méthodes, l'une des meilleures est celle qu'on désigne sous le nom de méthode des quarts de cercle et dans laquelle on utilise, soit un modèle, soit les valeurs des tables des N°s. 343 à 354. Au moyen de ces valeurs, on commence par tracer :

a) la coupe longitudinale du navire (Fig. 1), dont on divise la longueur totale en 20 parties égales,

b) le plan du pont (Fig. 3),

c) le maître-couple N°. 10 (Fig. 2),

d) les couples qui correspondent aux points 0, 1, 5 de l'arrière et ceux des points 15 et 19 de l'avant.

Pour obtenir ensuite les autres couples, on procède de la manière suivante :

On divise les couples 1, 10 et 19 (Fig. 2) en un certain nombre de parties égales (10 sur le dessin) et on joint ensuite les points correspondants, a et b, a_1 et b_1, etc. par des lignes droites, qui forment ce que l'on appelle les lisses.

Pour trouver les points où la lisse a b est coupée par les couples, on trace un quart de cercle (Fig. 4), qu'on divise en 9 angles égaux, on prend la longueur a b (Fig. 2) et on la porte sur $\alpha\,\beta$ (Fig. 4); on prend ensuite la longueur a c (Fig. 2), qui correspond au point d'intersection du côté a b par le cinquième couple, et on cherche (Fig. 4), sur le rayon N°. 5, le point γ dont la distance à la ligne α 1 est égale à a c.

Si l'on trace maintenant un arc de cercle $\beta\,\gamma\,\delta$, dont le centre o se trouve sur le prolongement de $\beta\,\alpha$, cet arc coupera, en une série de points, les rayons de division du quart de cercle; si l'on reporte sur la lisse a b (Fig. 2), à partir du point a, les ordonnées, parallèles à $\gamma\,\varepsilon$, de ces points d'intersection, on obtient les points de rencontre de cette lisse avec tous les couples.

Si l'on répète cette construction pour chacune des autres lisses de la poupe et qu'on opère de même pour les lisses de la proue, on détermine les divers points d'intersection des lisses par les couples; en réunissant les points qui correspondent à

Digitized by Google

chaque couple par une ligne continue, au moyen d'une tige élastique, on obtient un tracé complet de ce couple.

Lorsque le tracé des couples est effectué, il devient facile de représenter, dans le plan du navire, un nombre quelconque de coupes horizontales ou de tracer un système quelconque de lignes d'intersection.

356.

Règles pour le calcul de divers éléments.

a) Volume de l'eau déplacée;

b) Centre de gravité de l'eau déplacée;

c) Position du centre de gravité des machines qui permet un tirant d'eau uniforme;

d) Stabilité du bateau.

1° Calcul de l'aire d'une section horizontale.

Soient:

$y_0, y_1, y_2 \ldots y_{20}$ les valeurs du tableau, qui correspondent à la section horizontale à déterminer,

F l'aire de cette section,

$\frac{F}{B\,L} = f$ le rapport entre l'aire F et celle du rectangle circonscrit;

on a:

$$f = \frac{1}{20000}\left[\frac{1}{2}(y_0 + y_{20}) + y_1 + y_2 + \ldots + y_{19})\right]$$

2° Volume de l'eau déplacée, pour un tirant d'eau donné.

Soient:

n le nombre des sections horizontales, situées dans la partie immergée,

$f_1, f_2 \ldots f_n$ les rapports entre les aires des sections horizontales et la surface du rectangle B L,

W_1 le volume de l'eau déplacée,

on a:

$$\frac{W_1}{L\,B\,T} = \frac{1}{n}\left(f_1 + f_2 + \ldots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n\right)$$

Digitized by Google

3° Hauteur du centre de gravité du liquide déplacé au-dessus de la quille.

En désignant cette hauteur par $\left(\frac{y}{W}\right)$ et en gardant les notations précédentes, on a:

$$\frac{\left(\frac{y}{W}\right)}{T} = \frac{1}{4n} \frac{\frac{1}{3} f_1 + (2n-1) f_n + 4 f_1 + 8 f_2 + 12 f_3 + \ldots + 4(n-1) f_{n-1}}{f_1 + f_2 + \ldots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n}$$

D'après les indications des N°s. 343 à 354, pour les bateaux de fleuves, comme pour les navires de mer, on a, en moyenne:

$$\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}60\ T$$

4° Aire d'une section transversale de la carène.

En désignant par:

$z_1, z_2, z_3 \ldots z_n$ les valeurs des tables qui correspondent à la section à calculer,

q le rapport entre la surface à calculer et le rectangle B T,

on a:

$$q = \frac{1}{2000} \frac{1}{n} \left[z_n + 2\,(z_1 + z_2 + \ldots + z_{n-1})\right]$$

5° Distance horizontale du centre de gravité du liquide déplacé au point extrême de l'arrière de la quille.

En désignant par:

$\left(\frac{x}{W}\right)$ la distance à calculer,

$q_0, q_1, q_2 \ldots q_{19}$ les rapports entre les surfaces des différentes sections et le rectangle B T,

on a:

$$\frac{\left(\frac{x}{W}\right)}{L} = \frac{1}{1600} \frac{B\,L\,T}{W_1} \left(q_0 + 4\,q_1 + 8\,q_2 + 12\,q_3 + \ldots + 76\,q_{19}\right)$$

D'après les indications des N°s. 343 à 354, on a, en moyenne:

$$\left(\frac{x}{W}\right) = \begin{cases} 0{\cdot}485\ L & \text{pour les bateaux à vapeur de fleuves} \\ 0{\cdot}515\ L & \text{" " " mer.} \end{cases}$$

Digitized by Google

6° Centre de gravité du bateau avec agrès, mais sans machines ni chaudières.

Le poids d'un bateau et les coordonnées du centre de gravité ne peuvent être calculés, qu'après l'achèvement du projet; on suit alors les règles générales applicables au calcul du poids et du centre de gravité des corps.

Nous désignerons par $\left(\frac{x}{S}\right)$ et $\left(\frac{y}{S}\right)$ les coordonnées ainsi calculées et rapportées à l'extrémité de l'arrière de la quille.

7° Conditions de stabilité du navire.

Si on désigne par:

Σy^3 la somme des troisièmes puissances des valeurs des tables qui correspondent à la surface de flottaison,

e la hauteur du centre de gravité de tout le bâtiment, y compris les machines, au-dessus du centre de gravité du liquide déplacé (1),

on a, comme condition de stabilité:

$$\frac{L\,B^3\,\Sigma\,y^3}{240\,000\,000\,000} > e\,W_1$$

8° La position du centre de gravité des machines et des chaudières doit être déterminée de manière à permettre un tirant d'eau uniforme.

Soient:

S le poids du navire avec agrès, mais sans machines ni chaudières,

$\left(\frac{x}{S}\right)\left(\frac{y}{S}\right)$ les coordonnées du centre de gravité de S,

M le poids des machines avec leurs chaudières,

$\left(\frac{x}{M}\right)$ la distance horizontale du centre de gravité de M à l'extrémité de l'arrière de la quille,

(1) Dans les navires de guerre, le centre de gravité de toute la construction, y compris les charges, se trouve sensiblement dans le plan de la surface de flottaison. Dans les navires du commerce, la position de ce centre dépend de la nature du chargement; en moyenne, on peut admettre qu'il se trouve au milieu de la hauteur H du bateau, qui, pour la navigation fluviale, est égale à 0·5 B, tandis que, pour la navigation maritime, elle varie de 0·6 B à 0·75 B.

Digitized by Google

$W = S + M$ et $\left(\frac{x}{W}\right)$ le poids du liquide déplacé et la distance horizontale de son centre de gravité à l'extrémité de l'arrière de la quille,

on a:

$$\left(\frac{x}{M}\right) = \frac{W\left(\frac{x}{W}\right) - S\left(\frac{x}{S}\right)}{M}$$

357.

Hélice comme appareil propulseur. Pl. XXXVII, Fig. 5 et 6.

Désignons par:

R le rayon extérieur de l'hélice,

α l'angle que forme l'hélice, à la circonférence extérieure, avec un plan perpendiculaire à l'axe,

$o = R^2 \pi$ la surface de la projection des bras de l'hélice sur ce plan perpendiculaire à l'axe,

$k = 102$ un coefficient relatif à l'action de l'hélice sur l'eau,

n le nombre de tours de l'hélice par minute,

N la force nominale (en chevaux) des machines motrices,

$O = B\,T$ le produit de la largeur du navire par le tirant d'eau,

U la vitesse du navire par rapport à l'eau,

B, L, T sa largeur, sa longueur, et son tirant d'eau,

$K = 0{\cdot}1\left(1 + e^{-\frac{N}{165}}\right)\left(\frac{2}{3}\frac{L}{T} + 2\frac{L}{B}\right)$ un coefficient relatif à la résistance du navire,

$\varphi(\alpha) = 1 + 2\,\text{tang.}^2\,\alpha\,\text{log. nat.}\,(\sin\alpha)$ une fonction de l'angle α, qui sert au calcul de l'effet de l'hélice,

pour $\alpha =$	20^0	25^0	30^0	35^0
$(\varphi)\,\alpha =$	0·716	0·625	0·538	0·455

Entre ces limites de α, on peut aussi admettre comme relation approximative: $\varphi(\alpha) = 1 - 0{\cdot}015\,\alpha^0$.

Ces notations établies, on a, pour la détermination de N et n, les expressions suivantes:

$$N = \frac{K\,O\,U^3}{75}\left(1 + \sqrt{\frac{K\,O}{k\,o}\,\frac{1}{\varphi(\alpha)}}\right)$$

Digitized by Google

$$n = \frac{60}{2\pi} U \frac{1 + \sqrt{\frac{K\,O}{k\,o}\,\frac{1}{\varphi(\alpha)}}}{R \text{ tang. } \alpha}$$

Les conditions du meilleur effet d'une hélice seraient:

$$o = \infty \qquad n = \infty \qquad \alpha = o$$

mais elles ne sont pas réalisables.

On n'obtient, en réalité, d'effets satisfaisants que dans des navires à grand tirant d'eau; on peut prendre, dans ce cas:

$$K = 4 \qquad k = 102 \qquad \alpha = 25^0 \qquad \varphi(\alpha) = 0{\cdot}615$$
$$R = 0{\cdot}5\ T = 0{\cdot}2\ B \qquad o = 0{\cdot}126\ B^2 \qquad O = B\ T = 0{\cdot}4\ B^2$$

et on trouve:

$$N = 0{\cdot}077\ O\ U^3$$
$$n = 148\ \frac{U}{B}.$$

Cette valeur de N est presque égale à celle qu'on trouve pour les roues à aubes. Ces formules théoriques, pour l'effet de l'hélice, employée comme appareil propulseur, ont été établies en admettant qu'à l'arrière du vaisseau (près de l'hélice), l'eau se trouve en repos. En réalité, en désignant par:

C la vitesse moyenne, dans le sens de U, de l'eau qui vient au contact de l'hélice,

V la vitesse à la circonférence de cette hélice,

on a trouvé, dans une série d'expériences:

$$\frac{V \text{ tg. } \alpha}{U} = 1{\cdot}192, \quad \frac{C}{U} = 0{\cdot}45.$$

On peut conclure de là que le mouvement propre de l'eau, en arrière du vaisseau, a une influence notable sur l'effet de l'hélice.

358.

Turbine comme appareil propulseur. Pl. XXXVII, Fig. 7 et 8.

Si on désigne par:

R_1 le rayon extérieur
R_2 le rayon intérieur
$R = \frac{R_1 + R_2}{2}$ le rayon moyen

de la turbine,

Digitized by Google

$(R_1^2 - R_2^2)\,\pi = o$ la surface de la roue de la turbine,

β et γ les angles que forme, à la distance R, la surface d'une aube courbe avec les deux plans de la roue, correspondant à l'entrée et à la sortie de l'eau,

B, L, T la largeur, la longueur, et le tirant d'eau,

$B\,T = O$ le produit de la largeur par le tirant d'eau,

$K = 0{\cdot}1\left(1 + e^{-\frac{N}{165}}\right)\left(\frac{2}{3}\,\frac{L}{T} + 2\,\frac{L}{B}\right)$ un coefficient relatif à la résistance du bateau,

$k = \frac{1000}{g} = 102$ un coefficient pour la détermination de la pression exercée sur l'eau par les surfaces des aubes,

U la vitesse du bateau par rapport à l'eau,

n le nombre de tours de la turbine par minute,

N la force nominale (en chevaux) des machines qui commandent cette turbine,

on a, pour la détermination des grandeurs β, n, N, les relations :

$$\sin\beta = \frac{\sin\gamma}{1 + \frac{K\,O}{k\,o}}$$

$$n = \frac{30}{\pi}\,\frac{U}{R\,\text{tang.}\,\beta}$$

$$N = \frac{K\,O\,U^3}{75}\,\frac{\text{tang.}\,\frac{1}{2}(\beta + \gamma)}{\text{tang.}\,\beta}$$

Les conditions du meilleur effet possible de la turbine seraient :

$$\beta = \gamma = o \qquad o = \infty \qquad n = \infty$$

ces conditions ne sont pas réalisables.

On ne peut obtenir d'effets satisfaisants de cet appareil qu'avec des navires à grand tirant d'eau. Dans ce cas, il faut adopter :

$$K = 4 \qquad R_1 = \frac{1}{2}\,T = 0{\cdot}2\,B \qquad o = 0{\cdot}0943\,B^2$$

$$k = 102 \qquad R_2 = \frac{1}{2}\,R_1 = 0{\cdot}1\,B \qquad O = 0{\cdot}4\,B^2$$

$$R = \frac{1}{2}\,(R_1 + R_2) = 0{\cdot}15\,B$$

Digitized by Google

Pour $\gamma = 45^0$, on a: $\beta = 37^0\,20'$, $n = 83\,\frac{U}{B}$, $N = 0{\cdot}061\ O\ U^3$

„ $\gamma = 30^0$, „ $\beta = 25^0\,24'$, $n = 134\,\frac{U}{B}$, $N = 0{\cdot}059\ O\ U^3$

359.

Mouvements oscillatoires d'un navire.

a) Oscillations verticales du centre de gravité.

Soient:

f B L l'aire de la section du plan de flottaison,
α B L T le volume du liquide déplacé;
la durée d'une oscillation verticale du navire est donnée par la relation:

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{\alpha}{f}\,\frac{T}{g}}$$

b) Oscillation d'un navire par rapport à un axe parallèle à la quille et passant par le centre de gravité.

Soient:

μ le moment d'inertie de la section du plan de flottaison par rapport à son axe longitudinal,
λ le moment d'inertie de tout le bâtiment, avec les machines, les chaudières et les agrès, par rapport à un axe parallèle à la quille et passant par le centre de gravité,
γ le poids d'un mètre cube d'eau,
e la hauteur du centre de gravité du bâtiment au-dessus du centre de gravité du liquide déplacé,
W_1 le volume du liquide déplacé;
on a, pour la durée d'une oscillation autour d'un axe longitudinal:

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g\,(\mu - e\,W_1)}}$$

c) Oscillation autour d'un axe transversal passant par le centre de gravité du navire.

Soient:

μ_1 le moment d'inertie de la surface de flottaison par rapport à l'axe transversal,

Digitized by Google

λ_1 le moment d'inertie (en tonnes) du bâtiment, par rapport à l'axe transversal passant par le centre de gravité du bâtiment,
γ, e et W_1 les mêmes notations que précédemment;
on a, pour la durée d'une oscillation:

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g(\mu_1 - e W_1)}}$$

360.

Règles pour les machines de Watt dans les bateaux.

Cylindres.

Tension de la vapeur dans les cylindres, par mètre carré	= 8330 kil.
D diamètre d'un cylindre (en mètres) . .	$= 0{\cdot}11\ (1 + \sqrt{N})$
l course du piston	= 1·1 D
Section d'un tuyau de vapeur $\left(O = \frac{\pi}{4} D^2\right)$	$= \frac{1}{30} O$ à $\frac{1}{20} O$
Largeur du canal d'introduction	= 0·36 D
Diamètre de la tige du piston	= 0·10 D

Pompe à air.

Diamètre d'une pompe à air	= 0·57 D
Course du piston	$= \frac{1}{2} l = 0{\cdot}55$ D
Hauteur } des orifices de soupapes . . .	= 0·13 D
Largeur } des orifices de soupapes . . .	= 0·50 D
Diamètre de la tige du piston	= 0·06 D

Pompes alimentaires.

Diamètre d'une pompe	= 0·11 D
Course du piston	$= \frac{1}{2} l = 0{\cdot}55$ D

Traverses.

a) Pour le cylindre à vapeur et la bielle.

Longueur de la traverse	= 1·55 D
Diamètre des tourillons	= 0·10 D
Hauteur de la traverse au milieu	= 0·27 D
Epaisseur de la traverse	= 0·09 D

Digitized by Google

b) Pour la pompe à air.

Longueur de la traverse	= 1·55 D
Diamètre des tourillons	= 0·06 D
Hauteur de la traverse au milieu	= 0·19 D
Epaisseur de la traverse au milieu	= 0·06 D
Epaisseur du métal de la douille	= 0·03 D

Bielles.

Longueur de la bielle verticale	= 2·20 D
Diamètre au milieu	= 0·10 D
Longueur de la bielle motrice	= 2·60 D
Diamètre au milieu	= 0·14 D

Balancier.

Longueur d'un balancier	= 3·14 l	= 3·45 D
Hauteur au milieu		= 0·65 D
Epaisseur du corps		= 0·04 D
Diamètre des tourillons		= 0·19 D

Manivelle.

Diamètre du bouton	= 0·14 D
Diamètre de l'arbre de la manivelle	= 0·22 D
Rayon de la manivelle	= 0·55 D

Digitized by Google

CHAPITRE XI.

MACHINES MANUFACTURIÈRES ET FABRICATION.

MACHINE A ENFONCER LES PIEUX.

361.

Notations.

(Unité de longueur 1 centimètre, unité de poids 1 kilogramme.)

Q le poids du mouton,
q le poids du pilot (pieu),
h la hauteur de chute du mouton,
a la section } du pilot,
l la longueur }
ε le module d'élasticité du bois dont se compose le pilot,
γ le poids d'un centimètre cube de bois,
s l'enfoncement du pieu pour un coup du mouton,
a R la résistance que le terrain oppose au pilot, au moment où l'enfoncement pour un coup est représenté par s.

362.

Résistance d'un pilot.

Lorsque l'enfoncement d'un pilot est prolongé jusqu'au point où l'avance, pour un coup, est égale à s, la charge a R capable d'enfoncer le pilot ou de vaincre la résistance du sol, à partir de ce point, est donnée par l'expression:

Digitized by Google

$$a\,R = a\left\{-\frac{s\,\varepsilon}{l} + \left(Q + \frac{1}{2}\,q\right)\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{2\,\varepsilon}{a\,l}\left[\frac{Q^2}{Q+q}\,h + (Q+q)\,s\right] + \left[\frac{s\,e}{l} - \left(Q + \frac{1}{2}\,q\right)\frac{1}{a}\right]^2}\right\}$$

Si le battage du pilot est poussé jusqu'au refus, l'expression précédente se réduit à:

$$a\,R = \left(Q + \frac{1}{2}\,q\right) + a\sqrt{\frac{2\,\varepsilon}{a\,l}\left(\frac{Q^2}{Q+q}\right)h + \frac{1}{a^2}\left(Q + \frac{1}{2}\,q\right)^2}$$

363.

Rapport entre la grandeur d'un pilot et le poids du mouton.

S'il s'agit d'enfoncer un pilot dans la terre, de telle sorte que chaque centimètre de la section puisse supporter une charge R, il faut employer au battage un mouton dont le poids soit dans un certain rapport avec celui du pilot; ce rapport est déterminé par l'expression suivante, en supposant que le battage ait lieu jusqu'au refus:

$$\frac{Q}{q} = \frac{R^2}{4\,\varepsilon\,\gamma\,h}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{8\,\varepsilon\,h\,q}{a\,l\,R^2}}\right)$$

Dans cette dernière formule, ainsi que dans celles du N°. 362, on a tenu compte de la perte de travail due au choc, en supposant que toute la masse du pilot se trouvait prendre, en même temps, la vitesse que possède le mouton après le choc. Si on admet, au contraire, qu'au moment où la tête du pilot vient partager le mouvement du mouton, la vitesse soit nulle à la pointe de ce pilot (sur laquelle s'exerce la résistance a R), que, pour chaque section, elle soit proportionnelle à la distance à la pointe, et qu'on prenne $T = a\,R - q$ pour la capacité de charge du pilot, la valeur de T, en négligeant les quantités d'ordre secondaire, est donnée par l'expression:

$$\frac{T}{q} = \frac{\varepsilon\,s}{\gamma\,l^2}\left(-1 + \sqrt{1 + 2\frac{\gamma\,l^2}{\varepsilon\,s}\,\frac{Q^2}{\left(Q + \frac{1}{3}\,q\right)q}\,\frac{h}{s}}\right)$$

Pour que le pilot s'enfonce sous l'action d'un coup du mouton, la condition générale à laquelle on doit satisfaire est:

$$\frac{Q}{q} > \frac{\gamma\,l^2}{4\,\varepsilon\,h}\left(\frac{T}{q}\right)^2\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2}{3}\,\frac{4\,\varepsilon\,h}{\gamma\,l^2}\left(\frac{q}{T}\right)^2}\right)$$

Digitized by Google

Toutefois, il est avantageux de prendre, autant que possible, pour Q et h, des valeurs beaucoup plus grandes que les valeurs limites satisfaisant à cette inégalité; l'effet utile d'un coup est, en effet, représenté par:

$$\frac{T\,s}{Q\,h} = \frac{Q}{Q + \frac{1}{3}\,q} - \frac{\gamma\,l^2}{2\,\varepsilon\,h}\,\frac{T^2}{Q\,q}$$

et on voit qu'il augmente en même temps que Q et h.

Dans les appareils qui se manœuvrent à la main, on peut augmenter h, en ayant recours à l'emploi d'un treuil pour soulever le mouton; quant à Q, on parvient surtout à lui donner une grande valeur, en faisant usage d'appareils à vapeur.

La comparaison des valeurs de T, fournies par la formule, avec les résultats de la pratique a montré que, pour obtenir un degré de sécurité convenable, on ne devait faire supporter à un pilot, comme charge permanente, que 0·15 à 0·25 T, T désignant la résistance correspondant au dernier coup du mouton.

Dans les sonnettes manœuvrées à la main, le travail journalier d'un ouvrier peut être estimé à 60·000 kilogrammètres, en admettant que chaque ouvrier soulève 18 à 14$^{k.}$ (du poids du mouton) à une hauteur de 1$^{m.}$1 à 1$^{m.}$6.

Lorsque les ouvriers, pour soulever le mouton, agissent sur les manivelles d'un treuil, le travail de chacun d'eux est 2 à 3 fois plus considérable.

BOCARDS.

364.

Notations.

R rayon du cercle, dont la développante donne la forme d'une came,
i nombre des cames qui agissent sur un pilon,
m nombre des pilons d'un bocard,
n nombre de tours de l'arbre des cames par minute,
h hauteur de chute,
t temps d'arrêt du pilon après la chute,
v vitesse d'élévation,

Digitized by Google

P poids du pilon,
f coefficient de frottement des cames sur le pilon,
E effet utile (kilogrammètres) qu'exige la marche du bocard.

Résultats du calcul.

$$v = \frac{h}{\frac{60}{in} - \sqrt{\frac{2h}{g}} - t}$$

$$R = \frac{60\,v}{2\,\pi\,n}$$

$$n = \frac{60\left(\frac{1}{i} - \frac{h}{2\,R\,\pi}\right)}{\sqrt{\frac{2h}{g}} + t}$$

$$E = \frac{i\,m\,n\,P}{60}\left(h + \frac{1}{2}\,f\,\frac{h^2}{R} + 2\,\frac{v^2}{2g}\right)$$

Cette formule correspond au cas où le contact d'une came se trouve sur l'axe du pilon. Si, comme la chose a lieu le plus ordinairement, la came agit sur l'arête la plus éloignée d'une partie saillante, placée latéralement (par rapport à l'arbre à cames), entre les deux guides du pilon, il convient de tenir compte des frottements de ces guides. A cet effet, soient:

f_1 le coefficient de frottement pour les guides,

$l = l_1 + l_2$ leur écartement (l_1 et l_2 désignant respectivement les hauteurs moyennes de la saillie du pilon au-dessus du guide inférieur et au-dessous du guide supérieur),

e la distance à l'axe du pilon de l'arête de la saillie en contact avec la came;

le premier terme de l'expression de E doit être multiplié par:

$$1 + f_1\,\frac{e + f\,l_2 \pm (e - f\,l_1)}{l}$$

en prenant le signe + ou le signe —, suivant qu'on a $e \gtrless f\,l_1$. Ordinairement, e est $> f\,l_1$ et l_1 est sensiblement égal à l_2; on a alors:

$$E = \frac{i\,m\,n\,P}{60}\left[\left(1 + 2\,f_1\,\frac{e}{l}\right)h + \frac{1}{2}\,f\,\frac{h^2}{R} + 2\,\frac{v^2}{2g}\right]$$

Digitized by Google

Quant un frottement des tourillons de l'arbre à cames, dont on n'a pas tenu compte dans cette formule, il peut être compris dans le calcul des résistances de la transmission. Dans le cas d'un graissage au suif, on peut prendre $f = f_1 = 0{\cdot}1$ à $0{\cdot}15$.

365.

Machine d'extraction avec tambours coniques.

(Unités : mètre, kilogramme.)

Notations :

H la profondeur du puits de la mine,
l le poids à élever par seconde,
L la charge d'une tonne,
T le poids d'une tonne vide,
S le poids du cordage (câble) de longueur H,
c la vitesse moyenne du mouvement des tonnes par seconde,
Δ le temps d'arrêt (en secondes) de la machine ou le temps du chargement et du déchargement,
Ω l'aire de la section du câble (en mètres carrés),
γ le poids d'un mètre cube de la matière du câble,
δ le diamètre d'une corde ou d'un câble métallique à 36 fils, dont la section est égale à Ω,
R le grand, r le petit } rayon du cône d'un tambour,
α l'angle que forme le côté de ce cône avec son axe (ordinairement $\alpha = 8$ à 10^0),
n le nombre de tours de l'arbre du tambour par minute,
N_n le travail effectif (en chevaux) que doit développer la machine motrice.

On a, pour la détermination de ces différentes quantités, la série des formules suivantes :

1° Le temps d'arrêt dépend de la charge des tonnes; ordinairement on peut adopter $\Delta = 20$ secondes;

2° La vitesse c des tonnes peut être supposée de $2^{m.}$ ou de $4^{m.}$, suivant que ces tonnes sont libres ou guidées;

3° Charge d'une tonne . . . . . $L = l\left(\frac{H}{c} + \Delta\right)$

4° Poids ordinaire d'une tonne . . . . . $T = L$

5° Section du câble . . . . . $\Omega = \frac{T + L}{A - \gamma H}$

Digitized by Google

En prenant: pour le chanvre $\gamma = 1500$, $A = 1000000$ et pour le fil de fer $\gamma = 8000$, $A = 10000000$; dans ce dernier cas, Ω représente la somme des sections de tous les fils.

6° Diamètre de la corde en chanvre $\delta = \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{T + L}{A - \gamma H}}$

7° Diamètre du câble en fer (36 fils)(1) $\delta = 10 \sqrt{\frac{T + L}{\frac{36\,\pi}{4} (A - \gamma H)}}$

8° Poids du câble . . . . . $S = \gamma \Omega H$

9° Rapport des rayons du tambour $\frac{R}{r} = \frac{L + 2\,T + 2\,S}{L + 2\,T}$

10° Grand rayon du cône (2) . . . $R = \sqrt{\frac{H \delta \sin \alpha}{\pi \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]}}$

11° Petit rayon du cône . . . . $r = \frac{R}{\left(\frac{R}{r}\right)}$

12° Longueur d'une génératrice du cône . . . . . $s = \frac{R - r}{\sin \alpha}$

13° Nombre de tours du tambour par minute . . . . . $n = \frac{60\,c}{\pi\,(R + r)}$

14° Travail effectif (en chevaux) de la machine motrice . . . . . $N_n = \frac{L\,c \left(1 + \frac{1}{4}\right)}{75}$

Pour les machines d'extraction, munies d'un câble plat s'enroulant sur lui-même, les formules précédentes, à l'exception de 6 et 7, sont également applicables; seulement, dans ce cas, $\alpha = 90^0$ et, dans la formule (10), δ devient l'épaisseur du câble; r est le

(1) Cette formule se rapporte à un câble rond, pour lequel on a: $\Omega = 0{\cdot}36 \frac{\pi\,\delta^2}{4}$.

(2) Cette formule suppose que les différents tours de la corde sur le tambour se touchent. Cette hypothèse peut n'être pas réalisée, comme, par ex., dans le cas où la surface du tambour, au lieu d'être lisse, est munie de parties saillantes, en forme de spire; on doit alors remplacer δ par la distance des lignes de deux tours consécutifs. Comme la saillie, dans ce cas, s'oppose au glissement du câble, on peut admettre, pour α, une valeur notablement supérieure à 10^0.

Digitized by Google

rayon du tambour sur lequel s'enroule ce câble et R le rayon extérieur du cylindre formé par l'enroulement de la longueur H.

POMPES.

366.

Quantité d'eau qui doit être fournie par une pompe.

Ordinairement cette quantité est donnée. La consommation d'eau potable et ménagère est, pour chaque habitant d'une ville et par jour, de 30 à 40 litres. En tenant compte de l'eau d'arrosement, de l'eau consommée par les animaux, etc. la consommation journalière, par habitant, à Paris, est, en moyenne, de 60 litres.

367.

Rendement d'eau d'une pompe.

Le rapport entre la quantité d'eau qui est fournie en une seconde par une pompe et le volume qui est décrit par le piston, en une seconde, est variable avec le degré de perfection apporté dans l'exécution.

Pour une pompe, d'une exécution théoriquement parfaite, ce rapport serait égal à 1; pratiquement, pour une pompe bien construite, on peut le prendre égal à 0·90 et à 0·80, pour une pompe de construction ordinaire.

368.

Vitesse du piston.

Cette vitesse doit rester compris entre $0^{m}\cdot2$ et $0^{m}\cdot3$ pour les pompes construites avec soin; elle peut aller de $0^{m}\cdot25$ à $0^{m}\cdot35$ pour les pompes d'une exécution plus imparfaite.

369.

Nombre des cylindres de pompes.

Le nombre le plus convenable à adopter pour les cylindres d'un appareil d'élévation d'eau dépend de la hauteur d'élévation,

Digitized by Google

de la quantité à élever et des circonstances locales. Aussi ne peut-on pas formuler, à ce sujet, de règles générales. Pour les épuisements de mines, on fait ordinairement usage d'un cylindre à simple effet, tandis que, pour les pompes d'usines, ainsi que pour celles qui sont destinées à l'alimentation d'eau des villes, on a généralement recours à deux cylindres à simple effet.

370.

Diamètre des cylindres.

Soient:

q la quantité d'eau (en mètres cubes) à fournir par seconde,
v la vitesse moyenne du piston,
D le diamètre d'un cylindre.

a) Si la quantité d'eau q doit être fournie par un cylindre à double effet ou par deux cylindres à simple effet, on a:

$$D = \sqrt{m \frac{4q}{\pi v}}$$

b) Si l'eau doit être fournie par un cylindre à simple effet:

$$D = 1{\cdot}41 \sqrt{m \frac{4q}{\pi v}}$$

Formules dans lesquelles on doit prendre:

Pour des pompes	parfaites . .	$m = 1{\cdot}1$
" "	bien exécutées	$m = 1{\cdot}15$
" "	ordinaires . .	$m = 1{\cdot}20$

371.

Tuyaux d'aspiration et de refoulement. Réservoirs d'air.

La vitesse de l'eau dans ces tuyaux est ordinairement de $1^{m.}$ à $1^{m.}2$. Dans le cas où, pour élever une quantité d'eau déterminée, on veut économiser le plus possible la force motrice, il convient de donner aux tuyaux un assez grand diamètre, afin que la résistance due au frottement de l'eau sur les parois soit peu considérable.

Si on désigne par:

u la vitesse de l'eau dans les tuyaux,
q la quantité d'eau (en mètres cubes) à fournir par seconde,
d le diamètre des tuyaux,

Digitized by Google

on a:

$$d = \sqrt{\frac{4q}{\pi u}}$$

Lorsque la longueur des tuyaux est considérable ou que l'eau doit être élevée à une grande hauteur, il peut être nécessaire de se prémunir contre les effets des coups d'eau, qui sont toujours nuisibles et qui peuvent même, dans certains cas, causer la rupture des tuyaux. Le moyen le plus simple, pour arriver à ce résultat, consiste à munir d'un réservoir d'air l'un des tuyaux d'aspiration ou de refoulement ou même tous les deux; dans tous les cas où on a recours à l'emploi d'un réservoir de ce genre, il est avantageux de l'établir aussi près que possible du cylindre de la pompe.

Pour établir les conditions auxquelles on doit satisfaire, lorsqu'on veut éviter les coups d'eau, nous supposerons que le mouvement du piston soit le même que celui de l'extrémité d'une bielle de longueur infinie, articulée à une manivelle de vitesse angulaire uniforme, et que le réservoir d'air soit placé directement sur le cylindre, c-à-d. à l'extrémité supérieure du tuyau d'aspiration ou à l'extrémité inférieure du tuyau de refoulement. Désignons par:

$Q = m\,q$ la quantité théorique du N°. 370,
n le nombre de courses doubles par minute,
F la surface du piston,
s la longueur de la course, $c = \frac{n}{60}\pi s$,
$F\sigma$ l'espace nuisible entre la soupape d'aspiration et le piston, lorsque ce dernier en est aussi rapproché que possible,
b la hauteur barométrique en eau, diminuée de la hauteur d'une colonne qui ferait équilibre à la pression de la vapeur saturée correspondant à la température t de l'eau élevée et qui est égale, par ex., à

	$0^m{\cdot}06$	$0^m{\cdot}12$	$0^m{\cdot}24$	$0^m{\cdot}43$	$0^m{\cdot}74$	$1^m{\cdot}25$
pour $t =$	0^0	10^0	20^0	30^0	40^0	50^0

h_1 la hauteur d'aspiration,
l_1, f_1, d_1 la longueur, la section et le diamètre intérieur du tuyau d'aspiration,
$u_1 = \frac{Q}{f_1}$,

Digitized by Google

$\zeta_1 = \lambda \frac{l_1}{d_1}$ le coefficient de résistance du tuyau d'aspiration,

ϑ_1 le coefficient de résistance de la soupape d'aspiration,

h_2 la hauteur de refoulement,

l_2, f_2, d_2 la longueur, la section et le diamètre intérieur du tuyau de refoulement,

$u_2 = \frac{Q}{f_2}$,

$\zeta_1 = \lambda \frac{l_2}{d_2}$ le coefficient de résistance du tuyau de refoulement,

ϑ_2 le coefficient de résistance de la soupape de refoulement,

V_1 le volume d'un réservoir d'air sur l'aspiration,

V_2 „ „ „ „ le refoulement,

h la hauteur de l'extrémité supérieure de la conduite de refoulement, au dessus d'un point quelconque de cette conduite,

l la longueur de la conduite de refoulement, depuis ce point jusqu'à l'extrémité supérieure.

Pour que l'eau puisse s'introduire dans la pompe, il est d'abord nécessaire qu'on ait:

$$b - h_1 > \frac{\sigma}{s + \sigma} b$$

S'il n'existe pas de réservoir d'air sur le tuyau d'aspiration et si on pose:

$$i = \frac{2}{1 + \zeta_1 + \vartheta_1} \frac{f_1}{F} \frac{l_1}{s}$$

il faut, pour que le tuyau ne soit pas exposé à des coups d'eau, qu'on ait:

$$b - h_1 > 2 \frac{F\, l_1}{f_1\, s} \frac{c^2}{g}, \text{ pour } i > 1$$

$$b - h_1 > \left(i + \frac{1}{i}\right) \frac{F\, l_1}{f_1\, s} \frac{c^2}{g}, \text{ pour } i < 1$$

Si, au contraire, il existe un réservoir d'air sur l'aspiration, il suffit qu'on ait:

$$b - h_1 > \frac{1 + \vartheta_1}{2} \frac{F^2}{f_1^2} \frac{c^2}{g} + \zeta_1 \frac{u_1^2}{2g}$$

Digitized by Google

en supposant qu'on ait pris:

$$V_1 > \frac{V}{1 - \alpha_1^2} \text{ avec } \alpha_1 = \frac{\frac{1 + \vartheta_1}{2} \frac{F^2}{f_1^2} \frac{c^2}{g}}{b - h_1 - (1 + \zeta_1) \frac{u_1^2}{2g}}$$

Pour cela on doit poser:

$V = 0{\cdot}56\ F\ s$ pour une pompe à simple effet,

$V = 0{\cdot}32\ F\ s$ pour une pompe à double effet ou deux pompes égales à simple effet, commandées par des manivelles calées à 180°,

$V = 0{\cdot}08\ F\ s$ pour deux pompes égales à double effet, commandées par des manivelles à angle droit.

Pour empêcher les coups d'eau dans le tuyau de refoulement, lorsqu'il n'existe pas de réservoir d'air sur ce tuyau, on a à distinguer plusieurs cas:

a) L'aspiration ne possède également pas de réservoir d'air:

1° le piston aspire pendant le mouvement de refoulement; on doit avoir alors:

$$\text{min. } \frac{b + h}{l} > \frac{1}{l^2} \left(h_1 + h_2 - 2 \frac{F\, l_1}{f_1\, s} \frac{c^2}{g}\right)$$

$$\text{si } h_1 + h_2 < 2 \frac{F}{s} \left(\frac{l_1}{f_1} + \frac{l_2}{f_2}\right) \frac{c^2}{g}$$

2° le piston n'aspire pas en même temps qu'il refoule:

$$\text{min. } \frac{b + h}{l} > \frac{1}{l_2} (h_1 + h_2)$$

$$\text{si } b_1 + h_2 < 2 \frac{F\, l_2}{f_2\, s} \frac{c^2}{g}$$

b) Si, au contraire, il existe un réservoir d'air sur l'aspiration, on doit avoir pour 1° et 2°:

$$\text{min. } \frac{b + h}{l} > \frac{1}{l_2} \left(h_1 + h_2 + \zeta_1 \frac{u_1^2}{2g}\right)$$

$$\text{dans le cas où } h_1 + h_2 + \zeta_1 \frac{u_1^2}{2g} < 2 \frac{F\, l_2}{f_2\, s} \frac{c^2}{g}.$$

Pour l'établissement de ces différentes conditions, relatives aux coups d'eau dans le tuyau de refoulement, on a supposé

Digitized by Google

que, pendant le mouvement de refoulement du piston, le tuyau de refoulement se trouvait en communication avec le tuyau d'aspiration; si cette hypothèse ne doit pas se réaliser, il faut, pour prévenir les coups d'eau, qu'on ait dans tous les cas:

$$\text{min.}\ \frac{b+h}{l} > 2\,\frac{F}{f_2}\,\frac{c^2}{g\,s}$$

S'il existe un réservoir d'air sur le tuyau de refoulement, il ne peut jamais se produire de coup d'eau, si ce réservoir est disposé de manière à ce que sa quantité d'air ne diminue pas et si on prend:

$$V_2 > \frac{V}{1-\alpha_2^2} \text{ avec } \alpha_2 = \frac{l_2\left(\frac{b+h_2}{l_2} - \text{min.}\,\frac{b+h}{l}\right)}{b+h_2+\zeta_2\,\frac{u_2^2}{2g}}$$

V étant déterminé comme précédemment.

Le réservoir d'air placé sur le refoulement a encore pour but de diminuer les variations de pression du piston, qui, pour une très longue conduite, ont une assez grande importance; à ce point de vue, le résultat obtenu est d'autant plus satisfaisant que la quantité d'air du réservoir est plus considérable.

La plus petite valeur de $\frac{b+h}{l}$, qui entre dans les inégalités précédentes, a lieu à l'origine du tuyau, sur la pompe elle-même, et on a, par suite:

$$\text{min.}\ \frac{b+h}{l} = \frac{b+h_2}{l_2}$$

si le tuyau de refoulement a une pente uniforme, à partir de la pompe, ou s'il se compose d'abord d'une partie horizontale, terminée par une autre inclinée, à pente uniforme. La même chose a lieu, si le tuyau s'élève d'abord, en faisant un angle φ avec la verticale et s'il est ensuite horizontal, jusqu'au bout, sur la longueur l_0, à condition qu'on ait, $l_0 \cos\varphi < b$.

Dans le cas où $l_0 \cos\varphi > b$, on aurait: $\text{min.}\ \frac{b+h}{l} = \frac{b}{l_0}$.

Quant aux coefficients λ et ϑ, on peut remarquer que le premier doit être pris d'autant plus grand que le diamètre intérieur des tuyaux est plus petit et on peut admettre:

Digitized by Google

$\lambda =$	0·032	0·026	0·023	0·022
pour d =	0^{m}·05	0^{m}·1	0^{m}·2	0^{m}·4

Pour une soupape, disposée de manière à éviter, autant que possible, les variations de section pour l'eau, on peut prendre, en moyenne, 1·5 comme valeur du coefficient de résistance.

372.

Résistance de frottement.

Soient:

L la longueur totale des tuyaux, que l'eau doit parcourir,

z la hauteur de la colonne d'eau, qui correspond au frottement de l'eau contre les parois,

u et d la vitesse et le diamètre,

$\alpha = 0{\cdot}00001733$, $\beta = 0{\cdot}0003483$ } deux coefficients d'expérience;

on a:

$$z = 4\,\frac{L}{d}\,(\alpha\,u + \beta\,u^2)$$

Les valeurs de $\alpha\,u + \beta\,u^2$, pour différentes valeurs de u, sont données par la table du N°. 157.

373.

Travail moteur.

Si on désigne par:

h la hauteur à laquelle l'eau doit être élevée,

N_n le travail effectif que la machine motrice doit développer, et si on conserve les notations des N^{os}. précédents,

on a:

Pompes parfaites . . . $75\,N_n = \left(1 + \frac{1}{10}\right) 1000\,q\,(h + z)$

„ bien construites . $75\,N_n = \left(1 + \frac{2}{10}\right) 1000\,q\,(h + z)$

„ ordinaires . . . $75\,N_n = \left(1 + \frac{2{\cdot}5}{10}\right) 1000\,q\,(h + z)$.

Lorsque les tuyaux ont une très grande longueur, la hauteur z, qui mesure les résistances, doit être calculée par la formule:

$$z = (1 + \zeta_1 + \vartheta_1)\,\frac{v_1^2}{2g} + (1 + \zeta_2 + \vartheta_2)\,\frac{v_2^2}{2g}$$

Digitized by Google

Dans le cas où il n'existe pas de réservoir d'air sur l'aspiration, on doit prendre: $v_1^2 = 1{\cdot}645 \left(\frac{F}{f_1}\frac{n\,s}{30}\right)^2$; avec un réservoir, on doit poser: $v_1^2 = (1{\cdot}1 \text{ à } 1{\cdot}2)\, u_1^2$ ou $v_1^2 = (1{\cdot}3 \text{ à } 1{\cdot}4)\, u_1^2$, suivant que, au point de vue du mouvement de l'eau dans le tuyau d'aspiration, la pompe est à double ou à simple effet.

De même, s'il n'existe pas de réservoir d'air sur le refoulement, on doit prendre: $v_2^2 = 1{\cdot}645 \left(\frac{F}{f_2}\frac{n\,s}{30}\right)^2$ et, avec un réservoir: $v_2^2 = (1{\cdot}1 \text{ à } 1{\cdot}2)\, u_2^2$ ou $v_2^2 = (1{\cdot}3 \text{ à } 1{\cdot}4)\, u_2^2$, suivant que, au point de vue du mouvement de l'eau dans le tuyau de refoulement, la pompe est à double ou à simple effet.

374.

Soupapes.

La section des soupapes doit être prise égale à la section des tuyaux d'aspiration ou de refoulement. La forme des soupapes a été déterminée au N°. 106.

375.

Machines à vapeur élévatoires.

(Unités : mètre, kilogramme.)

Les règles suivantes, pour la détermination des dimensions principales d'une machine d'élévation d'eau, se rapportent à une machine à vapeur à simple effet, à détente et à condensation, qui agit directement sur les maîtresses-tiges des pompes.

Notations.

O section du cylindre à vapeur,
l course du piston,
l_1 portion de la course jusqu'au commencement de la détente,
m coefficient d'espace nuisible (voir N°. 282),
ξ partie de la course du piston qui correspond au maximum de la vitesse ou à l'équilibre entre la puissance et la résistance,
p pression de la vapeur (par mètre carré), dans le cylindre, pendant la période d'admission,
α, β coefficients pour la détermination de la densité de la vapeur (voir N°. 243),

Digitized by Google

r_1 (montée) } résistance nuisible (par mètre carré), qui s'oppose
r (descente) } au mouvement du piston,
W_1 (montée) } résistance occasionnée par les pompes,
W (descente) }
V_1 vitesse moyenne du piston pendant la montée,
V " " " " descente,
C maximum de vitesse du piston pendant la montée,
a durée de l'arrêt,
T durée d'une course de piston,
q quantité d'eau (en mètres cubes), qui doit être élevée, en moyenne, dans chaque seconde,
Ω section d'un piston de pompe,
S quantité de vapeur qui s'introduit dans le cylindre, par seconde,
L poids de l'attirail des tiges et des corps qui y sont fixés,
L_1 contrepoids nécessaire pour régulariser les mouvements de la montée et de la descente.

Formules.

1° Durée d'une course de piston:

$$T = \frac{l}{V_1} + \frac{l}{V} + a$$

où on doit faire: $V_1 = 1{\cdot}5$, $V = 0{\cdot}3$, $a = 10''$, $l = 2$ à 3^m.

2° Section de la pompe:

$$\Omega = q\,\frac{T}{l}$$

3° Résistances W, W_1; elles doivent être calculées d'après les hauteurs d'aspiration et de refoulement et d'après la section Ω, en ayant soin de tenir compte de la résistance due au frottement.

4° Section du cylindre à vapeur:

$$O = \frac{W + W_1}{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\left(\frac{K}{l\,l_1}\right) - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r + r_1\right)}$$

où on peut prendre: $r_1 = 4000$, $r = 1000$, $\frac{\alpha}{\beta} = 3017$.

Digitized by Google

$$\left(\frac{K}{l\,l_1}\right) = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \text{log. nat.} \frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l}$$

pour $m = 0{\cdot}05$ et $\frac{l_1}{l} =$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
$\left(\frac{K}{l\,l_1}\right) =$	0·968	0·856	0·720	0·626	0·559

5° Chemin parcouru par le piston jusqu'à ce qu'il y ait équilibre entre la puissance et la résistance:

$$\xi = l \left\{ \frac{\frac{l_1}{l} + m}{\left(\frac{K}{l\,l_1}\right)} - m \right\}$$

6° Différence des poids L et L_1:

$$L - L_1 = W + O\,r$$

7° Somme des poids L et L_1:

$$L + L_1 = \frac{2\,g\,\xi}{C^2}\,O\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\left[\left(\frac{K}{\xi\,l_1}\right) - \left(\frac{K}{l\,l_1}\right)\right]$$

Ordinairement on peut prendre: $C = 2{\cdot}5$.

$$\left(\frac{K}{\xi\,l_1}\right) = \frac{l_1}{\xi} + \left(\frac{l_1}{\xi} + \frac{m\,l}{\xi}\right) \text{log. nat.} \frac{\xi + m\,l}{l_1 + m\,l}$$

8° Détermination des poids L et L_1:

$$L = \frac{(L + L_1) + (L - L_1)}{2}$$

$$L_1 = \frac{(L + L_1) - (L - L_1)}{2}$$

Digitized by Google

POMPES A INCENDIE.

376.

Calcul d'une pompe à incendie, à deux cylindres à simple effet.

Nous supposerons que les cylindres aspirent directement dans la bâche à eau qui les entoure. Désignons par:

n le nombre des ouvriers,
P la pression moyenne de chaque ouvrier sur les barres du balancier,
v la vitesse moyenne de ces barres,
a le rapport de la distance des deux barres à celle des axes des deux cylindres,
μ le nombre par lequel on doit multiplier la pression d'un piston sur l'eau, poussée dans le réservoir d'air, pour obtenir la pression (supposée ramenée à ce piston), que doivent exercer les ouvriers, en tenant compte des frottements du piston et de l'axe du balancier,
F la surface d'un piston,
φ le rapport du volume d'eau élevé à celui que décrit chaque piston,
$\gamma = 1000$ le poids d'un mètre cube d'eau,
f la grandeur de l'orifice de la lance,
ζ le coefficient de résistance pour le mouvement de l'eau jusqu'à l'orifice, ce coefficient étant supposé rapporté à la vitesse u dans cet orifice,
h_1 la hauteur de l'orifice au dessus du niveau de l'eau dans la bâche,
$h = \frac{1}{m}\frac{u^2}{2g}$ la hauteur du jet, à partir de l'orifice de la lance,
Q le volume d'eau lancé par seconde.

Si on prend, pour P, v, μ, φ, m, des valeurs indiquées par l'expérience, et si on pose:

$$\zeta = 0{\cdot}1 + 0{\cdot}03\,\frac{l_1}{d_1}\left(\frac{d}{d_1}\right)^4$$

l_1 et d_1 désignant la longueur et le diamètre intérieur du tuyau, d le diamètre intérieur de l'orifice de la lance, on trouve:

Digitized by Google

$$F = \frac{a\,f}{\varphi\,v}\sqrt{2\,g\,m\,h}$$

$$n = \frac{\mu\,\gamma\left[\frac{h_1}{h} + (1+\zeta)\,m\right]}{P\,a}\,F\,h$$

$$Q = \varphi\,F\,\frac{v}{a}$$

Si la lance est fixée directement sur le tuyau du réservoir d'air, c-à-d. si $l_1 = 0$, on a $\zeta = 0{\cdot}1$. Dans ce cas, l'orifice pouvant être considéré comme étant à peu près au même niveau que l'eau dans la bâche, on peut poser $h_1 = 0$ et, par suite :

$$n = \frac{\mu\,\gamma\,(1+\zeta)\,m}{P\,a}\,F\,h$$

Si on prend, en outre : $P = 10^{k.}$, $v = 2^{m.}$, $\mu = \frac{8}{9}$, $\varphi = 0{\cdot}85$, $m = \frac{4}{3}$, on trouve, pour le cas dont il s'agit :

$$F = 3\,a\,f\sqrt{h}\ \text{(mèt. car.)};\quad n = 165\,\frac{F\,h}{a};\quad Q = 1{\cdot}7\,\frac{F}{a}\ \text{(mèt. cub.)}$$

Le tableau suivant contient les dimensions et les données principales de cinq pompes à incendie, comprenant chacune deux cylindres à simple effet et un réservoir d'air.

Désignation des pièces et objets.	Pompes sur roues.			Pompes à bras.		
	N° 1	N° 2	N° 3	N° 1	N° 2	
Nombre des manœuvres . .	36	18	10	2	1	
Diamètre du corps de pompe	21	18	15	10	8	centimèt.
Course du piston	30	27	22	15	12	—
Hauteur du piston (en laiton)	12	11	10	9	8	—
Hauteur du corps de pompe	45	41	35	26	22	—
Vitesse du piston par seconde	0·48	0·41	0·40	0·30	0·27	mètres
Quantité d'eau par seconde	11	7	4·6	1·5	1	litres
Diamètres des lances.						
Lance pour le tuyau fixé sur le réservoir	24	20	17	11	9	millimèt.
	21	18	15	10	8	—

Digitized by Google

Désignation des pièces et objets.	Pompes sur roues.			Pompes à bras.		
	N° 1	N° 2	N° 3	N° 1	N° 2	
Lance pour le tuyau de cuir	29	25	21	14	11	millimèt.
ou de toile	21	18	15	10	8	—
Hauteur du jet d'eau	36	30	26	17	14	mètres
Dimensions d'une soupape.						
Diamètre inférieur	10	9	7	5	4	centimèt.
Diamètre supérieur	12	11	8·7	6·5	5·3	—
Angle du côté du cône avec son axe	45°	43°	39°	36°	34°	
Contact de la soupape, mesuré le long du cône . .	1·5	1·45	1·35	1·25	1·20	—
Hauteur du corps de la soupape	1·06	1·06	1·05	1·01	1·0	—
Longueur des tuyaux de cuir	30	30	30	15	15	mètres
ou de toile	40	40	40			
Diamètre de vis des raccords	7	6	5	4	4	centimèt.
Diamètre des tuyaux de cuir	8	7	6	5	5	—
Longueur du tuyau fixe depuis la courbure jusqu'à l'orifice	94	80	67	45	40	—
Diamètre du tuyau fixe . .	4·5	4·5	4·5	3	3	—
Réservoir d'air.						
Tension de l'air dans le réservoir	5·4	4·0	3·4	2·0	1·6	atmosph.
Diamètre du réservoir . . .	31	27	22	15	12	centimèt.
Hauteur " . . .	80	72	60	50	40	—
Quantité d'eau contenue dans la bâche	1000	630	414	135	90	litres
Hauteur du bord de cette bâche au-dessus du fond	114	114	100	—	—	centimèt.
Dimensions des roues.						
Diamètre des roues d'arrière	120	120	120	—	—	—
" " d'avant .	81	81	81	—	—	—
Ecartement des axes des corps de pompe	80	72	60	50	40	—
Ecartement des barres de manœuvre	400	360	300	200	160	—

Digitized by Google

377.

SCIES A BOIS.

(Unités: mètre et kilogramme.)

A) Scies à mouvement rectiligne.

Les dimensions, la vitesse du mouvement et la grandeur de la force motrice dépendent de la nature du bois à scier; il y a lieu, par suite, de distinguer: *a)* les scies pour planches de bois tendre; *b)* les scies pour planches de bois dur; *c)* les scies pour plaçage.

Nous indiquons ci-après les données principales relatives à ces trois espèces de scies.

	Scies pour planches bois tendre.	Scies pour planches bois dur.	Scies pour plaçage.
1° e division de la scie, c-à-d. la distance des pointes de deux dents consécutives	0·04 à 0·05	0·03 0·04	0·008 0·010
2° t profondeur de dents . .	0·024 à 0·030	0·018 0·024	0·005 0·006
3° m rapport entre la surface d'un creux et l'aire e t, correspondant à une division	0·75	0·65	0·65
4° i rapport entre le volume de la sciure et celui du bois d'où elle provient	5·5	5	4
5° Epaisseur de la lame . . .	0^m·0015 à 0·0020	0·0015 0·0020	0·0003 0·00035
6° Largeur du trait de scie .	0·0030 à 0·0040	0·0030 0·0040	0·0006 0·007
7° Largeur de la lame . . .	0·120 à 0·160	0·120 0·160	0·060 0·080
8° Longueur de la denture (elle doit être au moins le double de l'épaisseur du bloc de bois à scier); elle est généralement	1^m·2 à 1^m·6	1·2 1·6	1·2 1·6
9° r rayon de la manivelle . .	0·30 à 0·50	0·30 0·50	0·30 0·60
10° Rapport entre le rayon r de la manivelle et la hauteur h du bloc	0·60 à 0·70	0·60 0·70	0·60 0·70

Digitized by Google

	Scies pour planches bois tendre.	Scies pour planches bois dur.	Scies pour plaçage.
11° ε avance du chariot du bloc après chaque trait de scie: $\varepsilon = 2\,t\left(\frac{m}{i}\right)\left(\frac{r}{h}\right)$			
Valeurs ordinaires de l'avance	0·0043 à 0·0063	0·0028 0·0044	0·0006 0·0008
12° Tangente de l'angle φ, que la ligne de la pointe des dents forme avec la direction du mouvement de la scie: $\text{tang. } \varphi = \frac{\varepsilon}{2\,r}$			
Valeurs ordinaires de tang. φ	0·007 à 0·006	0·005 0·0044	0·001 0·0007
13° n nombre des traits de scie par minute	80 à 200	80 200	180 200

14° Valeur de la surface sciée par heure:

$$60 \times n \times \varepsilon \times h$$

Avec les valeurs suivantes:

Bois tendre: $\varepsilon = 0{\cdot}0053$, $n = 100$, $h = 0{\cdot}4$
Bois dur: $\varepsilon = 0{\cdot}0036$, $n = 100$, $h = 0{\cdot}4$
Plaçage: $\varepsilon = 0{\cdot}0007$, $n = 200$, $h = 0{\cdot}4$

Les surfaces sciées par heure sont respectivement	$12^{m.q.}7$	$8^{m.q.}6$	$3^{m.q.}4$
15° Surface sciée par cheval et par heure:			
a) Si les dents sont d'une forme très convenable et très bien affutées	$3^{m.q.}$	$2^{m.q.}$	$8^{m.q.}$
b) Si les dents sont dans des conditions moyennes	$2^{m.q.}$	$1^{m.q.}5$	$7^{m.q.}$
16° q poids du chassis de la scie, ordinairement	$400^{k.}$	$400^{k.}$	—

17° Q contrepoids à adopter au volant, lorsque la scie se meut verticalement:

Digitized by Google

$$Q = \frac{r}{\varrho}\left(q - \frac{1}{2}\,\frac{60 \times 75}{2}\,\frac{N}{r\,n}\right)$$

Dans cette formule N désigne le travail effectif de la machine motrice (en chevaux), n le nombre des traits de scie par minute, ϱ la distance du centre de gravité du contrepoids à l'axe de rotation. Si cette expression donne pour Q une valeur négative, il faut placer le contrepoids sur le rayon qui contient le bouton de la manivelle. Si cette expression est positive, le contrepoids doit être placé sur le prolongement de ce rayon.

Pour les scies destinées au débitage des planches, on a ordinairement:

$$N = 4 \qquad n = 100 \qquad r = 0{\cdot}36 \qquad q = 400$$

et, par suite:

$$Q = 275 \times \frac{r}{\varrho} \text{ (kilogr.).}$$

18° G poids du volant, V vitesse à la circonférence (en mètres, par seconde):

$$G\,\frac{V^2}{2g} = \frac{500 \times 75\,N}{n}$$

A ces divers renseignements nous ajouterons les suivants, qui se rapportent spécialement au sciage des bois de sapin et qui sont empruntés à une étude très sérieuse sur les scieries de *W. Kankelwitz.*

Désignons par:

h la hauteur du bloc à scier } en mètres,
H la course du chassis }

s l'épaisseur de lame d'une scie, en millimètres,

δ l'avance du bloc, pour une course du chassis, en millimètres,

n le nombre des courses par minute,

G le poids du chassis, avec les scies qui y sont fixées, en kilog.,

F la surface sciée par minute (en mèt. car.), pendant le travail des scies,

E la surface sciée par heure (en mèt. car.), en ayant égard aux périodes d'arrêt du chassis (recul du chariot, placement des blocs, etc.),

$N = N_1 + N_2$ le travail nécessaire pour le mouvement du chassis,

Digitized by Google

N_1 correspondant aux résistances accessoires du chassis, du chariot, de l'arbre du chassis et de la transmission par courroie, N_2 étant le travail réellement absorbé par le sciage.

L'avance doit être aussi grande que possible et, pour $s = 1^{mm}.4$ à $3^{mm}.2$, on peut prendre:

$$\delta = 0.8 \frac{H}{h} s$$

Pour des scies à un état d'affutage moyen, la valeur de δ ne doit pas dépasser 2·5 s; pour des scies parfaitement affilées, δ doit être un peu plus grand, tandis qu'il doit être plus faible dans le cas opposé.

La course du chassis H doit être de $0^{m}.1$, au moins, supérieure à la plus grande hauteur h que le bloc puisse présenter; ordinairement, on peut faire:

$$H = 0.1\ s + 0^{m}.35$$

Le nombre n de courses, par minute, est limité de manière à éviter l'échauffement du bouton de la manivelle et des supports de l'arbre du chassis.

Cette limite est donnée par les équations suivantes:

Chassis à une seule scie: $\left(\frac{n}{100}\right)^3 H^2 = 2.42$

Chassis à plusieurs scies: $\left(\frac{n}{100}\right)^3 H^2 (G + 50) = 450$

De la première relation on tire:

max. n =	213	200	189	179	170
pour H =	$0^{m}.50$	$0^{m}.55$	$0^{m}.60$	$0^{m}.65$	$0^{m}.70$

Pour les chassis à plusieurs scies, les valeurs maxima de n sont fournies par la table suivante:

G =	150	200	250	300	350	400	450
H = $0^{m}.5$	208	193	182	173	165	159	153
H = $0^{m}.55$	195	181	171	162	155	149	144
H = $0^{m}.6$	184	171	161	153	146	140	136
H = $0^{m}.65$	175	162	152	145	139	133	129

Pour les chassis à une seule scie, l'épaisseur de la lame varie de $2^{mm}.4$ à $3^{mm}.2$; pour les chassis à plusieurs scies, elle reste comprise entre $1^{mm}.4$ et $2^{mm}.6$.

Digitized by Google

Le travail N_2, absorbé par le sciage du bois, est représenté d'une manière générale par la relation:

$$N_2 = \left(k + k_1 \frac{H s}{\delta}\right) F$$

k et k_1 étant des coefficients variables avec la nature du bois. Pour le sapin, on peut prendre: $k_1 = 4\,k$ et, en remplaçant δ par la valeur donnée plus haut, on a:

$$N_2 = k\,(1 + 5\,h)\,F$$

Pour du sapin d'une résistance moyenne	complétement mouillé	$k = 2{\cdot}6$
	humide	$k = 2{\cdot}7$
	séché à l'air	$k = 3{\cdot}0$
	complétement sec	$k = 3{\cdot}2$

Le travail N_2, absorbé par les résistances accessoires, a des expressions différentes, suivant qu'il s'agit de chassis à une ou plusieurs scies:

1° Chassis à une seule scie:

$$N_1 = 3\left(\frac{n}{100}\right)^3 \frac{36 + s^2}{100}\,\frac{1{\cdot}5 + H}{4}\,H$$

Pour $H = 0{\cdot}1\,s + 0^{m}{\cdot}35$, on a: $N_1 = 1{\cdot}12\left(\frac{n}{100}\right)^3 H^2$

Si on fait, en outre: $\left(\frac{n}{100}\right)^3 H^2 = 2{\cdot}42$, on trouve: $N_1 = 2^{ch.}7$.

On a de plus:

$$F = 0{\cdot}001\,n\,h\,\delta = 0{\cdot}0008\,n\,H\,s$$

$$E = \frac{60\,F}{1 + \varphi\,F}.$$

où on doit faire: $\varphi = 2{\cdot}5$ pour le sciage de planches,
$\varphi = 3$ „ „ de madriers.

2° Chassis à plusieurs scies:

$$N_1 = 0{\cdot}95\,n\left[1{\cdot}31 - 1{\cdot}87\,\frac{n}{100} + \left(\frac{n}{100}\right)^2\right] H\,\frac{0{\cdot}4 + H}{100}\,\frac{G - 45}{50}$$

Dans les chassis de ce genre, la hauteur de sciage peut être différente pour chaque scie et, dans les formules:

$$\delta = 0{\cdot}8\,\frac{H}{h}\,s \text{ et } N_2 = k\,(1 + 5\,h)\,F$$

Digitized by Google

h doit désigner la plus grande hauteur du bloc à scier. Si on représente la hauteur moyenne par ϑ h, on peut prendre:

$\vartheta = 0{\cdot}75$ pour le sciage des bois non équarris,
$\vartheta = 0{\cdot}9$ „ „ „ déjà équarris.

On a ensuite, en désignant par z le nombre des scies:

$$F = 0{\cdot}001\ n\ h\ \delta\ \vartheta\ z = 0{\cdot}0008\ n\ H\ s\ \vartheta\ z$$

et, en moyenne: $E = \dfrac{60\ F}{1 + \left(0{\cdot}21 + \dfrac{7}{z}\right) F}.$

B) Scies circulaires.

Les scies circulaires sont utilisées, de préférence, pour scier des bois assez minces. Elles ne peuvent pas être employées pour scier des arbres d'une grande épaisseur, car il faudrait donner à la scie un très grand rayon. Pour les placages, les scies circulaires ne sont pas à recommander, parce que le trait de scie devient trop large et qu'on obtient une quantité de placages plus faible qu'avec des scies droites. Les données principales, pour une scie circulaire, sont les suivantes:

Division des dents	= 0·02 à 0·03
Creux des dents	= 0·014 à 0·02
Epaisseur de la lame . . .	= 0·002 à 0·003
Largeur du trait de scie . .	= 0·003 à 0·004
Diamètre de la scie	= 0·3 à 0·7
Nombre de tours par minute	= 250 à 350
Surface sciée par cheval et par heure	= 4 à 6 mèt. carrés.

MOULINS A FARINE.

378.

Poids de différentes espèces de grains. (1)

1 litre d'orge	586 à 625 grammes
„ de seigle	683 à 722 „

(1) D'après *Rühlmann*, le poids par litre varierait entre les limites suivantes:

	Orge	Seigle	Froment	Avoine
min.	= 618gr.	685gr.	707gr.	430gr.
max	= 697	788	809	537

Digitized by Google

1 litre de froment . . . 742 à 781 grammes
„ d'avoine . . . . 410 à 488 „

379.

Rapport entre la farine, le son et le déchet.

Le tableau suivant contient les résultats d'une série d'expériences sur les rendements des moulins dans divers pays.

Désignation des pays.	100 kilogrammes de blés donnent			Observations.
	farine	son.	déchet.	
	Kilogram.	Kilogram.	Kilogram.	
France	75	23	2·0	Mouture en grosse.
Id.	77	22	1·0	Mouture économique.
Autriche	77·5	15·5	7·0	
Id.	80·4	16	3·6	
Amérique	75·4	22	3·0	
Poméranie	83	14	2·8	
Danzick	86	10	3·7	
Bavière	85	10	4·0	
Moyenne . .	80	16	4·0	

Le nombre des espèces de farine qu'on retire d'un même grain est également différent suivant les pays.

En France, la mouture en grosse de 100k. de blé donne 64k. de farine de 1ere. qualité, 3k. de farine de gruau, 8k. de farine 3e. qualité et 23k. de son.

La mouture économique fournit 36k. de farine de 1ere. qualité, 18k. de farine de gruau 16k. de farine de 2e qualité, 3k.5 de 3e, 3k.5 de 4e et 22k. de son.

380.

Données d'expérience relatives aux moulins à farine.

Soient:

D le diamètre de la meule (en mètres),
n le nombre des tours de cette meule par minute,
L la quantité de grains (en litres) qui est moulue par heure,
N la force motrice (en chevaux) nécessaire pour faire marcher les meules et les diverses machines auxiliaires.

Digitized by Google

L'examen d'un grand nombre de moulins a conduit aux relations suivantes:

$$N = \frac{L}{42} = 2{\cdot}66\ D = \frac{480}{n}$$

$$D = \frac{L}{112} = \frac{1}{2{\cdot}66}\ N;\ n = \frac{20160}{L}.$$

La vitesse de la meule à la circonférence est, en moyenne, par seconde, de $9^{m}{\cdot}42$.

Le tableau ci-dessous contient des résultats fournis par ces formules empiriques:

L = 84	126	168	210	litres
D = 0·75	1·12	1·50	1·87	mètres
n = 240	160	120	96	tours
N = 2	3	4	5	chevaux.

Les meules ont un diamètre variable de $1^{m}{\cdot}20$ à $1^{m}{\cdot}50$. Dans les nouveaux moulins perfectionnés, qui emploient de grandes meules ($1^{m}{\cdot}5$), la vitesse de rotation atteint 120 tours par seconde. La force absorbée et le rendement varient entre des limites assez éloignées, suivant la méthode de mouture employée. Une paire de meules exige de 5 à 7 chevaux; la quantité de blé moulue, par cheval et par heure, est, en moyenne, de 26 litres. Pour le seigle, le rendement est plus faible et atteint à peine 20 litres.

Digitized by Google

381.

Données relatives au rendement, à la vitesse et à la force motrice des diverses machines auxiliaires, employées dans les moulins.

Pl. XXXIX.

Désignation des machines.	Produit par heure en litres.	Force motrice en chevaux.	Vitesse des pièces principales.
Machines préparatoires.			
1ère Machine à nettoyer, avec cylindres en treillis de fil de fer, pour enlever la paille, la terre, les pierres, etc.	1000	0·25	—
Tours du cylindre par minute . . .	—	—	25
2ème Machine à nettoyer, avec deux batteurs et un ventilateur (Tarare) . . .	670	0·20	—
Tours des axes des batteurs	—	—	120
Tours des ailettes	—	—	60
3ème Machine à nettoyer avec pierres, brosses, ailettes (ramonerie)	670	1·00	—
Tours de la meule par minute . . .	—	—	170
„ de la brosse „ „ . . .	—	—	170
„ des ailettes „ „ . . .	—	—	340
Machine à nettoyer les blés, de Cartier, avec cylindre frotteur vertical et cylindre incliné, en fer blanc, pour enlever les grains de semence	400	1·00	—
Tours du cylindre vertical par 1′ . .	—	—	280
„ „ „ incliné par 1′ . .	—	—	28
Compresseur	1000	1·00	—
Tours du cylindre d'alimentation par 1′	—	—	5·5
„ „ „ de compression par 1′	—	—	30
Farine.			
Tamis à brosse	31	0·1	?
Tamis à cylindre avec bourse:			
Rotations par minute	—	—	24
Force motrice		0·13	—
Rendement pour une surface de tamis de 24m.q.	600 800	—	—
Machine de transport.			
Tire-sac	—	2	1m·5
Machine à élever (hauteur h)	9000	$\frac{h}{36}$	1m·3
Vis conductrice	1000	1	25

Digitized by Google

FABRICATION DU PAPIER. (1)

Pl. XL.

382.

Rapport entre le produit brut et le produit manufacturé.

100k.	de chiffons	de 1re	sorte	donnent	70k.	de	papier à lettre.
100	„	2e	„	„	70	„	papier à écrire.
100	„	3e	„	„	70	„	pap. à impression.
100	„	4e	„	„	64	„	pap. à emballage.

383.

Rendements des cylindres à papier.

Un cylindre à demi-pâte et un cylindre à pâte fournissent, en 12 heures de travail, les quantités suivantes de pâte préparée:

Pâte préparée	pour	papier	à lettre	. . .	= 103k.
„	„	„	à écrire	. . .	= 167
„	„	„	à impression	. .	= 167
„	„	„	d'emballage	. .	= 203

384.

Rendement de la machine à papier.

Une machine à papier fournit en 12 heures de travail:

Papier à lettre	310k.
Papier à écrire	500
Papier à impression . . .	500
Papier d'emballage . . .	610

385.

Personnel.

Une fabrique, avec 6 ou 8 cylindres, exige le personnel suivant:

---

(1) Les données suivantes se rapportent simplement aux préparations à faire subir aux chiffons Les papiers qu'on fabrique actuellement contiennent le plus souvent d'autres matières et, en particulier, du bois, qu'on réduit en fragments extrêmement petits au moyen de machines. Celle de *H. Völter* exige une force de 40 à 50 chevaux et fournit, en 24 heures, 500k. de bois préparé (calculé sur le poids sec).

Digitized by Google

Assortiment des chiffons . .	28	ouvriers
Salle des cylindres	2	„
Salle des machines	3	„
Assortiment du papier . . .	14	„
Buanderie	2	„
Chauffage	1	„
Total . .	50	ouvriers.

386.

Cylindres à papier.

Longueur d'une cuve de cylindre . .	$3^{m.}3$
Largeur „ „ „ . .	1·35
Profondeur „ „ „ . .	0·53
Diamètre du tambour „ . .	0·63
Largeur „ „ . .	0·63
Nombre de couteaux d'un tambour . . cylindre à demi-pâte	36
Nombre de couteaux d'un tambour . . „ à pâte . .	48
Nombre des tranchants du fond . . „ à demi-pâte	12
Nombre des tranchants du fond . . „ à pâte . .	16
Nombre de tours d'un tambour par minute „ à demi-pâte	166
Nombre de tours d'un tambour par minute „ à pâte . .	200
Nombre des tambours par machine	6 à 8
Force motrice pour un cylindre (en chevaux)	4 à 3

387.

Cuves de pâte.

Nombre de cuves par machine	2
Diamètre d'une cuve	$3^{m.}20$
Hauteur „	$1^{m.}22$
Nombre de tours du malaxeur par minute	3·5
Hauteur de la cuve au-dessus du sol de la salle des machines	$1^{m.}5$

388.

Machine à papier. (1)

Longueur de la machine	$12^{m.}4$
Largeur de la machine	$2^{m.}$

(1) Dans les nouvelles machines à papier, qui sont établies à 2 étages, comme, par ex., les machines de *Miller* et *Herbert*, la hauteur est, au plus, la moitié de celle qui est indiquée dans le texte.

Digitized by Google

Distance de la machine au mur	2m.
Nombre de secousses du batteur par minute . .	162 à 324
Nombre de coups du tamis à nœuds	250 à 350
Vitesse du papier par seconde	0m.13 à 0m.15
Force motrice (en chevaux)	3 à 4.

389.

Pompe à eau.

Quantité d'eau nécessaire par minute pour une paire de cylindres à papier (pâte et demi-pâte)	0m.c.14
Quantité d'eau nécessaire pour la machine	0m.c.14

Si la pompe a un cylindre à double effet ou deux cylindres à simple effet et si elle doit servir pour 1 machine et 6 cylindres à papier, on doit prendre:

Diamètre du piston	0m.2
Vitesse du piston	0·3

390.

Appareil d'aspiration.

Volume d'air qui doit être aspiré par minute.	1m.c.4
Hauteur du niveau d'eau intérieur au-dessus du niveau extérieur, au maximum	0m.3
Nombre des cloches	3
Diamètre d'une cloche	0m.24
Diamètre des manivelles	0m.25
Longueur de la machine	1m.15
Largeur de la machine	0m.5
Hauteur jusqu'à l'axe des manivelles	3m.

391.

Chaudière pour une fabrique de 6 cylindres et 1 machine.

Pour le chauffage des ateliers en hiver	6 chevaux
Pour le séchage du papier sur la machine	2 „
Pour le service de la buanderie	1 „

Digitized by Google

392.

Grandeur des locaux pour une fabrique de 6 à 8 cylindres avec 1 machine.

Locaux.	Longueur.	Largeur.	Hauteur.
Salle des cylindres (6 à 8 cylindres) .	10m.	11m.	3m.7
Salle pour 1 machine	18m.	6m.	3m.7
Salle pour assortir les chiffons . . .	18m.	6m.	3m.7
Salle pour assortir le papier	18m.	6m.	3m.7

FILATURE DE COTON.

393.

Numérotage des fils.

La finesse des fils, indiquée ci-après, se rapporte au numérotage français, dans les filatures de coton.

Division française.

1 écheveau = 10 échevettes = 700 tours de dévidoir = 1000 mètres
1 échevette = 70 tours de dévidoir = 100 mètres
1 tour de dévidoir = 1·428 mètres

Division anglaise.

1 hank = 7 leys = 560 tours de dévidoir = 840 yards = 2520 pieds
1 ley = 80 tours de dévidoir = 120 yards = 360 „
1 tour de dévidoir = 1·5 yards = 4·5 „

Réduction des numéros de fils anglais en numéros français, et inversement.

Les numéros des fils anglais (nombre d'écheveaux de fils, de 2520 pieds anglais de longueur, dont le poids est de 1 livre anglaise) doivent être multipliés par 0·847 pour obtenir les numéros français correspondants.

Les numéros français (nombre d'écheveaux de fils, de 1000 mètres de longueur, dont le poids est de $^1/_2$ kil.) doivent être multipliés par 1·180 pour obtenir les numéros anglais correspondants.

Le tableau suivant donne, pour chaque numéro anglais, le numéro français correspondant, et inversement.

Digitized by Google

N° anglais.	N° français.	N° anglais.	N° français.	N° anglais.	N° français.	N° anglais.	N° français.
2	1·69	26	22·0	58	49·1	90	76·2
3	2·54	28	23·7	60	50·8	100	84·7
4	3·39	30	25·4	62	52·5	110	93·1
5	4·23	32	27·1	64	54·2	120	101·5
6	5·08	34	28·8	66	55·9	130	110
7	5·93	36	30·5	68	57·6	140	118·5
8	6·77	38	32·2	70	59·3	150	127
9	7·62	40	33·9	72	61·0	160	135·5
10	8·47	42	35·6	74	62·7	170	144
12	10·2	44	37·3	76	64·3	180	152·5
14	11·9	46	38·9	78	66·0	190	161
16	13·5	48	40·6	80	67·7	200	169·5
18	15·2	50	42·3	82	69·4	220	186
20	16·9	52	44·0	84	71·1	240	203
22	18·6	54	45·7	86	72·8	260	220
24	20·3	56	47·4	88	74·5	280	237

394.

Longueur des fibres des divers cotons.

	Longueur des fibres en millimètres.
Cotons de Smyrne, Kirkajatz, Macédoine, Kinick .	16 à 18
Louisiane, Nouvelle-Orléans, Manille, Caroline, coton court de Géorgie	18 à 23
Coton long de Géorgie, Motril, Surinam, Barbados, Caracas	25 à 29
Mako, Fernambouc	32 à 38

395.

Travail des batteurs, des cardes, des machines à étirer.

Un welou (loup) rend, en 12 à 13 heures de travail .	2000kil.
Un batteur éplucheur	700
Un batteur étaleur	700
Une carde simple en gros ou en fin, de 0m·57 de largeur	12
Une carde double en fin ou en gros de 0m·97 de largeur	20
Une machine à étirer	30

Pour trouver le nombre de ces dernières machines, qui sont nécessaires pour une production déterminée par jour, il faut di-

Digitized by Google

viser cette production (exprimée en kilogrammes) par les nombres 30, 15, 10, 7·5, suivant que l'étirage doit se faire une, deux, trois ou quatre fois.

396.

Résultats relatifs aux bancs-à-broches.

Le tableau suivant contient les donnés les plus importantes relatives aux bancs-à-broches pour des fils de diverses finesses.

La première colonne verticale indique les numéros des fils qui doivent être fournis par les métiers, après l'opération de la filature.

Dans la colonne A se trouvent les numéros des mèches que doivent fournir les bancs-à-broches, pour des fils de différentes finesses. Pour les numéros de 10 à 70, il faut employer 2 bancs-à-broches, pour ceux de 70 à 150, il en faut 3.

La colonne B donne le nombre de tours que doivent faire, par minute, les bobines du premier, du second et du troisième banc-à-broches.

La colonne C indique le nombre des torsions que doivent recevoir, par mètre de longueur, les mèches de ces mêmes bancs-à-broches.

Enfin la colonne D donne les rendements en kilogrammes, pour 12 heures de travail, d'une broche de ces mêmes machines.

Les nombres, contenus dans les colonnes B, C, D, ont été calculés par les formules empiriques suivantes:

$$n = 425 + 25\,M$$

$$Z = 148 \sqrt{\frac{M}{10 + 0{\cdot}2\,N}}$$

$$L = 0{\cdot}36\,\frac{n}{M\,Z}$$

M numéro de la mèche,
N numéro du fil,
n nombre de tours d'une broche par minute,
Z le nombre des torsions d'une mèche du numéro M, par mètre de longueur,
L le rendement d'une broche, en kilogrammes, pour 12 heures de travail.

Digitized by Google

397.

Banc-à-broches.

Numéros des fils.	A Numéros des mèches			B Rotations des broches par minute.			C Torsions par mètre de longueur.			D Rendement d'une broche (en kilogr. et en 12 heures).		
	Banc-à-broches. N° I.	Banc-à-broches. N° II.	Banc-à-broches. N° III.	Banc-à-broches. N° I.	Banc-à-broches. N° II.	Banc-à-broches. N° III.	N° I.	N° II.	N° III.	N° I.	N° II.	N° III.
10	0·33	1	—	433	450	—	24·5	43	—	19·270	3·760	—
20	0·66	2	—	441	475	—	32·1	56	—	7·480	1·520	—
30	1·00	3	—	450	500	—	37	64	—	4·360	0·937	—
40	1·33	4	—	458	525	—	40	70	—	3·100	0·674	—
50	1·66	5	—	466	550	—	43	74	—	2·350	0·534	—
60	2·00	6	—	475	575	—	45	77	—	1·900	0·447	—
70	2·33	7	—	483	600	—	46	80	—	1·622	0·386	—
80	1	4	8	450	525	625	29	58	82	5·586	0·814	0·358
90	1·1	4·5	9	452	537	650	29	59	84	5·101	0·734	0·309
100	1·2	5	10	455	550	675	30	60	86	4·522	0·660	0·282
110	1·4	5·5	11	460	562	700	31	61	87	3·815	0·603	0·263
120	1·5	6	12	463	575	725	31	62	88	3·584	0·556	0·247
130	1·6	6·5	13	466	587	750	31	63	89	3·346	0·516	0·233
140	1·7	7	14	467	600	775	31	63	90	3·190	0·419	0·221
150	1·8	6·5	15	470	612	800	31	63	91	3·032	0·466	0·211

Digitized by Google

398.

Vitesse et rendement des broches dites Throstle.

Soient:
N le numéro du fil qu'on veut obtenir,
n le nombre de tours d'une broche par minute,
L le rendement d'une broche (en kilog. et en 12 heures);
on a:

$$L = \frac{3}{400} \frac{n}{N^2}$$

Ordinairement le nombre de tours, par minute, est égal à 4000, et on a alors:

Pour N =	10	20	30	40	50
L =	0·30	0·075	0·033	0·019	0·012

399.

Machine à tubes ou Rota-frotteur.

Numéro de la mèche . . . . . = 0·33
Vitesse des tubes par minute . . . . . = 4000 tours
Rendement d'un tube en 12 heures de travail . = 15 kil.

400.

Mule-Jenny.

Le tableau suivant contient les données les plus importantes relatives aux Mule-Jenny.

La première colonne verticale contient les numéros des fils, la deuxième indique les longueurs que doivent avoir les fibres élémentaires du coton pour filer des numéros de diverses finesses.

La troisième colonne verticale donne le nombre de tours de la broche par minute. On a indiqué deux vitesses du numéro 100 au N°. 150; la première est le nombre de tours des broches pendant l'avance du chariot, la dernière le nombre des tours des broches pour l'arrière-torsion, quand le chariot a cessé son mouvement. La quatrième et la cinquième colonnes donnent le nombre des torsions, par mètre de longueur de fil, pour chaîne et trame.

La cinquième et la sixième colonne indiquent le rendement d'une broche en 12 heures de travail.

Digitized by Google

Ce tableau a été calculé au moyen des formules empiriques suivantes :

λ longueur des filaments du coton pour fil du numéro N . . . . . $= \sqrt[3]{437\,N - 1626}$

Torsion par mètre de longueur de fil de chaîne $= 900 \sqrt{\frac{N}{\lambda}}$

" " " " de trame $= 720 \sqrt{\frac{N}{\lambda}}$

Rendement d'une broche en 12 heures (chaîne) $= \frac{13}{N^{1\cdot66}}$

" " " " " (trame) $= \frac{16}{N^{1\cdot66}}$

401.

Métiers Mule-Jenny.

Numéro du fil.	Longueur des fibres en millimètres.	Nombre de tours des broches par minute.	Torsions par mètre de longueur.		Produit d'une broche en 12 heures.	
			Chaîne.	Trame.	Chaîne.	Trame.
					Kilogrammes.	Kilogrammes.
10	14	4200	796	637	0·2840	0·355
20	20	4000	900	720	0·0900	0·112
30	23	3800	981	785	0·0465	0·058
40	25	3600	1053	842	0·0285	0·036
50	27	3400	1107	885	0·0197	0·024
60	29	3200	1143	914	0·0146	0·018
70	30	3000	1197	948	0·0112	0·014
80	32	2800	1224	979	0·0090	0·012
90	33	2600	1260	1008	0·0074	0·00925
100	35	2400 4800	1278	1022	0·0062	0·00775
110	36	2200 4400	1305	1044	0·0053	0·00662
120	37	2000 4000	1332	1065	0·0046	0·00575
130	38	1800 3600	1359	1087	0·0040	0·00500
140	39	1600 3200	1377	1102	0·0037	0·0046
150	40	1400 2800	1395	1116	0·0032	0·0040

Digitized by Google

402.

Force motrice nécessaire pour les machines d'une filature de coton, y compris la transmission.

	Chevaux.
Batteur éplucheur double avec un ventilateur	3
Batteur étaleur avec 1 batteur et un ventilateur . . .	2
Carde simple de $0^{m}\cdot57$ de largeur	0·13
Carde double de $0^{m}\cdot97$ „	0·22
Carde de déchets de $0^{m}\cdot97$ „	0·29
Une machine à étirer	0·041
Une broche de banc-à-broches, pour mèches du n° 0·5 à 2	0·0085
„ „ „ n° 2 à 6	0·0073
„ „ „ n° 6 à 12	0·0063
Une bobine à tube	0·0238
Une broche d'un métier Throstle	0·0095
Une broche d'un métier Mule-Jenny	0·00228

403.

Espace nécessaire pour l'établissement des machines d'une filature de coton.

On obtient l'espace nécessaire pour l'établissement des machines d'une filature, en multipliant les nombres contenus dans le tableau suivant par le nombre des machines ou des broches.

	Espace exigé. Mèt. carrés.
Batteur éplucheur avec deux ailettes	11·4
Batteur étaleur	10
Carde en fin ou en gros de $0^{m}\cdot97$ de largeur	·9
Une réunisseuse	2·6
Une machine à repasser les cardes	5·1
Une machine à étaler à 5 cylindres	0·6
Une broche de banc-à-broches pour mèches du n° 0·5 à 2	0·3
„ „ „ n° 2 à 4	0·2
„ „ „ n° 4 à 6	0·15
„ „ „ n° 8 à 12	0·12
Une bobine à tube	0·54
Une broche d'un métier Throstle	0·09

Digitized by Google

		Espace exigé. Mèt carrés.
Une broche d'un métier Mule-Jenny pour fil du n°	10 à 20	0·117
» » » »	20 à 40	0·105
» » » »	40 à 60	0·093
» » » »	60 à 100	0·081

404.

Utilité des trois tableaux suivants.

A l'aide des données précédentes, il est facile de déterminer, pour une production journalière, les machines, ainsi que la force motrice et l'espace nécessaires; toutefois, on peut arriver au but plus simplement, en se servant des trois tableaux suivants, qui indiquent, d'une manière très claire, les rendements des appareils pour les divers fils.

405.

Machines pour filer par jour 100 kilogrammes de fil de chaîne.

Désignation des machines.	Nombre des machines ou des organes nécessaires pour produire les fils des numéros suivants:								
	10	20	30	40	60	80	100	120	140
Batteurs épl.	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	—	—	—
Batteurs étaleurs	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	—	—	—
Cardes en gros de $0^{m}\cdot97$ de largeur . . .	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Cardes en fin de $0^{m}\cdot97$ de largeur . . .	—	—	5	5	5	5	5	5	5
Machines à étirer	6	6	10	10	10	10	13	13	13
Banc à broches N° 1, broches	5	13·3	22·9	32·2	52·6	17·9	22·1	27·8	31·3
Banc à broches N° 2, broches	26·6	65·8	106	148	223	122	151	179	205
Banc à broches N° 3, broches	—	—	—	—	—	279	354	405	452
Mule-Jenny, broches	353	1111	3150	3510	6850	11111	16130	21740	27090

Digitized by Google

406.

Force motrice nécessaire pour produire par jour 100 kilogrammes de fil de chaîne (Mule).

Désignation des machines.	Force motrice (en chevaux) pour filer les numéros suivants:								
	10	20	30	40	60	80	100	120	140
Batteurs éplucheurs	0·428	0·428	0·428	0·428	0·428	0·428	—	—	—
Batteurs élateurs	0·286	0·286	0·286	0·286	0·286	0·286	—	—	—
Cardes en gros de 0m·97 de largeur	1·100	1·100	1·100	1·100	1·100	1·100	1·100	1·100	1·100
Cardes en fin de 0m·97 „	—	—	1·100	1·100	1·100	1·100	1·100	1·100	1·100
Machines à étirer ou laminoirs . .	0·246	0·246	0·410	0·410	0·410	0·410	0·533	0·533	0·533
Banc-à-broches N° 1	0·043	0·113	0·195	0·274	0·447	0·152	0·188	0·236	0·266
Banc-à-broches N° 2	0·226	0·559	0·774	1·080	1·628	0·891	1·102	1·307	1·497
Banc-à-broches N° 3	—	—	—	—	—	1·758	2·230	2·552	2·848
Broches (Mule-Jenny)	0·800	2·533	4·902	8·000	19·18	25·33	36·78	49·57	61·76
Force motrice totale pour 100 kil. .	3·126	5·265	9·195	12·678	24·579	31·455	43·033	56·398	69·104
Nombre des broches par cheval . .	112	210	233	280	280	336	374	385	400

Digitized by Google

407.

Espaces nécessaires pour les machines correspondant à une production journalière de 100 kilogrammes de fil.

Désignation des machines	Espaces pour l'établissement des machines (en mètres carrés) Numéros des fils:								
	10	20	30	40	60	80	100	120	140
Batteurs éplucheurs	2	2	2	2	2	2	—	—	—
Batteurs étaleurs .	1·3	1·3	1·3	1·3	1·3	1·3	—	—	—
Cardes en gros . .	45	45	45	45	45	45	45	45	45
Cardes en fin . . .	—	—	45	45	45	45	45	45	45
Laminoirs	3·6	3·6	6	6	6	6	7·8	7·8	7·8
Banc-à-broches N° 1	1·5	4·0	7	10	16	5·4	6·6	8·4	9·4
Banc-à-broches N° 2	5·3	13·2	21	30	45	25	30	36	41
Banc-à-broches N° 3	—	—	—	—	—	42	53	61	68
Métiers Mule-Jenny	42	130	225	368	639	1033	1307	1761	2194
Nombre de salles pour ces métiers .	1	2	2	3	3	3	3	3	3
Surface d'une salle	59	69	127	139	177	267	371	492	600
Nombre des broches (Mule-Jenny) établies dans la salle des cardes	—	—	–	—	210	1200	2280	3575	4774
Espace qu'occupent les broches dans cette salle	—	—	—	—	17	97	184	289	386
Espace occupé par les machines préparatoires dans la même salle	59	69	127	139	159	172	188	203	216

Ces espaces doivent être considérés comme des minima. On n'y a pas compris les bureaux, les magasins et autres locaux accessoires.

La salle des cardes ne contient que des machines préparatoires dans les filatures des fils gros et demi-fins; dans les filatures de fin, on y établit une partie des métiers Mule-Jenny. La deuxième et la troisième colonnes horizontales (à partir du bas) donnent, à ce sujet, les renseignements nécessaires.

Digitized by Google

408.

Renseignements relatifs à la disposition des machines et des transmissions d'une filature. Pl. XLI.

Les données, contenues dans cette planche, comprennent: 1° les dimensions principales des machines; 2° les emplacements des poulies motrices; 3° les grandeurs et les vitesses de ces poulies.

K désigne le nombre des têtes d'un banc à étirer,
S le nombre des broches ou tubes d'une machine,
L la longueur d'une machine avec S broches ou tubes,
s le nombre des broches réunies dans un système,
l la longueur d'un système,
N° le numéro qui correspond au produit (ruban, mèche, fil) fourni par une machine.

409.

Poids d'un mètre de longueur d'une ouate, d'un ruban, d'une mèche ou d'un fil d'un certain numéro.

G désignant ce poids (en kilogrammes),
N le numéro correspondant à la finesse du produit,

on a:

$$G = \frac{1}{2000\,N} \qquad N = \frac{1}{2000\,G}$$

410.

Rendement d'une machine ou d'un organe.

Soient:

C la vitesse (en mètres et par seconde) du mouvement d'une ouate, d'une mèche ou d'un fil, en un point quelconque d'une machine,
N le numéro qui correspond à la finesse du produit,
L le rendement (en kil. et en 12 heures de travail), qui correspond à ce mouvement;

on a:

$$L = 21{\cdot}6\,\frac{C}{N} \qquad N = 21{\cdot}6\,\frac{C}{L}.$$

Digitized by Google

411.

Balance pour assortir les fils.

Une balance pour assortir les fils doit être établie de telle sorte que l'aiguille soit horizontale, lorsqu'on y pose un écheveau de fil, dont le numéro est égal à la moyenne arithmétique des numéros extrêmes que la balance est destinée à assortir (le plus bas et le plus élevé); en outre, l'aiguille doit se placer à 45° au-dessus de la direction horizontale et à 45° au-dessous, lorsqu'on pose respectivement, sur la balance, un écheveau du numéro le plus bas et un écheveau du numéro le plus élevé.

Si on désigne par:

N le numéro supérieur } des fils que la balance doit assortir,
n „ inférieur }
$90^0 + \alpha$ l'angle que forment les deux lignes menées du point de rotation du levier coudé au centre de gravité de ce levier et au point de suspension,
p le poids du levier coudé (en kilog.),
a la distance du centre de gravité du levier au point de rotation,
b la distance du point de suspension au même point,
pour que la balance jouisse des propriétés ci-dessus indiquées, on doit avoir les relations:

$$\text{tang. } \alpha = \frac{N + n}{N - n}; \; p = 2 \frac{b}{\alpha} \frac{\sin \alpha}{N + n}$$

Pour N = 60, n = 20, on trouve:

$$\alpha = 63^0\, 26'; \; p = 0{\cdot}0224 \frac{b}{a} \text{ (kil.)}$$

L'échelle sur le cadran doit être tracée de manière à donner des longueurs égales pour les parties des tangentes d'arcs correspondant aux divisions.

412.

Résultats d'expérience relatifs au tissage mécanique.

Les deux tableaux suivants renferment les données les plus importantes relatives au tissage mécanique de toiles de coton unies.

Digitized by Google

Désignation de la toile.	N° de la chaîne.	N° de la trame.	Nombre des fils de chaîne ou de trame sur un centimètre.	Nombre des mouvements des peignes par minute.	Poids d'un mètre carré de la toile.	Surface tissée en 12 heures (en mèt. car.) théorique.	Surface tissée en 12 heures (en mèt. car.) pratique.	Poids des surfaces tissées en 12 heures.	Nombre de métiers pour un tissage de 100k. de fils par jour.
Cretonne	10	12	17	114	0·158	48	36	5·69	18
—	15	18	20	110	0·130	39	29	3·77	27
—	20	25	23	107	0·104	33	24	2·50	40
Calicot	25	32	26	104	0·091	29	22	2·00	50
—	30	39	29	101	0·084	25	19	1·60	63
—	35	45	31	98	0·078	23	17	1·33	75
—	40	52	34	94	0·075	20	15	1·13	88
—	45	59	37	91	0·072	18	13	0·94	107
Mousseline	50	66	39	88	0·068	16	12	0·82	123
—	55	71	41	85	0·066	15	11	0·73	138
—	60	80	45	82	0·065	13	9·7	0·63	159
—	65	86	47	78	0·063	12	9·0	0·57	176
Jaconas	70	93	50	75	0·062	11	8·3	0·51	194
—	75	100	53	72	0·062	9·7	7·3	0·45	221
—	80	107	56	69	0·061	8·8	6·6	0·40	248
—	85	116	59	66	0·061	8·0	6·0	0·37	273
—	90	120	61	62	0·060	7·3	5·4	0·32	309
—	95	129	66	59	0·060	6·5	4·9	0·29	430
—	100	134	67	56	0·059	6·0	4·5	0·26	377

Désignation des machines.	Nombre des machines par 100 métiers.	Nombre des machines pour employer journellement 100 kilogr. de fils du n° 30 à 40 dans le tissage.	Force motrice (en chevaux-vapeur) pour une machine.	Emplacement (en mètres carrés) d'une machine.	Tours des poulies motrices par minute.
Métier à tisser . . .	100	88	0·10	4·06	100
Machine à encoller la chaîne	3 à 4	2·6 à 3·5	0·70	30	130 à 140
Bobinière avec 114 broches	1	0·88	0·20	10	110 à 120
Banc à ourdir . . .	2	1·76	0·10	32	95

Digitized by Google

FABRICATION DU FER.

PRODUCTION DE LA FONTE.

413.

Classification des minerais de fer.

Le tableau suivant donne un aperçu de la quantité de fer contenue dans divers minerais.

Espèces.	Variétés.	Teneur en fer. Minimum.	Maximum.
Combinaison de protoxyde et de sesquioxyde de fer	fer magnétique . . .	0·60	0·70
Sesquioxyde de fer .	fer oligiste	0·40	0·60
	hématite rouge . . .	0·50	0·70
	fer ocreux	0·35	0·45
Hydrate de peroxyde de fer	noir	0·30	0·40
	brun	0·40	0·50
	jaune	0·35	0·55
Carbonate de protoxyde de fer	fer spathique	0·35	0·45
	fer spathique brun . .	0·35	0·45
	fer spathique argileux .	0·30	0·45
Silicates de fer . . .	protoxyde	0·15	0·45
	sesquioxyde	0·15	0·45

414.

Grillage des minerais.

Dans un four on peut griller, en 24 heures, 15000 à 20000 kilogr. de minerai. Le grillage de 100 kilogr. de minerai exige 4 à 5 kilog. de houille.

415.

Poids d'un mètre cube de charbon de bois.

Charbon de bois de hêtre (branches)	260 à 280	kil.
„ „ hêtre (rondins)	230 à 240	„
„ „ chêne (branches)	220 à 230	„
„ „ chêne fendu	200 à 210	„
„ „ tendre	140 à 180	„
„ „ de pin et sapin	180 à 220	„

Digitized by Google

416.

Rapport du poids du charbon à celui du bois.

1° Carbonisation rapide	0·12 à 0·18
2° Carbonisation lente	0·32 „ 0·33
3° Carbonisation ordinaire . . .	0·26 „ 0·27

Le rapport entre le volume du charbon et celui du bois dont il provient est de 0·5 à 0·8. Les meules de carbonisation contiennent ordinairement 45 à 60 mètres cubes de bois. La durée de l'opération varie de 6 à 8 jours.

417.

Bois torréfié.

Depuis un certain nombre d'années, on a essayé de remplacer le charbon par du bois à demi-carbonisé, pour l'exploitation des hauts-fourneaux, et on a obtenu généralement des résultats satisfaisants sous le rapport économique. La torréfaction ou la demi-carbonisation du bois se fait dans des caisses en fonte, qui sont exposées à l'action d'air chauffé à 300°. Pour 100 parties (en poids) de bois, on obtient 45 à 60 parties (en poids) de bois torréfié.

418.

Carbonisation de la houille. Fabrication du coke.

Lorsque la carbonisation a lieu en tas, à l'air libre, dans de bonnes conditions, on obtient les résultats suivants:

100 parties (en poids).	Parties de coke (en poids).
Houilles grasses	40 à 45
Houilles moyennes	50 „ 55
Houilles maigres	60 „ 70

La durée de la carbonisation, dans un air calme, est:

Pour les houilles maigres . .	14 à 15 heures.
Pour les houilles grasses . .	36 à 48 heures.

Si la carbonisation se fait dans des fours, on retire 65 à 69 kilog. de coke de 100 kilog. de houille. La durée de l'opération est, dans ce cas, de 21 à 22 heures.

Si on désigne par C le rendement théorique en coke de 100$^{k.}$ de houille, lequel est à déterminer par une expérience au

Digitized by Google

creuset, pour chaque espèce de houille, et qui varie entre des limites très éloignées (60 à 95$^{k.}$), le rendement effectif en coke a les valeurs suivantes, dans les différents procédés de carbonisation:

1° Fours d'*Appolt*; rendement réel = C, (contenance par compartiment 1400$^{k.}$, durée de la carbonisation 24 heures.)

2° Fours de *Smet* et *Gobiet* avec sole chauffée; rendement réel = 0·95 C (charge 2000 à 2200$^{k.}$, durée de la carbonisation 24 heures).

3° Système de *Rexroth* et *François*, avec sole chauffée; rendement réel = 0·9 C (charge 4000 à 5000$^{k.}$, durée de la carbonisation 48 heures).

4° Fours ronds à coupole et fours rectangulaires, avec sole non chauffée; rendement réel = 0·8 à 0·85 C (charge 3000 à 5000$^{k.}$, durée de la carbonisation 36 à 60 heures).

EXPÉRIENCES RELATIVES A L'EXPLOITATION DES HAUTS-FOURNEAUX.

419.

Production d'un haut-fourneau, au charbon de bois.

La quantité de fonte, que fournit un haut-fourneau, dépend principalement de sa plus grande section horizontale et de la masse d'air injecté. La hauteur du fourneau n'a qu'une assez faible influence sur la quantité produite, mais elle dépend de la fusibilité des minerais. Avec des minerais présentant à peu près le même degré de fusibilité, la plus grande production correspond à ceux qui sont les plus riches en fer.

Si on veut obtenir le maximum de production, il faut que la hauteur du fourneau, pour des minerais difficilement fusibles et pour des charbons compactes, soit plus grande que pour des minerais fusibles et pour des charbons légers.

420.

Insufflation d'air.

La quantité d'air à insuffler dans un fourneau à charbon de bois, pour obtenir une marche régulière, doit être de 10$^{m.c.}$ à 12$^{m.c.}$8, par minute, pour chaque mètre carré de sa plus grande section, en supposant la densité de cet air ramenée à la pression

Digitized by Google

de l'atmosphère. Si la quantité d'air est moindre, la production diminue et la consommation de charbon augmente proportionellement. Si la quantité d'air est, au contraire, plus considérable, la quantité de combustible augmente, sans qu'il en soit de même de la production de fer.

421.

Consommation de charbon de bois.

Lorsque la marche d'un haut-fourneau est convenablement réglée, on consomme 80 à 100 kilog. de charbon de bois, par heure et par mètre carré de la plus grande section. Il résulte de là que, pour 1 kilog. de charbon, il faut employer environ $7^{m.c.}7$ d'air. La consommation de charbon de bois, pour 100 kilog. de fonte, peut être évaluée ainsi qu'il suit pour différents minerais:

Nature des minerais.	Quantité de fer contenue dans 100 kil. de minerai.	Consommation de charbon de bois pour une production de 100 kil. de fonte.
Minerais facilement fusibles	25 à 30	66 à 90
	30 „ 35	90 „ 110
	35 „ 40	120 „ 130
Minerais de fusibilité moyenne	30 à 40	110 „ 140
	40 „ 50	140 „ 180
	50 „ 60	180 „ 210
Minerais difficilement fusibles	30 à 40	160 „ 200
	40 „ 50	200 „ 250
	50 „ 60	250 „ 300

Les limites inférieures, pour la consommation du charbon de bois, correspondent à la production de la fonte blanche, les limites supérieures à la fonte grise.

Les fourneaux bas consomment relativement plus de combustible que les fourneaux d'une grande hauteur.

422.

Hauts-fourneaux au coke et à l'air froid.

Avec le coke, la quantité d'air nécessaire pour la bonne marche d'un haut-fourneau est de $6^{m.c.}25$ à $8^{m.c.}75$ pour chaque mètre carré de section. A cette quantité d'air correspond une consommation de coke de 50 à 70 kil., par mètre carré de section et par heure. Un kil. de coke exige, pour sa combustion, $7^{m.c.}5$

Digitized by Google

d'air.(1) Avec cette quantité d'air, il faut, pour produire 100 kil. de fonte, employer les quantités de coke suivantes:

Minerais facilement fusibles . .	180 à 210 kil.
Minerais de fusibilité moyenne .	210 à 260 „
Minerais difficilement fusibles .	260 à 300 „

423.

Tension de l'air dans les tuyaux de conduite, près des tuyères.

Cette tension se détermine, en général, d'après la nature du combustible. La différence entre cette tension et la pression atmosphérique est, en centimètres de mercure:

	Centimètres.
Charbon de bois tendre	2 à 3
Charbon de bois résineux . . .	3 „ 4
Charbon de bois dur	4 „ 6
Coke léger	8 „ 13
Coke compacte	13 „ 19

424.

Marche d'un haut-fourneau à l'air chaud.

L'emploi de l'air chaud, dans les hauts-fourneaux, a permis de constater jusqu'ici les résultats suivants:

1° La fusion a lieu régulièrement et rapidement; la production est de moitié plus élevée qu'avec l'emploi de l'air froid.

2° La consommation de combustible, nécessaire pour la production d'une certaine quantité de fonte, est de $\frac{1}{6}$ à $\frac{1}{3}$ plus faible qu'avec l'air froid.

---

(1) Cette quantité d'air, de même que celle du N° 421 pour le charbon de bois, serait suffisante pour brûler complétement le carbon du coke en le transformant en acide carbonique.

D'après *R. Peters*, en désignant par p la teneur en carbone du coke, (ou du charbon de bois) la quantité d'air à insuffler, pour 1 kilogr. de coke (ou de charbon de bois), ne serait que de 0·0445 p (en mèt. cub.), ce qui, pour p = 85, en moyenne, donne $3^{m.c}8$ ou $4^{k}9$ d'air; cette quantité n'est que la moitié de celle que nous avons indiquée; mais, en réalité, l'air insufflé doit simplement transformer le carbone en oxyde de carbone, lequel agit, comme réducteur, sur l'oxyde de fer.

Digitized by Google

3° La quantité d'air chaud à insuffler dans un haut-fourneau, pour la production d'une certaine quantité de fonte, est de $\frac{1}{4}$ plus faible que celle de l'air froid et la tension dans les buses de $\frac{1}{3}$ plus petite.

4° L'emploi de l'air chaud permet de remplacer le coke par la houille et le charbon de bois par le bois à l'état naturel ou du moins simplement torréfié.

5° La fonte, obtenue à l'air chaud, est très douce, d'une teinte grise et d'une faible résistance; comme elle remplit très exactement les moules, on l'emploie, de préférence, pour les pièces de fonte moulée.

6° La qualité du fer, provenant d'une fonte de ce genre, parait, dans la plupart des cas, moins satisfaisante; mais il peut se faire que ce résultat doive être attribué à l'ignorance où l'on est encore des circonstances qui influent sur la qualité du fer.(1)

425.

Formation des scories.

Une production de fer, dans de bonnes conditions sous le rapport de la quantité et de la qualité, correspond toujours à la formation d'une certaine quantité de laitiers ou de scories. Pour 100 kil. de fonte, cette quantité a les valeurs suivantes:

	Kil. de scories
Fours au coke donnant de la fonte grise . . .	259 à 298
Fours au coke donnant de la fonte blanche ou demi-blanche	137 „ 201
Fours au charbon de bois, donnant de la fonte grise	230 „ 280
Fours au charbon de bois, donnant de la fonte destinée à la fabrication du fer	120 „ 170

(1) L'expérience a montré que l'emploi de l'air chauffé était avantageux pour la fonte de puddlage. La température la plus convenable pour l'air insufflé dépend, dans ce cas, non seulement de la qualité du fer qu'on veut obtenir, mais encore de la nature du minerai et de celle du combustible. Pour le charbon de bois, elle varie de 100 à 250°, pour le coke, de 100 à 350°; pour l'anthracite, elle s'élève à 400° et au delà; elle doit d'ailleurs être plus forte pour la fonte grise que pour la fonte blanche ou demi-blanche.

Digitized by Google

426.

Fondants.

Les fondants ont pour but, soit de saturer par des bases terreuses les silicates, contenus en grande quantité dans les minerais, soit de remplacer, par des substances quartzeuses, les silicates, lorsque ces derniers viennent à manquer, soit enfin de faciliter le passage des substances terreuses dans les scories, par la formation de plusieurs silicates composés.

427.

Dimensions d'un haut-fourneau.

Les règles suivantes, relatives à la détermination des dimensions d'un haut-fourneau, ont été déduites de l'examen comparatif d'un grand nombre d'installations existantes. Les dimensions, fournies par ces règles, ne doivent, par suite, être considérées que comme des valeurs moyennes et il convient de les modifier, dans chaque cas spécial, suivant le degré de fusibilité des minerais et la nature du combustible.

Si on désigne par:

E la quantité de fonte (en kilog.) qu'un haut-fourneau doit produire en 24 heures,

k la quantité de combustible (en kilog.) pour cette production,

D le diamètre de la plus grande section horizontale du fourneau,

H la hauteur du fourneau, depuis le fond du creuset jusqu'au gueulard (non compris la cheminée),

on a:

Fourneaux au charbon de bois . . .	$D = \sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{k\,E}{216000}}$ mèt.
Fourneaux au coke	$D = \sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{k\,E}{117600}}$ "
Diamètre du gueulard	0·43 D
Diamètre inférieur de l'étalage . . .	0·31 D
Largeur du creuset	0·22 D
Longueur "	0·60 D
Hauteur du fourneau	H = 3·43 D
Hauteur de la cheminée au-dessus du gueulard	0·24 H
Hauteur de la cuve	0·66 H
" de l'étalage	0·18 H
" de l'ouvrage	0·16 H

Digitized by Google

D'après *R. Peters*, on peut prendre, comme valeurs moyennes, les dimensions suivantes:

	Haut-fourneau au charbon de bois	Haut-fourneau au coke.
Hauteur du fourneau	$10^{m.}$	$15^{m.}$
„ de l'ouvrage	$1^{m.}6$	$1^{m.}9$
„ de l'étalage	$1^{m.}9$	$3^{m.}1$
„ de la cuve	$6^{m.}5$	$10^{m.}$
Diamètre du gueulard	$1^{m.}25$	$2^{m.}8$
Diamètre du ventre	$2^{m.}5$	$4^{m.}4$
Nombre des tuyères	2	3 à 6
Hauteur des axes des tuyères au-dessus de la dalle du fourneau	$0^{m.}47$	$0^{m.}78$

Autrefois l'étalage et la cuve étaient toujours formés de troncs de cônes, ayant pour base commune le cercle du ventre. Dans les nouveaux fourneaux, le ventre est souvent formé d'une partie cylindrique, de 2 à $3^{m.}$ de hauteur, qui va en se retrécissant vers le haut. Dans plusieurs fourneaux, on donne la même inclinaison à l'étalage et à la partie supérieure de l'ouvrage, ou même à cet ouvrage tout entier.

428.

Rendement, consommation de combustible et d'air de hauts-fourneaux de diverses grandeurs.

Le tableau suivant donne un aperçu de la production et de la consommation de hauts-fourneaux de diverses grandeurs. On a adopté, pour l'établissement de ce tableau, les données suivantes:

Fourneaux à coke (1) . . .	235 kil. de coke pour $100^{k.}$ de fonte. $6^{m.c.}18$ d'air, par minute et par mètre carré de section. 49 kil. de coke, par heure et par mètre carré de section.

(1) Avec les proportions qu'on admet aujourd'hui, l'emploi de l'air chaud fournit, en général, des résultats plus avantageux; ainsi, par exemple, la quantité de coke employée est inférieure à $235^{k.}$ par 100^{k} de fonte, de même que la quantité d'air reste notablement au-dessous de $6^{m.c.}18$ par kil. de coke. Dans les hauts-fourneaux de Westphalie, d'après *R. Peters*, pour

Digitized by Google

Fourneaux à charbon de bois	160 kil. de charbon de bois pour 100k. de fonte 11m.c.56 d'air, par minute et par mètre carré de section. 90 kil. de charbon de bois, par heure et par mètre carré de section.

D diamètre du fourneau.	H hauteur du fourneau.	Fourneaux à charbon de bois et à air froid.			Fourneaux à coke et à air froid.		
		Production de fonte par 24 heures.	Consommation de charbon de bois (24 heures).	Consommation d'air par minute	Production de fonte par 24 heures.	Consommation de coke (24 heures).	Consommation d'air par minute.
Mètres.	Mètres.	Kilogrammes	Kilogrammes	Mèt. cub.	Kilogrammes	Kilogrammes	Mèt. cub.
2·0	6·86	4241	6786	36·3	1572	3695	19·4
2·5	8·58	6627	10603	56·7	2457	5773	30·3
3·0	10·3	9543	15263	81·7	3537	8313	43·7
3·5	12·0	12989	20782	111·2	4814	11314	59·5
4·0	13·7	16964	27143	145·3	6289	14778	77·7
4·5	15·4	21471	34353	183·9	7959	18703	98·3
5·0	17·2	26507	42412	227·0	9826	23091	121·3

SOUFFLERIES DES HAUTS-FOURNEAUX.

429.

Consommation d'air d'un haut-fourneau.

La consommation d'air des hauts-fourneaux, d'après les indications précédentes, est de:

Fourneaux à charbon de bois	10m.c.25 à 12m.c.85, par minute et par mètre carré de la plus grande section.
Fourneaux à coke .	6m.c.18, par minute et par mètre carré de la plus grande section.

100 kil de fonte, on n'emploie que 125k. de coke et 100k. de castine. La quantité d'air insufflé (ramenée à la pression atmosphérique) est de 3m.c 9 pour 1 kil. de coke.

Digitized by Google

430.

Pression de l'air dans la soufflerie.

Cette pression, qui dépend de la nature du combustible, se détermine d'après les indications du N°. 423.

431.

Vitesse du piston.

La vitesse du piston, par seconde, a pour valeurs:

Petites souffleries en bois	$0^{m}\cdot75$ à $1^{m}\cdot00$
Grandes souffleries cylindriques en fer	$0^{m}\cdot90$ à $1^{m}\cdot20$ (1)

432.

Rapport entre les quantité d'air aspiré et insufflé.

Pour les souffleries en bois . .	$\frac{10}{6}$
Pour les souffleries en fer . .	$\frac{4}{3}$

433.

Section d'une soufflerie à caisse ou à cylindre.

Soient:

V le volume d'air (ramené à 0^0) qu'un cylindre ou une caisse doit fournir, par seconde, à un haut-fourneau,
t la température de l'air aspiré,
O la section du cylindre ou de la caisse,
v la vitesse du piston par seconde;
on a, pour les souffleries en bois, à simple effet:

$$O = 2\,\frac{10}{6}\,\frac{V}{v}\,(1 + 0{\cdot}00367\ t)$$

Pour les souffleries cylindriques en fer à double effet:

$$O = \frac{4}{3}\,\frac{V}{v}\,(1 + 0{\cdot}00367\ t).$$

(1) Dans les installations nouvelles, la vitesse de $1^{m}20$ est considérée plutôt comme une valeur moyenne que comme une valeur limite.

Digitized by Google

434.

Course du piston.

Pour les souffleries à cylindre, la course du piston est ordinairement égale à son diamètre[1]; pour les souffleries à caisse, elle est égale à $\frac{3}{4}$ de la largeur de la caisse.

435.

Section de la soupape d'aspiration.

Cette section, pour les souffleries à caisse, est de $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{12}$ de la section de la caisse; pour les souffleries cylindriques, elle est de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{9}$ de la section d'un cylindre.

436.

Section de la soupape de refoulement.

Elle est égale à $\frac{1}{22}$ de la section du cylindre ou de la caisse.

437.

Conduites d'air.

La section des conduites d'air froid est égale à $\frac{1}{20}$ de la somme des sections des cylindres à double effet ou à $\frac{1}{40}$ de la somme des sections des souffleries à caisse à simple effet. Pour l'air chaud, cette section doit encore être augmentée dans le rapport de $1 + 0{\cdot}00367\ T : 1$, (T étant la température de l'air chaud).

438.

Régulateur à volume invariable.

Le volume d'un pareil régulateur (récipient à air, en forme de chaudière) doit être de 40 à 60 fois supérieur au volume d'air qu'il doit recevoir et renvoyer dans chaque seconde.

---

(1) Cette égalité n'existe, en réalité, que pour les valeurs du diamètre voisines de $1^{m}{\cdot}6$. Pour les diamètres plus petits, le rapport de la course au diamètre s'élève à 1·2; pour les diamètres plus grands, il descend à 0·8.

Digitized by Google

439.

Nombre des tuyères.

Les fourneaux à charbon de bois n'ont qu'une tuyère, lorsque la quantité d'air à insuffler, par minute, ne dépasse pas $30^{m.c.}$. Les fourneaux à coke ont toujours, au moins, deux tuyères. Si la quantité d'air atteint 70 à $100^{m.c.}$ par minute, il faut employer trois tuyères.

440.

Somme des sections de tous les orifices des tuyères.

Si on désigne par:

o la somme des sections de toutes les ouvertures des tuyères,

V le volume d'air qui doit être insufflé, par seconde, dans le haut-fourneau, à la température de 0^0 et sous la pression atmosphérique,

P la pression de l'air dans les conduites d'air, près des ouvertures des tuyères,

p la pression dans le haut-fourneau, qui est approximativement égale à la pression atmosphérique,

T la température de l'air dans les conduites,

k le coefficient de contraction pour les orifices des tuyères (ordinairement $k = 0{\cdot}9$ à $0{\cdot}95$),

U la vitesse de l'air à la sortie des tuyères,

$g = 9{\cdot}808$ l'accélération de la pesanteur,

on a:

$$U = \sqrt{2g \frac{10333\,(1 + 0{\cdot}00367\,T)}{1{\cdot}3} \log.\,nat.\,\frac{P}{p}}$$

$$o = \frac{V\,(1 + 0{\cdot}00367\,T)}{k\,U}$$

Les résultats, donnés par cette formule, pour $k = 0{\cdot}9$ et $p = 76^{c.}$ de mercure, sont contenus dans le tableau suivant:

Digitized by Google

Pression de l'air dans les conduites, en centimètres de mercure.	T = 12°		T = 300°	
	U	$\frac{V}{o}$	U	$\frac{V}{o}$
2	65	56	92	40
3	79	68	113	48
4	91	79	130	56
6	111	96	158	68
8	128	110	181	78
10	142	122	201	86
12	154	133	219	94
14	166	143	235	101
16	176	152	250	107
18	186	160	264	113

441.

Force motrice exigée par les machines soufflantes.

Si on désigne par:

V le volume (en mètres cubes) qu'occupe l'air qui doit être insufflé dans le haut-fourneau, par seconde, à 0° et sous la pression atmosphérique,

P la pression de l'air dans les conduites, par mètre carré,

N l'effet utile (en chevaux) que le moteur doit développer,

on a:

$$N = \frac{1{\cdot}7 \times 10333}{75} \log. \text{nat.} \frac{P}{10333} \times V$$

Les résultats, que fournit cette formule, sont indiqués dans le tableau suivant:

Pression dans les conduites (en colonne de mercure)	Centimètres. 3	4	6	8	10	12	14	16	18
$\frac{N}{V} = \frac{\text{force en chevaux}}{\text{volume d'air}}$	9·1	12·0	17·8	23·4	29·0	34·3	39·6	44·7	49·8

D'après *Grashof*, l'effet d'une machine soufflante peut se calculer plus exactement de la manière suivante:

Digitized by Google

1° Machine soufflante cylindrique, avec soupapes à clapets.

F la surface effective du piston (section du cylindre diminuée de la section de la tige du piston),

F_1 la somme des orifices des soupapes d'aspiration,

F_2 " " " de refoulement,

f la section, d le diamètre (moyen), l la longueur de la conduite d'air jusqu'au régulateur,

c la vitesse moyenne du piston,

V le volume d'air (ramené à la pression atmosphérique) qui s'introduit, par seconde, dans le régulateur,

ψ le rapport $\frac{2V}{Fc}$, pour une soufflerie à simple effet,

" " $\frac{V}{Fc}$, " " à double effet,

ϱ un coefficient qui se rapporte aux pertes dues aux frottements de la soufflerie (piston, tige du piston, etc.),

N l'effet utile (en chevaux) de la machine motrice,

b la pression barométrique (en colonne de mercure),

h l'excès de pression de l'air dans le régulateur,

h_1 l'excès de la pression extérieure sur la pression moyenne dans le cylindre, en arrière du piston, pendant l'aspiration,

h_2 l'excès de la pression moyenne, dans le cylindre, en avant du piston, sur la pression dans le régulateur,

$H = h + h_1 + h_2$.

Avec ces notations, on a:

$$\frac{N}{V} = \frac{10333}{75} \cdot \frac{1+\varrho}{\psi}\left(1 + \frac{h_1}{H} - 0{\cdot}355\,\frac{H}{b} + 0{\cdot}2\,\frac{H^2}{b^2}\right)\frac{H}{b}$$

$$\frac{h_1}{b} = \frac{(1+\zeta_1)\,c^2}{100000}$$

$$\frac{h_2}{b} = \frac{\left(1 + \zeta_2 + \frac{1}{40}\,\frac{l}{d}\right)c^2}{100000} - \left(\frac{\psi F}{f}\right)^2\left(1 + 1{\cdot}42\,\frac{h}{b} - 1{\cdot}2\,\frac{h^2}{b^2}\right)$$

$$\zeta_1 = \left(4\,\frac{F}{F_1} - 1\right)^2; \quad \zeta_2 = \left(3\,\frac{f}{F_2} - 1\right)^2$$

En particulier, pour:

$$\frac{F}{F_1} = 9, \quad \frac{F}{F_2} = \frac{F}{f} = 20, \quad \frac{l}{d} = 50, \quad \psi = 0{\cdot}75, \quad \varrho = 0{\cdot}09$$

Digitized by Google

On a:

$$\frac{10333}{75}\,\frac{1+\varrho}{\psi} = 200$$

$$\frac{h_1}{b} = 0{\cdot}012\,c^2, \quad \frac{h_2}{b} = 0{\cdot}014\,c^2\left(1 + 1{\cdot}42\,\frac{h}{b} - 1{\cdot}2\,\frac{h^2}{b^2}\right)$$

En faisant $b = 0{\cdot}76$, on obtient alors, pour différentes valeurs de h et de c, les valeurs suivantes de $\frac{N}{V}$:

	$h =$ 0·03	0·06	0·10	0·14	0·18	0·22
$c = 1$; $\frac{N}{V} =$	15·3	22·9	32·7	42·2	51·5	60·4
$c = 1{\cdot}2$; $\frac{N}{V} =$	18·6	26·2	36·0	45·5	54·7	63·7
$c = 1{\cdot}4$; $\frac{N}{V} =$	22·5	30·1	39·9	49·4	58·6	67·5

2° Machine soufflante à tiroir.

En conservant aux notations F, f, d, l, c, V, ψ, ϱ, N, b, h, h_1, h_2, H leurs significations précédentes et en désignant, de plus, par:

e la largeur d'une lumière, dans le sens perpendiculaire au mouvement du tiroir,

a l'autre dimension, dans le sens parallèle au mouvement,

a_1 la largeur de la surface du tiroir, dans le sens de a,

$a_1 - a$ la somme des recouvrements extérieur et intérieur du tiroir,

on doit prendre:

$$\frac{N^*}{V} = \frac{10333}{75}\,\frac{1+\varrho}{\psi}\left(1{\cdot}42 + \frac{h_1}{H} - 0{\cdot}955\,\frac{H}{b} + 0{\cdot}2\,\frac{H^2}{b^2} - 0{\cdot}01\,\frac{b}{H}\right)\frac{H}{b}$$

avec $\frac{h_1}{b} = \frac{(1+\zeta_1)\,c^2}{66560}$

$$\frac{h_2}{b} = \frac{(1+\zeta_2)\left(1 + 0{\cdot}71\,\frac{h}{b}\right) + \frac{1}{60}\,\frac{l}{d}\left(1 + 1{\cdot}42\,\frac{h}{b} - 1{\cdot}2\,\frac{h^2}{b^2}\right)}{66560}\left(\frac{\psi F}{f}\right)^2 c^2.$$

$$\zeta_1 = \left(\frac{3}{2}\,\frac{F}{a\,e} - 1\right)^2; \quad \zeta_2 = \left(2\,\frac{f}{a\,e} - 1\right)^2$$

Digitized by Google

Dans l'établissement de ces formules, l'espace nuisible, à chaque extrémité du cylindre, a été supposé égal à 0·05 F s, s désignant la course du piston; on a admis, de plus, que la disposition du tiroir était aussi avantageuse que possible; cette disposition est déterminée par les équations ci-dessous, dans lesquelles α désigne l'angle, dont la manivelle du tiroir a encore à tourner, pour arriver à sa position moyenne, au moment où le piston est arrivé à l'extrémité de sa course:

$$\sin \alpha = \sqrt{0{\cdot}709 \frac{H}{b}\left(1 - 0{\cdot}855 \frac{H}{b}\right)}$$

$$\frac{a_1}{a} = \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} \left\{ \begin{array}{l} \text{recouvrement ext}^{\text{r}} \text{ et int}^{\text{r}} = \frac{a_1 - a}{2} \\ \text{course du tiroir} = a_1 + a. \end{array} \right.$$

Pour $\frac{F}{a\,e} = \frac{F}{f} = 8$, $\frac{l}{d} = 60$, $\psi = 0{\cdot}75$, $\varrho = 0{\cdot}09$.

On a:

$$\frac{10333}{75} \frac{1 + \varrho}{\psi} = 200$$

$$\frac{h_1}{b} = \frac{c^2}{550}, \quad \frac{h_2}{b} = \frac{c^2}{620}\left(1 + 0{\cdot}95 \frac{h}{b} - 0{\cdot}4 \frac{h^2}{b^2}\right)$$

On tire de là, pour $b = 0{\cdot}76$, $c = 2^{\text{m}}$ et

$h =$	0·03	0·06	0·10
$\frac{N}{V} =$	13·9	24·2	36·9

Les machines soufflantes à tiroir permettent d'adopter une vitesse de piston supérieure à celle qu'on peut admettre avec les soupapes; mais il importe de remarquer que, en moyenne, ψ est plus petit et ϱ plus grand que nous ne l'avons supposé ici. Leur effet dépend, en outre, essentiellement de la manière dont fonctionne le tiroir, pour lequel les chocs exercent une action d'autant plus nuisible que la pression de l'air est plus forte.

442.

Appareils de chauffage de l'air.

Température la plus avantageuse à laquelle l'air doit être porté . . . . . 300°

Digitized by Google

Surface de chauffe la plus avantageuse pour chauffer $1^{m.c.}$ d'air par minute		$0^{m.q.}8$ à $1^{m.q.}$
Vitesse la plus avantageuse de l'air dans les tubes de chauffage et dans les tuyaux qui le conduisent aux orifices des tuyères		$10^{m.}$ à $15^{m.}$
Consommation de combustible pour chauffer $1^{m.c.}$ d'air	Bois . .	$\frac{1}{15}$ kil.
	Houille .	$\frac{1}{30}$ "
Effet utile de l'appareil de chauffage		0·5

Si on désigne par η cet effet utile et par k le pouvoir calorifique du combustible, la quantité de ce combustible nécessaire pour chauffer à 300°, sous pression constante, $1^{m.c.}$ d'air, pris à la densité atmosphèrique, est représentée, d'une manière générale, par $\frac{93}{\eta k}$.

FABRICATION DU FER FORGÉ.

Méthode anglaise.

443.

Proportions entre le fer fin, le fer puddlé et le fer forgé.

Fonte. Kilog.		Fer fin. Kilog.	Fer puddlé Kilog.	Fer forgé. Kilog.
1·50	fournit	1·35	1·20	1·00
1·25	"	1·13	1·00	0·83
1·11	"	1·00	0·89	0·74
1·00	"	0·90	0·80	0·67

444.

Consommation de combustible pour différentes opérations.

La transformation de $1^{k.}$ de fonte en fer fin exige $0^{k.}30$ à $0^{k.}35$ de coke.

Celle de $1^{k.}$ de fer fin en fer puddlé demande $1^{k.}$ de houille.

Enfin celle de $1^{k.}$ de fonte blanche en fer puddlé consomme $1^{k.}4$ à $1^{k.}5$ de houille.

Digitized by Google

Si les appareils de fabrication (souffleries, marteaux et laminoirs) sont mus par des machines à vapeur, leur service exige $0^{k.}20$ de houille par chaque kilogramme de fer puddlé.

445.

Production des fours par semaine.

Un four d'affinage produit par semaine:

130	tonnes de fin-métal	avec 6	tuyères
90	„	„ 4	„
48	„	„ 3	„

Un four à puddler fournit, par semaine, 17 tonnes, lorsqu'on opère sur du fin-métal et 11 tonnes, lorsqu'on agit directement sur la fonte.

Le nombre des fours à puddler doit toujours être supérieur de moitié à celui des fours en travail, en raison des nombreuses réparations qu'exige ce genre de fours.

Le nombre des fours à réchauffer est à celui des fours à puddler dans le rapport de 5 à 12.

446.

Dimensions, vitesses, forces motrices et production des machines par semaine.

Marteau frontal. (1)

Poids du marteau	4000 kil.
Poids de l'enclume	4000 „
Poids du tambour à cames	4000 „
Rayon du volant	$2^{m.}7$
Nombre de coups par minute	80 à 90
Elévation du marteau	$0^{m.}35$ à $0^{m.}40$
Force motrice	12 à $15^{ch.}$
Production, par semaine, égale à celle de 10 ou 12 fours à puddler	70 à $100^{T.}$

(1) Lorsqu'on emploie, pour les loupes, un marteau à vapeur, on lui donne un poids de 1500 à $2500^{k.}$ et on lui fait battre 60 à 80 coups par minute, la hauteur de chûte variant de $1^{m.}$ à $1^{m}2$. Un marteau, dans ces conditions, suffit pour le martelage des loupes provenant de 5 à 8 fours à puddler.

Digitized by Google

Marteau à cingler.

Nombre des oscillations par minute	80 à 90
Force motrice (en chevaux)	8 à 10
Production par semaine, approximativement . .	70 à 100$^{T.}$

Laminoirs de loupes.

Un train comprend généralement deux laminoirs. Le premier (ébaucheur) a des cannelures concaves carrées et sert à étirer les loupes. Le deuxième, qui a des cannelures plates, à section rectangulaire, a pour but de transformer les barres épaisses, fournies par le premier, en barres plates plus allongées.

Diamètre des cylindres ébaucheurs	0$^{m.}$48 à 0$^{m.}$50
Longueur des cylindres, en moyenne	1$^{m.}$25
Diamètre des tourillons des cylindres	0$^{m.}$25 à 0$^{m.}$27
Poids d'une paire de cylindres	4500$^{k.}$
Nombre de tours des cylindres par minute:	
a) Si les loupes ont préalablement passé sous le marteau frontal	30 à 40
b) Si les loupes passent sous les cylindres à leur sortie des fours à puddler	20 à 30
Force motrice pour le train entier (1)	20$^{ch.}$
Production du train par semaine:	
a) Si les loupes ont préalablement passé sous le marteau frontal	200$^{T.}$
b) Si les loupes passent sous les cylindres à leur sortie des fours à puddler	160$^{T.}$
Un marteau frontal, un marteau à cingler et un train de laminoirs de loupes exigent une force de	40$^{ch.}$

Grandes cisailles.

Nombre des levées par minute	20 à 30
Force motrice	2$^{ch.}$5 à 3$^{ch.}$
Production par semaine	100$^{T.}$

Train de laminoirs pour gros fer.

Ce train se compose généralement de trois laminoirs:

Premier laminoir: Cylindres dégrossisseurs, avec cannelures concaves carrées.

(1) Dans certains cas cette force est évaluée à 30$^{ch.}$ au moins.

Digitized by Google

Deuxième laminoir: Cylindres pour formes, avec cannelures carrées, rondes ou rectangulaires.

Troisième laminoir: Cylindres polisseurs, avec surfaces unies.

Longueur des cylindres des deux premiers laminoirs	$1^{m}.45$ à $1^{m}.55$
Diamètre des cylindres	$0^{m}.36$ à $0^{m}.40$
Diamètre des tourillons des cylindres	$0^{m}.24$ à $0^{m}.27$
Poids d'une paire de cylindres	1500 à 2000^{k}
Nombre de tours par minute	70 à 80
Force motrice pour un train:	
a) Lorsqu'on opère simplement soit avec le premier laminoir, soit avec le second	$20^{ch.}$
b) Lorsqu'on opère en même temps avec tous les cylindres	$36^{ch.}$
Production par semaine { dans le cas a	$60^{T.}$
Production par semaine { dans le cas b	80

Train de laminoirs de fer fin.

Ce train se compose généralement des laminoirs suivants:

a) Laminoir à trois cylindres, à cannelures carrées;

b) Laminoir à trois cylindres, à cannelures rectangulaires;

c) Laminoir étroit à deux cylindres, à cannelures rondes;

d) Laminoir étroit à deux cylindres, à cannelures carrées.

Diamètre des cylindres *a*, *b*, *c*, *d*	$0^{m}.20$ à $0^{m}.24$
Longueur des cylindres *a* et *b*	$0^{m}.65$ à $0^{m}.70$
Longueur des cylindres *c* et *d*	$0^{m}.16$ à $0^{m}.20$
Nombre de tours de tous les cylindres par minute	200 à 250
Force motrice d'un train	15 à $20^{ch.}$
Production par semaine	$18^{T.}$

Fenderie à disques.

On emploie, comme cylindres préparateurs, des cylindres unis, de $0^{m}.35$ à $0^{m}.40$ de diamètre, qui font 42 à 45 tours par minute.

Les données principales, pour la disposition d'une fenderie, sont:

Largeur des bandes. Millimètres.	Diamètre des disques. Mètres.	Nombre des disques. Cylindres supérieur.	Nombre des disques. Cylindres inférieur.	Tours par minute.
3·5 à 9	0·27	6	7	50
11 à 14	0·30	5	6	47
14 à 16	0·33	4	5	43
20 à 23	0·36	3	4	39

Digitized by Google

Force motrice . . . . . 4 à 5ch.
Production par semaine . . . . . 65T.

Laminoirs pour tôles.

La longueur des cylindres dépend de la largeur des tôles. Le tableau suivant donne des dimensions convenables pour des cylindres de diverses grandeurs:

Largeur des tôles. Mètres.	Longueur des cylindres. Mètres.	Diamètre des cylindres. Mètres.	Diamètre des tourillons. Mètres.
0·40	0·50	0·24	0·18
0·88	1·00	0·37	0·24
1·30	1·50	0·50	0·30
1·80	2·00	0·60	0·35

La vitesse des cylindres dépend de l'épaisseur des tôles.

Nombre de tours pour tôles minces . . . 40 par minute
" " " moyennes . . 25 à 30 "
" " " fortes . . . . 20 à 22 "

100k. de fer donnent 65 à 75k. de tôle épaisse.
" " " 50 à 55 " mince.

La force motrice dépend de la section des tôles:

Pour tôles de 1m.8 de largeur et de 0m.01 d'épr. 60 chevaux.
" 1m.0 " 0m.005 " 40 "
" 0m.5 " 0m.003 " 20 "

La production, par semaine et par cheval-vapeur, est de $\frac{1}{4}$ de tonne environ.

Train de laminoirs pour rails de chemins de fer.

Diamètre des cylindres . . . . . 0m.45 à 0m.50
Longueur des cylindres . . . . . 1m.20 à 1m.40
Nombre de tours par minute . . . . . 55 à 65
Force motrice . . . . . 40 à 50ch.
Production par semaine . . . . . 42 à 54T.

La force motrice totale d'une forge anglaise est proportionnelle à la production du fer par semaine; elle peut être évaluée, pour chaque tonne de cette production, à 0ch.6. La

Digitized by Google

force motrice de la machine soufflante n'est pas comprise dans cette évaluation.

447.

Règles générales pour la construction des machines destinées à la fabrication du fer.

Dans la construction des machines qui sont destinées à la fabrication du fer et qui sont exposées à des chocs violents, il convient d'observer les règles suivantes:

1° Ces machines doivent, en général, être établies avec plus de solidité que celles qui n'ont à vaincre que des résistances régulières. Pour déterminer les dimensions des pièces de ces machines, on peut faire usage des règles contenues dans le troisième chapitre, en ayant soin de prendre, pour les diamètres des tourillons et des arbres (auxquels on rapporte les autres dimensions), des valeurs qui soient 1·5 à 2 fois celles qu'indiquent les formules pour les transmissions ordinaires.

2° On doit s'attacher surtout à donner une très grande solidité aux pièces dont le remplacement exigerait de grandes dépenses de temps et d'argent.

3° Pour prévenir, autant que possible, la rupture de ces pièces, il convient que d'autres pièces, moins coûteuses et faciles à remplacer, soient établies assez faibles pour se briser les premières, dans tous les cas où une rupture devient inévitable. Dans les laminoirs ce sont les manchons d'accouplement qui offrent le moins de résistance.

4° Les formes à nervures (au moyen desquelles on donne aux machines, qui n'ont à vaincre que des résistances régulières, une solidité suffisante avec le minimum de matière) ne sont pas admissibles pour les machines qui sont exposées à des chocs violents. La résistance aux chocs dépend, en effet, du volume des corps et non de leur forme. Pour ce genre de machines, les formes ramassées sont les meilleures.

5° La matière doit être concentrée, de préférence, vers les points où les chocs tendent à se produire.

6° Les fondations de ces machines doivent être en bois et la liaison de toutes les parties doit être disposée de telle manière que les bois puissent céder légèrement, sans entrainer la rupture des pièces.

Digitized by Google

448.

Volants pour laminoirs.

Si on désigne par:
P le poids de l'anneau du volant (en kilogr.),
V la vitesse à la circonférence de l'anneau (en mètres),
N la force (en chevaux) de la machine motrice,
n le nombre de tours du volant par minute,
on a, pour la détermination de P, la formule empirique suivante:

$$P = 13230000 \frac{\sqrt{N}}{n V^2}$$

Si on désigne par t (en secondes) la durée de la marche à vide des cylindres, entre deux passages consécutifs de la matière à laminer, et par δ le rapport de la différence des vitesses extrêmes à la vitesse moyenne, on a également:

$$P = 662 \frac{N t}{\delta V^2}.$$

MARTEAU DE FORGE POUR LA FABRICATION DU FER EN BARRES.

449.

Marteaux à soulèvement.

Ces marteaux sont employés principalement pour ébaucher les loupes. Le poids, la levée du marteau, le nombre des coups dépendent de la grosseur des loupes. Le tableau ci-dessous renferme les données principales relatives à ces marteaux.

Poids de la loupe.	Poids du marteau sans manche.	Levée du marteau.	Nombre des coups par minute.
Kilogr.	Kilogr.	Mètres.	
25	250	0·40	160
30	300	0·43	140
40	400	0·46	120
50	500	0·50	100

Digitized by Google

On emploie 35 minutes environ pour ébaucher une loupe. En travaillant d'une manière continue, on peut arriver à préparer ainsi 18 loupes en 12 heures.

450.

Marteaux à bascule.

Ces marteaux servent principalement à étendre les grosses barres, que fournit le marteau précédent, et à préparer ainsi des barres plates, carrées ou rondes, de plus petites dimensions. Le poids, la levée, le nombre de coups du marteau dépendent de la force et des dimensions du fer à fabriquer.

Le tableau suivant donne les dimensions principales pour les marteaux correspondant aux différentes forces de fers.

Fers forts.

a) Fers plats . . .	Largeur .	$0^{m}.04$	—$0^{m}.06$	—$0^{m}.15$	
	Epaisseur	0·008	—0·01	—0·02	
b) Fers en bandes .	Largeur .	0·054	—0·06	—0·07	—0·08
	Epaisseur	0·010	—0·015	—0·015	—0·03
c) Fers en barres .	Largeur .	0·030	—0·035	—0·035	—0·04
	Epaisseur	0·010	—0·026	—0·014	—0·016
d) Fers carrés . .	Epaisseur	0·02	—0·025	—0·06	

Pour la fabrication de ces fers, on se sert de marteaux d'un poids de 250^{k}. (sans le manche); la hauteur de chûte est de $0^{m}.50$ à $0^{m}.60$ et le nombre de coups de 100 à 160 par minute.

Un travail continu permet d'obtenir 6000^{k}. en 12 heures.

Fers moyens.

a) Fers plats . . .	Largeur .	$0^{m}.03$	—$0^{m}.04$
	Epaisseur	0·007	—0·090
b) Fers en barres .	Largeur .	0·025	—0·03
	Epaisseur	0·008	—0·012
c) Fers carrés . .	Epaisseur	0·015	—0·02

Pour ces fers, on fait usage de marteaux, d'un poids de 100^{k}., qui ont une levée de $0^{m}.35$ à $0^{m}.45$ et qui donnent 140 à 200 coups par minute.

Digitized by Google

Petits fers.

a) Fers en bandes .	Largeur .	$0^{m}\cdot015 - 0^{m}\cdot35$
	Epaisseur	$0\cdot004 - 0\cdot007$
b) Fers carrés . .	Epaisseur	$0\cdot005 - 0\cdot008$
c) Fers ronds . . .	Diamètre	$0\cdot007 - 0\cdot03$

Les marteaux, pour ces fers, ont un poids de 50^{k}, une levée de $0^{m}\cdot25$ à $0^{m}\cdot30$ et ils donnent 240 à 300 coups par minute. Ils permettent de forger, en 12 heures, 1200 à 1500^{k} de fer.

451.

Grands marteaux à soulèvement.

Ces marteaux sont surtout employés en Angleterre pour la préparation des grandes pièces de machines en fer forgé, telles que arbres, manivelles, essieux coudés pour locomotives, etc. Ces pièces s'obtiennent en soumettant à l'action des marteaux des paquets, formés d'une série de barres minces, qu'on soude ensemble (corroyage). Le poids de ces marteaux dépend du poids et de la section des pièces à fabriquer. Pour forger des pièces de dimensions moyennes, telles que des essieux de locomotives ou des arbres dont le diamètre atteint $0^{m}\cdot16$, on emploie des marteaux d'un poids de 2000 à 4000^{k}, qui ont une levée de $0^{m}\cdot45$ et qui donnent 80 à 100 coups par minute. Pour la confection des grands arbres et des grandes manivelles de machines de bateaux à vapeur, les marteaux employés ont un poids de 10000^{k} et donnent 60 à 80 coups par minute.

452.

Grands marteaux frontaux.

Ces marteaux, qui avec leur manche pèsent de 2000 à 4000^{k}, ont une levée de $0^{m}\cdot45$ à $0^{m}\cdot50$ et donnent 90 à 1[illegible]0 coups par minute. On les emploie principalement pour ébaucher les loupes de puddlage. La préparation d'une loupe est terminée au bout à 20 à 30 coups. Un marteau de ce genre est suffisant pour 10 à 12 fours à puddler.

Digitized by Google

453.

Marteau à vapeur de Nasmyth.

Les marteaux à vapeur sont employés aujourd'hui, de préférence, dans les grands ateliers de construction, pour les travaux de corroyage. Leur poids varie de 1000 à 4000$^{k.}$ et leur hauteur de chûte de 0$^{m.}$6 à 1$^{m.}$. Ils donnent au minimum (lorsqu'on utilise toute la hauteur de chute) 60 à 80 coups par minute.

Lorsqu'on n'utilise que $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$ de la course, on peut porter le nombre des coups de 120 à 160 par minute.(1)

---

(1) L'emploi du marteau à vapeur, pour le martelage du fer et de l'acier, est devenu presque général, dans ces dernières années, et les marteaux à levier ont été abandonnés dans un grand nombre d'usines, surtout dans celles qui ne possèdaient pas une force hydraulique suffisante. Pour les poids et les hauteurs de chûte, on est arrivé à des valeurs bien supérieures à celles qui sont indiquées dans le texte. A côté du marteau primitif de *Nasmyth* et des dispositifs analogues, dans lesquels la pression de la vapeur n'est utilisée que pour soulever le marteau, on est arrivé à employer d'autres dispositions où la vapeur agit à la partie supérieure, comme, par ex, dans le marteau de *Daelen*.

Si on désigne par:

Q le poids du marteau, en kilogr.,
H la hauteur de chûte, en mèt.,
P la pression totale exercée par la vapeur, qui soulève le marteau,
Q_1 le poids de la chabotte,
d le diamètre du cylindre à vapeur,
d_1 „ de la tige du piston (à la partie inférieure),

on peut prendre, en moyenne:

pour Q =	500	1250	2500	5000	10000
$\frac{P}{Q}$ =	3	2·5	2	1·75	1·5

Pour les marteaux à marche rapide, avec double remplissage du cylindre:

$\frac{P}{Q}$ =	5	4
pour Q =	150	500
et	300	150 coups par minute.

Pour le forgeage du fer, on doit prendre:

$\frac{d_1}{d}$ =	$^1/_{12}$	$^1/_{10}$	$^1/_8$	$^1/_6$ (au minimum)
pour H =		1	2	

Digitized by Google

454.

Travail moteur nécessaire pour la marche des marteaux.

Pour le calcul de l'effet utile, on peut partir des hypothèses suivantes :

1° L'élévation, la chute et l'arrêt ont des durées égales ;

2° L'effet utile est le double de celui qui correspond à l'élévation du poids.

Ces hypothèses conduisent aux équations suivantes :

$$n\,r = \frac{3}{2\pi}\,s\,m\,;\ i\,n = m$$

$$E = \frac{P\,h\,m}{30}\ \text{kilogmtr.}$$

P est le poids du marteau et de son manche,
h la levée au-dessus de l'enclume,
s le chemin que parcourt le point d'attaque du marteau, pendant qu'il est mû par la came,
r le rayon du cercle primitif de la roue à cames,
n le nombre de tours de l'arbre de cames par minute,
m le nombre de coups du marteau par minute,
i le nombre des cames,
E le travail (en kilogrammètres) nécessaire à la marche du marteau.

---

pour le forgeage de l'acier :

$\frac{d_1}{d} =$	$^1/_{10}$	$^1/_8$	$^1/_6$	$^1/_5$ (au minimum)
pour H =		1	2	

Dans les conditions ordinaires, on peut admettre :

$$H = 0{\cdot}026\sqrt{Q}$$

Pour les marteaux destinés au forgeage du fer, il convient qu'on ait :

$$\frac{Q_1}{Q} = 6\,H = 8 \text{ (au minimum).}$$

Pour le forgeage de l'acier :

$$\frac{Q_1}{Q} = 9\,H = 12 \text{ (au minimum).}$$

Digitized by Google

455.

Volants pour marteaux.

D'après l'expérience, la force vive du volant d'un marteau doit être de 7 à 10 fois supérieure au travail de la machine motrice.

Si on désigne par:

G le poids de l'anneau du volant,
V la vitesse normale à la circonférence de cet anneau,
E le travail, par seconde, nécessaire pour la marche du marteau,

on a:

1° Grands marteaux de toute espèce . . . $G V^2 = 100 E$
2° Marteaux à soulèvement pour loupes . $G V^2 = 98 E$
3° Marteaux à bascule (250 kilogrammes) . $G V^2 = 90 E$
4° Petits marteaux (martinets) . . . . . $G V^2 = 70 E$

Digitized by Google

CHAPITRE XII.

COLLECTION DE TABLES.

456.

Tableau des monnaies usitées dans les principaux pays.

	Valeur.
Angleterre. 1 Livre Sterling (Souverain) = 20 Shillings à 12 pences	25F·15
Autriche. 1 Florin = 100 Neukreuzers	2·45
1 Ducat	11·80
Bade. 1 Florin = 60 Kreuzers à 4 Pfennings . .	2·10
Bavière. " " " . .	"
Belgique. (Comme en France.)	—
Danemark. 1 Rigsdaler = 6 Mark à 16 Schillings à 5 Pfennings	2·77
Espagne. 1 Duro (piastre) = 2 escudos à 10 Réaux à 10 Décimas	5·15
1 Réal = 34 Maravedis = 1/4 Peseta	0·23
France. 1 Franc = 100 Centimes	—
Grèce. 1 Drachme = 100 leptas	1·00
Italie. 1 Lire = 100 centimes	1·00
Norvège. 1 Specie-daler = 5 Ort.	5·58
Pays-Bas. 1 Florin = 100 cents	2·08
Portugal. 1 Milreïs = 1000 Reïs	5·59

Digitized by Google

	Valeur.
Prusse. 1 Thaler = 30 Silbergros à 12 Pfennings	3F·68
1 Frédéric d'or = 5th.2/3	20·60
Russie. 1 Rouble = 100 Kopecks	3·92
Saxe. 1 Thaler = 30 Neugros	3·68
Suède. 1 Ducat	11·66
1 Specie = 4 Risdalers	5·62
Suisse. (Comme en France.)	—
Turquie. 1 Piastre = 40 Paras	0·22
1 Medjidieh d'or = 100 piastres	22·48
Etats-Unis. 1 Dollar = 100 cents	5·31

457.

Mesures de longueur, de capacité et de poids usitées dans les différents pays.

Angleterre. 1 Yard = 3 Feet (Pieds) = 36 Inches (Pouces) = 0m·91438.

1 Perch (Pole) = 5 1/2 yards. 1 Fathom = 2 yards.

1 Furlong = 220 yards. 1 Mile = 1760 yards = 1609m·31.

1 Mille marin = 6080 Feet = 1852m.

1 Acre = 160 perch. car. = 4840 yards carrés = 0hect.40467.

1 Gallon = 4·5435 litres.

1 Quarter = 8 Bushels = 32 Pecks = 64 Gallons = 256 quarts = 512 Pints = 290·78 litres.

1 Livre *avoir du poids* = 453·6 grammes.

1 Ton = 20 quintaux = 2240 livres = 1016·05 kilogr.

1 Ton (jaugeage des vaisseaux) = 2000 livres = 907·18 kilog.

1 Livre *Troy* = 373·24 grammes.

1 Livre *Troy* = 12 Ounces = 24 Carats = 5760 grains.

Autriche. 1 Pied = 12 Pouces = 140·127 Lignes de Paris = 0m.3161.

1 Elle (aune) = 2·465 Pieds. 1 Klafter (toise) = 6 Pieds. 1 Ruthe = 10 pieds.

1 Mille = 24000 Pieds.

1 Joch = 1600 toises carrées.

Digitized by Google

1 Maass = 0·0448 pied cube = 1·415 litre.
1 Eimer = 40 Maass = 160 Seidel = 320 Pfiff.
1 Metze = 1·9471 pied cube = 61·5 litres.
1 Muth = 30 Metze = 480 Maassel = 1845 litres.
1 Livre (de Vienne) = 560·012 grammes.
1 Centner (quintal) = 5 Stein = 100 livres = 56 kilogr.
(Il existe aussi une livre de 500 grammes.)

Bade. 1 Pied = 10 pouces = 0·3 mètre.
1 Ruthe (Perche) = 5 Elle (aune) = 10 pieds = 100 pouces.
1 Mille = 29269 pieds = $^6/_5$ mille géogr. = $^6/_5$. 7420 mètres.
1 Morgen = 400 perches car. = 3600 mèt. car.
1 Malter = 1 Ohm = 100 Maass = 400 Schoppen = 150 litres.
1 Livre = 32 Loth = 500 grammes.
1 Centner (quintal) = 10 Stein = 100 livres = 50 kilog.

Bavière. 1 Pied = 12 pouces = 0·2919 mètres.
1 Ruthe = 10 pieds = $1^2/_3$ Klafter. 1 Elle = $2^{41}/_{48}$ pieds.
1 Mille = 25406 pieds.
1 Morgen = 400 Ruthe car. = 3407·27 mèt. car.
1 Maass = 1·0690 litre.
1 ancienne livre = 32 Loth = 560 grammes.
1 Centner = 5 Stein = 100 livres anciennes.

Belgique. Mêmes unités de mesures et de poids qu'en France.

Danemark. 1 Elle = 2 pieds = 0·6277 mètres.
1 Livre = 32 Loth = 500 grammes.
1 Centner = 100 livres = 50 kilogr.

Espagne. Mêmes unités de mesures et de poids qu'en France.

France. 1 mètre = dix-millionième partie du quart du méridien terrestre.
1 Kilomètre = 10 hectomètres = 1000 mètres.
1 Mille = 1 myriamètre = 10000 mètres.
1 Are = 100 mètres carrés. 1 hectare = 100 ares.
1 Litre = 1 décimètre cube. 1 hectolitre = 100 litres.
1 Stère = 10 hectolitres = 1000 litres = 1 mètre cube.
1 ancien pied = 12 pouces = 144 lignes = 0^m·324839.
1 ancienne toise = 6 anciens pieds.
1 nouveau pied = $^1/_3$ mètre. 1 nouvelle toise = 2 mètres.
1 ancienne aune = 526·5 lignes de Paris = 1^m·187694.
1 kilogramme = le poids d'un litre d'eau distillée à 4^0.
1 Tonne (marine) = 10 quintaux = 1000 kilogr.

Digitized by Google

1 nouvelle livre = $0^{k}\cdot5$ = 16 onces = 128 Gros = 9216 Grains.
1 ancienne livre = $489^{gr}\cdot5058$.

Grèce. Mêmes unités de mesures et de poids qu'en France, avec des désignations différentes.

Italie. Mêmes unités de mesures et de poids, qu'en France.

Norvège. Comme en Danemark et en Prusse.

Pays-Bas. Comme en France.
1 Pond = 10 Onces = 100 Looden = 1000 Wigtjes = 1 kilog.

Portugal. Comme en France.

Prusse. (1) 1 Pied = 12 Pouces = $0^{m}\cdot31385$.
1 Elle = $25^{1}/_{2}$ pouces = $0^{m}\cdot667$. 1 Lachter = 80 pouces.
1 Ruthe = 12 pieds. 1 Mille = 2000 Ruthe = $7532^{m}\cdot5$.
1 Morgen = 180 Rut. car. = $2553^{m.q}\cdot22$.
1 Quart = 64 pouces cubes = 1·145 litre.
1 Scheffel = 54·96 litres. 1 Wispel = 180 quarts.
1 Tonne = 4 Scheffel. 1 Klafter = 108 pieds cubes.
1 Livre = $467^{gr}\cdot7113$.
1 Centner = 5 Stein = 110 litres.
Nouvelles mesures. Le mètre avec ses multiples et sous-multiples.
1 Mille = 7500 mètres.
1 nouvelle livre = 500 grammes. 1 Centner = 50 kilogr.

Russie. 1 Pied = 1 pied anglais.
1 Arschin = 28 pouces anglais. 1 Werste = 3500 pieds = $1066^{m}\cdot78$.
1 Saschehn = 7 pieds = 3 Arschine = 48 Werschock = 84 pouces anglais.
1 Dessätine = 10925 mètres carrés.
1 Wedro = 12·3 litres.
1 Tchetwerik = 26·2376 litres. 1 Tschetwert = 8 Tchetwerik.
1 Livre = 32 Loth = 96 Solotnick = $409^{gr}\cdot53$.
1 Berkowrtz (marine) = 10 Pud = 400 livres.

---

(1) Depuis le mois de Janvier 1872, le système métrique est en vigueur en Prusse et dans les états de l'ancienne confédération du Nord, Prusse, Francfort, Hanovre, Hesse-Cassel, Hohenzollern, Holstein, etc. Il sera prochainement étendu aux autres états de l'Allemagne. Nous nous sommes bornés à indiquer les anciennes mesures pour la Prusse.

Digitized by Google

Saxe. 1 Pied = 0^{m}·28319.

1 Ruthe = 15 pieds 2 pouces = 182 pouces. 1 Elle = 2 pieds. 1 Lachter = 2 mètres.

1 Elle (de Leipzig) = 0^{m}·565. 1 Mille = 9062^{m}·08.

1 Acre = 300 Rut. car. = 5534·23 mèt. car.

1 Kanne = 0·9356 litres. 1 Eimer = 72 Kannes.

1 Scheffel = 103·83 litres. 1 Wispel = 24 Scheffels.

1 nouvelle livre = 32 Loth = 0^{k}·5. 1 nouveau Centner = 100 livres = 50^{k}.

1 ancienne livre = 467^{gr}·626. 1 ancien Centner = 110 livres.

Suède. 1 pied = 0^{m}·2969.

1 Famn = 3 aunes = 6 pieds = 73 pouces (Verktum).

1 Mille = 6000 Famn = 36000 pieds.

1 Kann = 2^{lit}·617. 1 Foder = 2 Pipor = 24 Ankar = 360 Kannar.

1 Tunna = 48 Kannar.

1 Skalpund (livre) = 32 Onces = 425^{gr}·34.

1 Quintal = 120 livres. 1 Tonneau (marine) = 400 livres.

Suisse. Unités de longueur et de poids comme à Bade.

1 Juchart (arpent) = 3600 mèt. car.

1 Maass (Pott) = 1^{lit}·5.

1 Ohm (muid) = 4 Eimer (setier) = 100 Maass = 400 Schoppen.

1 Malter (sac) = 10 quarterons = 100 Immi (émine).

Etats-Unis. Mêmes unités de mesures et de poids qu'en Angleterre.

458.

Table de longueurs en pieds.

Pied de Prusse.	Pied d'Autriche.	Pied de Bade et de Suisse.	Pied d'Angleterre et de Russie.	Pied de Suède.	Mètre.
1	0·99288	1·04618	1·02972	1·05710	0·31385
1·00717	1	1·05367	1·03710	1·06467	0·31610
0·95586	0·94906	1	0·98427	1·01044	0·30000
0·97114	0·96423	1·01599	1	1·02659	0·30480
0·94599	0·93926	0·98967	0·97410	1	0·29690
3·18620	3·16353	3·33333	3·28088	3·36813	1

Digitized by Google

459.

Table des pieds carrés.

Pied carré de Prusse.	Pied carré d'Autriche.	Pied carré de Bade et de Suisse.	Pied carré d'Angleterre et de Russie.	Pied carré de Suède.	Mètre-carré.
1	0·98582	1·09449	1·06032	1·11746	0·09850
1·01438	1	1·11023	1·07557	1·13353	0·09992
0·91367	0·90071	1	0·96878	1·02098	0·09000
0·94311	0·92974	1·03222	1	1·05389	0·09290
0·89489	0·88220	0·97945	0·95887	1	0·08815
10·1519	10·0079	11·1111	10·7642	11·3443	1

460.

Table des pieds cubes.

Pied cube de Prusse.	Pied cube d'Autriche.	Pied cube de Bade et de Suisse.	Pied cube d'Angleterre et de Russie.	Pied cube de Suède.	Mètre-cube.
1	0·97881	1·14503	1·09183	1·18126	0·03092
1·02165	1	1·16982	1·11546	1·20684	0·03159
0·87334	0·85483	1	0·95353	1·03164	0·02700
0·91590	0·89649	1·04871	1	1·08191	0·02832
0·84655	0·82861	1·96933	0·92429	1	0·02617
32·3459	31·6604	36·0370	35·3161	38·2090	1

461.

Table comparative des poids de différents pays.

Nouvelle livre d'Allemagne	Ancienne livre de Prusse.	Livre d'Autriche.	Livre de Russie.	Livre avoir du poids d'Angleterre	Kilogramme.
1	1·0690	0·8928	1·1755	1·1023	0·5000
0·9354	1	0·8352	1·0996	1·0311	0·4677
1·1200	1·1974	1	1·3166	1·2346	0·5600
0·8507	0·9094	0·7595	1	0·9377	0·4253
0·8190	0·8756	0·7313	0·9628	0·9028	0·4095
0·9072	0·9698	0·8100	1·0664	1	0·4536
2·0000	2·1381	1·7857	2·3511	2·2046	1

Digitized by Google

462.

Poids spécifiques des corps.

Dénomination des corps.	Poids spécifique	Dénomination des corps.	Poids spécifique
Platine martelé . .	21·539	Terre de bruyère, fraîche	2·050
Or fondu	19·258	Terre de bruyère sèche, maigre	1·630
Argent	10·474	Terre ferme, sèche .	1·338
Argent battu . . .	10·571	Maçonnerie de briques et de mortier de chaux:	
Mercure à 0° . . .	13·596	Fraîche	1·627
Cuivre battu . . .	9·000	Sèche	1·532
Cuivre fondu . . .	8·85	Maçonnerie de moëllons calcaires:	
Plomb fondu . . .	11·352	Fraîche	2·460
Etain	7·291	Sèche	2·400
Zinc fondu	7·037	Maçonnerie en grès:	
Bismuth	9·822	Fraîche	2·100
Fonte de fer . . .	7·207	Sèche	2·000
Fer forgé	7·788	Verre de bouteilles .	2·811
Acier cémenté . . .	7·816	Verre à vitres . . .	2·642
Acier fondu	7·919	Verre de cristal . .	2·892
Laiton	8·400	Glaces	2·465
Métal de canon (bronze)	8·788	Flintglass	3·589
Maillechort	8·563	Porcelaine	2·319
Calcaire compacte . .	2·450	Bois, fibre ligneuse ou substance ligneuse .	1·500
Albâtre	2·611	Bois séchés à l'air:	
Craie	2·700	Erable	0·645
Gypse fondu et séché	0·973	Pommier . . .	0·733
Quartz	2·624	Bouleau	0·738
Grès	2·350	Poirier	0·732
Schiste argileux . .	2·670	Hêtre	0·590
Basalte	2·662	Buis	0·942
Granit	2·801	Ebène vert . .	1·210
Houille (anthracite) .	1·825	„ noir . .	1·187
Lignite	1·200		
Briques cuites . . .	1·812		
Sable ordinaire, sec .	1·638		
Terre glaiseuse, battue, fraîche . . .	2·060		
Terre sèche	1·930		

Digitized by Google

Dénomination des corps.	Poids spécifique	Dénomination des corps.	Poids spécifique
Pinus abies . .	0·555	Huile de lin	0·940
„ fraîchement abattu .	0·894	„ d'olive . . .	0·915
Chêne d'été . .	0·693	„ de colza, . .	0·914
Aune	0·500	„ de pavot . . .	0·929
Frêne	0·670	Acide muriatique, contenant 39·675 % chlore	1·200
Hêtre blanc . .	0·769	Id. 35·310 „ „	1·180
Pin silvestre . .	0·550	Id. 29·757 „ „	1·152
„ frais . . .	0·912	Id. 23·855 „ „	1·120
Liège	0·240	Id. 17·854 „ „	1·090
Mélèze	0·563	Acide nitrique, contenant en acide anhydre libre	
Tilleul	0·499		
Acajou	0·754		
Noyer	0·660	97·7 %	1·500
Peuplier . . .	0·387	73·3 „	1·479
Gaïac	1·263	59·8 „	1·419
Sapin rouge . .	0·472	45·4 „	1·332
Saule	0·529	30·3 „	1·221
Sucre blanc	1·606	26·3 „	1·190
Orge	1·278	Acide sulfurique concentré	1·841
Froment	1·346	Alcool absolu à 15° .	0·795
Glace	0·916	„ „ „ 0° .	0·810
Bière	1·006	Eau de mer	1·027
Vin	0·975	Eau à 4°	1·000
Lait	1·030		

463.

Poids des plaques métalliques.

En désignant par s le poids spécifique du métal (N°. 462). le poids d'un mètre carré de plaque, pour une épaisseur d (en millimètres), est égal à s d (en kilogrammes).

Digitized by Google

464.

Epaisseur du métal et poids des tuyaux en fonte pour conduites d'eau et de gaz.

Diamètre intérieur (en centimètres).	Epaisseur des parois (en centimètres).	Poids d'un mètre courant (en kilogrammes).	Diamètre intérieur (en centimètres).	Epaisseur des parois (en centimètres).	Poids d'un mètre courant (en kilogrammes).	Diamètre intérieur (en centimètres).	Epaisseur des parois (en centimètres).	Poids d'un mètre courant (en kilogrammes).
5	1·035	14·46	35	1·245	102·18	65	1·455	218·95
6	1·042	16·61	36	1·252	105·60	66	1·462	223·34
7	1·049	19·12	37	1·259	109·11	67	1·469	227·67
8	1·056	21·01	38	1·266	112·57	68	1·476	232·21
9	1·063	24·22	39	1·273	116·10	69	1·483	236·68
10	1·070	26·82	40	1·280	119·64	70	1·490	241·22
11	1·077	29·45	41	1·287	123·24	71	1·497	245·76
12	1·084	32·11	42	1·294	126·84	72	1·504	250·30
13	1·091	34·81	43	1·301	130·52	73	1·511	254·91
14	1·098	37·53	44	1·308	134·12	74	1·518	259·52
15	1·105	40·29	45	1·315	137·94	75	1·525	264·21
16	1·112	43·08	46	1·322	141·69	76	1·532	268·89
17	1·119	45·91	47	1·329	145·37	77	1·539	273·65
18	1·126	48·76	48	1·336	149·18	78	1·546	278·40
19	1·133	51·65	49	1·343	153·08	79	1·553	283·24
20	1·140	54·56	50	1·350	156·97	80	1·560	288·06
21	1·147	57·52	51	1·357	160·86	81	1·567	292·96
22	1·154	60·50	52	1·364	164·82	82	1·574	297·87
23	1·161	63·51	53	1·371	168·79	83	1·581	302·84
24	1·168	66·56	54	1·378	172·82	84	1·588	307·81
25	1·175	69·63	55	1·385	176·79	85	1·595	312·71
26	1·182	72·57	56	1·392	180·90	86	1·602	317·76
27	1·189	75·89	57	1·399	185·00	87	1·609	322·80
28	1·196	79·06	58	1·406	189·11	88	1·616	327·92
29	1·203	82·27	59	1·413	193·29	89	1·623	332·96
30	1·210	85·50	60	1·420	197·47	90	1·630	338·22
31	1·217	88·78	61	1·427	201·65	91	1·637	343·34
32	1·224	92·09	62	1·434	205·98	92	1·644	348·60
33	1·231	95·41	63	1·441	210·23	93	1·651	353·86
34	1·238	98·78	64	1·447	214·62	94	1·658	359·05

Digitized by Google

465.

Table des poids des écrous, des têtes et des corps des boulons à filet triangulaire.

Diamètre des boulons (en centimètres).	Poids de l'écrou et de la tête de boulon.		Poids d'un centimètre de boulon.	Diamètre des boulons (en centimètres).	Poids de l'écrou et de la tête de boulon.		Poids d'un centimètre de boulon.	Diamètre des boulons (en centimètres).	Poids de l'écrou et de la tête de boulon.		Poids d'un centimètre de boulon.
	Tête carrée.	Tête ronde			Tête carrée.	Tête ronde.			Tête carrée.	Tête ronde.	
1·0	0·0538	0·0494	0·0061	2·7	0·5974	0·5484	0·0458	4·4	2·516	2·310	0·1184
1·1	0·0722	0·0674	0·0074	2·8	0·6692	0·6130	0·0479	4·5	2·680	2·455	0·1238
1·2	0·0924	0·0896	0·0088	2·9	0·7586	0·6884	0·0512	4·6	2·859	2·618	0·1294
1·3	0·1136	0·1046	0·0103	3·0	0·8762	0·8073	0·0550	4·7	3·031	2·780	0·1351
1·4	0·1364	0·1260	0·0119	3·1	0·9500	0·8800	0·0588	4·8	3·222	2·955	0·1409
1·5	0·1590	0·1480	0·0137	3·2	1·045	0·9620	0·0626	4·9	3·410	3·138	0·1468
1·6	0·1822	0·1690	0·0156	3·3	1·138	1·049	0·0666	5·0	3·623	3·338	0·1529
1·7	0·2082	0·1928	0·0176	3·4	1·239	1·140	0·0707	5·1	3·831	3·530	0·1592
1·8	0·2360	0·2178	0·0198	3·5	1·342	1·230	0·0749	5·2	4·053	3·725	0·1653
1·9	0·2658	0·2450	0·0220	3·6	1·452	1·330	0·0793	5·3	4·284	3·940	0·1718
2·0	0·2972	0·2732	0·0244	3·7	1·552	1·435	0·0837	5·4	4·530	4·160	0·1784
2·1	0·3284	0·3036	0·0269	3·8	1·674	1·540	0·0883	5·5	4·778	4·390	0·1850
2·2	0·3620	0·3350	0·0296	3·9	1·809	1·658	0·0930	5·6	5·031	4·615	0·1918
2·3	0·4000	0·3700	0·0324	4·0	1·939	1·786	0·0978	5·7	5·298	4·869	0·1987
2·4	0·4420	0·4080	0·0351	4·1	2·074	1·902	0·1028	5·8	5·548	5·100	0·2057
2·5	0·4850	0·4500	0·0382	4·2	2·216	2·031	0·1079	5·9	5·810	5·350	0·2129
2·6	0·5360	0·4946	0·0413	4·3	2·362	2·170	0·1160	6·0	6·082	5·604	0·2201

Digitized by Google

466.

Poids des manchons d'accouplement.

Numéros des accouplements.	Poids de la douille kilogr.	Poids de la tête kilogr.	Numéros des accouplements.	Poids de la douille kilogr.	Poids de la tête kilogr.
I	1·8	0·8	XI	94·8	59·2
II	2·5	1·2	XII	135·5	85·1
III	5·0	2·0	XIII	184·8	116
IV	6·5	2·8	XIV	213·2	143
V	9·6	5·4	XV	284·3	178
VI	14·3	8·6	XVI	360	229
VII	20·1	12·1	XVII	452	316
VIII	26·8	16·4	XVIII	562	392
IX	40·0	24·9	XIX	685	481
X	63·2	39·6			

Ces poids se rapportent aux accouplements dont les dimensions ont été indiquées au N°. 81.

467.

Poids des paliers.

Numéros des paliers.	Poids du palier sans plaque de support.	Poids de la plaque.	Poids des coussinets.	Poids des boulons.	Poids total.	Numéros des paliers.	Poids du palier sans plaque de support.	Poids de la plaque.	Poids des coussinets.	Poids des boulons.	Poids total.
	Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.		Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.
I	1·11	0·70	0·36 0·40	0·34	2·51 2·55	IX	30·62	20·40	5·30 6·90	4·85	62·17 62·77
II	1·58	1·10	0·40 0·48	0·40	3·48 3·56	X	49·25	32·40	8·28 10·10	7·90	97·83 99·65
III	2·59	1·66	0·53 0·65	0·60	5·38 5·50	XI	68·06	41·40	12·00 13·90	11·95	133 41 135·31
IV	4·44	2·86	0·85 1·09	0·93	9·08 9·32	XII	107·1	67·40	16·40 19·28	17·00	207·89 210·77
V	6·97	5·10	1·33 1·60	1·30	14·70 14·97	XIII	147·0	92·50	22·50 26·10	23·48	285·48 289·1
VI	10·40	7·50	2·00 2·43	1·82	21·72 22·15	XIV	171·4	107	30·00	27·2	335·6
						XV	225·4	142	39·00	34·8	441·2
VII	14·59	10·40	2·85 3·40	2·48	30·32 30·87	XVI	292·6	185	49·80	43·8	571·2
						XVII	368·5	231	61·80	54·6	722·9
VIII	20·12	13·90	4·00 4·64	3·30	41·32 41·96	XVIII	460·5	285	76·00	68·2	889·7
						XIX	562·1	354	93·00	83·0	1092·1

On n'a pas compté les boulons qui servent à fixer les plaques des paliers sur les fondations. Les poids se rapportent aux paliers dont les dimensions ont été indiquées au N°. 83.

Digitized by Google

468.

Poids des poulies.

$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$
3	0·177	4	0·188	5	0·198	6	0·211	7	0·224	8	0·237
3·1	0·177	4·1	0·189	5·1	0·200	6·1	0·212	7·1	0·225	8·1	0·238
3·2	0·178	4·2	0·191	5·2	0·201	6·2	0·213	7·2	0·226	8·2	0·240
3·3	0·180	4·3	0·192	5·3	0·202	6·3	0·215	7·3	0·228	8·3	0·241
3·4	0·181	4·4	0·192	5·4	0·204	6·4	0·216	7·4	0·229	8·4	0·242
3·5	0·182	4·5	0·193	5·5	0·204	6·5	0·217	7·5	0·231	8·5	0·244
3·6	0·184	4·6	0·194	5·6	0·205	6·6	0·219	7·6	0·232	8·6	0·245
3·7	0·184	4·7	0·196	5·7	0·207	6·7	0·220	7·7	0·233	8·7	0·246
3·8	0·186	4·8	0·197	5·8	0·208	6·8	0·221	7·8	0·234	8·8	0·248
3·9	0·186	4·9	0·198	5·9	0·209	6·9	0·222	7·9	0·236	8·9	0·249

469.

Poids des poulies.

$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$
1	0·0035	2	0·0108	3	0·0213	4	0·0348	5	0·0499	6	0·0684
1·1	0·0036	2·1	0·0120	3·1	0·0228	4·1	0·0366	5·1	0·0516	6·1	0·0696
1·2	0·0042	2·2	0·0126	3·2	0·0240	4·2	0·0384	5·2	0·0533	6·2	0·0720
1·3	0·0048	2·3	0·0123	3·3	0·0252	4·3	0·0396	5·3	0·0549	6·3	0·0744
1·4	0·0060	2·4	0·0144	3·4	0·0264	4·4	0·0408	5·4	0·0564	6·4	0·0772
1·5	0·0066	2·5	0·0156	3·5	0·0276	4·5	0·0426	5·5	0·0588	6·5	0·0785
1·6	0·0072	2·6	0·0168	3·6	0·0294	4·6	0·0438	5·6	0·0604	6·6	0·0804
1·7	0·0084	2·7	0·0180	3·7	0·0305	4·7	0·0456	5·7	0·0624	6·7	0·0828
1·8	0·0087	2·8	0·0186	3·8	0·0324	4·8	0·0468	5·8	0·0642	6·8	0·0852
1·9	0·0096	2·9	0·0204	3·9	0·0336	4·9	0·0486	5·9	0·0660	6·9	0·0876

G poids d'une poulie, en kilogrammes.
d diamètre de l'arbre, en centimètres.
b largeur de la poulie, „
R rayon de la poulie, „

Digitized by Google

470.

Poids des roues d'engrenage.

$$\left(\frac{\beta}{\alpha} = 6\right)$$

$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$
3	0·196	4	0·213	5	0·233	6	0·254	7	0·278	8	0·300
3·1	0·197	4·1	0·216	5·1	0·236	6·1	0·257	7·1	0·280	8·1	0·302
3·2	0·198	4·2	0·217	5·2	0·237	6·2	0·260	7·2	0·283	8·2	0·305
3·3	0·201	4·3	0·220	5·3	0·240	6·3	0·261	7·3	0·285	8·3	0·308
3·4	0.202	4·4	0·221	5·4	0·243	6·4	0·264	7·4	0·287	8·4	0·309
3·5	0·205	4·5	0·224	5·5	0·244	6·5	0·265	7·5	0·289	8·5	0·312
3·6	0·207	4·6	0·225	5·6	0·247	6·6	0 268	7·6	0·291	8·6	0·315
3·7	0·208	4·7	0·226	5·7	0·248	6·7	0·271	7·7	0·293	8·7	0·317
3·8	0·209	4·8	0·229	5·8	0·251	6·8	0·273	7·8	0·296	8·8	0·320
3·9	0·212	4·9	0·230	5·9	0·252	6·9	0·276	7·9	0·298	8·9	0·321

471.

Poids des roues d'engrenage.

$$\left(\frac{\beta}{\alpha} = 6\right)$$

$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$	$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$	$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$	$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$	$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$	$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$
2	0·038	3	0·063	4	0·091	5	0·121	6	0·154	7	0·191
2·1	0·041	3·1	0·065	4·1	0·093	5·1	0·124	6·1	0·158	7·1	0·195
2·2	0·043	3·2	0·069	4·2	0·096	5·2	0·128	6·2	0·161	7·2	0·198
2·3	0·046	3·3	0·071	4·3	0·099	5·3	0·132	6·3	0·165	7·3	0·202
2·4	0·047	3·4	0·074	4·4	0·101	5·4	0·133	6·4	0·169	7·4	0·206
2·5	0·050	3·5	0·076	4·5	0·105	5·5	0·137	6·5	0·172	7·5	0·209
2·6	0·053	3·6	0·080	4·6	0·108	5·6	0·140	6·6	0·175	7·6	0·212
2·7	0·056	3·7	0·082	4·7	0·111	5·7	0·144	6·7	0·180	7·7	0·217
2·8	0·058	3·8	0·085	4·8	0·114	5·8	0·148	6·8	0·183	7·8	0·221
2·9	0·060	3·9	0·088	4·9	0·117	5·9	0·151	6·9	0·186	7·9	0·225

R rayon de la roue, en centimètres.
α et β, épaisseur et largeur des dents, en centimètres.
d diamètre de l'arbre, en centimètres.
G poids de la roue, en kilogrammes.

Digitized by Google

PRIX DES PIÈCES DE MACHINES.[1]

472.

Pièces en fonte et bronze.

(Les modèles ne sont pas comptés.)

MOULES EN SABLE.

Pièces de $0^{k}.25$ à $0^{k}.50$	par kil.	$0^{F}.84$
„ $0^{k}.50$ à $3^{k}.00$	„	0·63
„ $4^{k}.00$ à $6^{k}.00$	„	0·49
„ $6^{k}.00$ à $20^{k}.00$	„	0·42
Pièces lourdes, mais faciles à fondre	„	0·39
Fonte ordinaire en coquilles	„	0·35
Plaques (fonte en foyer), jusqu'à 500^{k}.	„	0·33
„ „ au-dessus de 500^{k}.	„	0·32
Fonte de moulage en terre, jusqu'à 50^{k}.	„	0·51
Laiton	„	3·50
Bronze (métal de canons)	„	4·20

473.

Pièces séparées pour machines et appareils.

Cordages en chanvre	par kil.	$1^{F}.14$
Câbles en fil de fer	„	1·43
Chaînes	„	0·70
Tuyaux en fonte pour conduites d'eau et de gaz:		
a) Avec manchons	„	0·35
b) Avec brides	„	0·56
Tuyaux soudés en fer	„	2·40
Tuyaux corroyés en fer	„	3·00
Tuyaux étirés en cuivre	„	5·20
Tuyaux étirés en laiton	„	5·30
Tuyaux en plomb	„	0·65
Vases soudés et rivés en tôle de fer	„	1·20
Chaudières en cuivre	par kil.	4·20 à 5·60
Vases en fonte	par kil.	0·40
Robinets et soupapes en laiton	„	5·60

[1] Ces prix ne doivent être considérés que comme approximatifs; ils ne sont pas les mêmes dans tous les pays et, dans une même région, ils éprouvent des variations très notables.

Digitized by Google

Robinets et soupapes en fonte	par kil.	3F·20
Boulons pour assemblage de pièces métalliques .	„	2·50
Vis pour presses, etc.	„	3·00
Manivelles, leviers, bielles, en fer forgé . . .	„	2·50

474.

Organes de transmissions.

ARBRES ET MANCHONS.	Prix par kilogramme pour les valeurs de l'arbre dont le diamètre est le suivant: 3 à 6c.	6 à 9c.	9 à 16c.	16 à 24c.
1° En fer forgé, tournés, avec manchons alèsés et assemblés avec clavettes en acier	1F·7	1F·5	1F·3	1F·2
2° En fer forgé, tournés seulement dans les paliers, avec manchons alèsés et assemblés avec clavettes en acier	1·4	1·3	1·1	1·0
3° En fonte, tournés entièrement, avec manchons alèsés et assemblés avec clavettes en acier	—	—	0·9	0·8
4° En fonte, tournés seulement dans les paliers, avec manchons alèsés et assemblés avec clavettes en acier	—	—	0·7	0·6

ROUES, DENTÉES, POULIES, PALIERS	Prix par kilogramme pour les valeurs suivantes du poids des pièces: 5 à 10k.	10 à 30k.	30 à 100k.	au-dessus de 100k
Roues en fonte, tournées, alèsées, limées	3F·0	2F·0	1F·5	1F·0
Roues en fonte, tournées et alèsées	1·5	1·4	1·2	0·9
Roues en fonte, simplement alèsées	1·0	0·9	0·8	0·7
Poulies en fonte, tournées, alèsées	1·4	1·3	1·2	1·0
Poulies en fonte, simplement alèsées	1·0	0·9	0·8	0·7
Paliers en fonte avec coussinets en laiton	1·7	1·5	1·3	1·1

Digitized by Google

Plaques de fondation et bâtis-supports . .	par kil.	0F·6 à 1F·2
Coussinets alèsés et tournés en laiton . .	„	5
Tourillons en fonte, tournés	„	0·6
Tourillons en fer, tournés	„	1
Tourillons en acier, tournés	„	2
Volants ajustés et alèsés	„	0·6

475.

Prix des roues hydrauliques.

	Prix par cheval d'effet utile. La roue sans coursier.	La roue avec coursier.
A) ROUES EN BOIS.		
Petites roues à palettes, exécutées avec soin	100 à 160F.	130 à 200F.
Grandes roues à palettes, couronne dentée, rosettes, tourillons en fonte	130 à 200	160 à 250
Petites roues en dessus	50 à 80	70 à 100
Grandes roues en dessus, couronne dentée, rosettes, arbre de couche en bois	260 à 400	300 à 450
B) ROUES EN FER.		
Roues à palettes. Les palettes et la couronne sont en bois, le reste en fer	200 à 320F.	300 à 400F.
Roues d'arrière. Les augets sont en bois, le reste en fer	200 à 330	400 à 430
Roues en-dessus en fer avec augets en tôle	300 à 500	400 à 550
Roues Poncelet en fer, avec augets en tôle	260 à 400	330 à 500

Prix des pièces séparées d'une roue en fer:

Couronne, rosettes, arbre en fonte	par kil.	0F·6 à 0F·8
Entretoises et boulons en fer	„	1 à 1·3
Augets en tôle	„	1·2 à 1·7

Digitized by Google

476.

Prix des turbines.

Hauteur de chute.	Effet utile de la turbine en chevaux-vapeur.									
	2	4	6	8	10	12	15	20	30	40
Mètres.										
0·5	4600	5528	6456	7384	8312	9240	10632	12496	16200	—
0·8	4471	5291	6110	6928	7746	8564	9791	11336	14280	—
1·0	4385	5121	5867	6613	7358	8002	9118	10590	13000	14000
1·5	4170	4730	5290	5850	6410	7670	7810	8586	9800	11700
2·0	4084	4630	5176	5722	6268	6814	7633	8400	9614	11496
2·5	3998	4530	5062	5594	6126	6658	7456	8216	9438	11228
3·0	3912	4430	4948	5466	5984	6502	7279	8030	9252	11080
4·0	3740	4258	4776	5294	5812	6330	7107	7802	8880	10664
5·0	3568	4058	4548	5038	5528	6018	6753	7432	8518	10284
8·0	3310	3770	4230	4690	5150	5610	6300	7002	8164	9724
10·0	3138	3580	4022	4464	4906	5348	6228	6714	7928	9308
12·0	3052	3484	3916	4348	4212	5212	6060	6570	7840	9100

Digitized by Google

MACHINES A VAPEUR.

477.

Machines fixes pour ateliers et fabriques. (1)

Désignation du système.	Prix par cheval pour des machines de la force suivante:												
	2	4	6	8	10	12	16	20	30	40	50	60	100
Machines à haute pression, *sans* détente, *sans* condensation, *sans* balancier	1824	1324	1157	1074	1024	990	949	924	891	874	864	857	844
Machines à haute pression, *avec* détente, *sans* condensation, *sans* balancier	2340	1591	1341	1200	1140	1090	1029	990	940	916	900	890	870
Machines à pression moyenne, à un cylindre, *avec* détente, *avec* condensation, *avec* balancier .	—	—	—	—	—	1600	1413	1308	1158	1083	1038	1008	948
Machines à pression moyenne, à 2 cylindres de Woolf, *avec* détente, *avec* condensation, *avec* balancier	—	—	—	—	—	1915	1655	1500	1291	1187	1125	1083	1000

(1) Les prix indiqués par ce tableau sont très élevés et doivent être considérés comme des maximums; du reste, les prix de vente varient entre des limites assez éloignées.

Digitized by Google

478.

Prix des chaudières à vapeur en tôle.

(Sans garniture.)

Force de la chaudière (chevaux-vap.).	Surface totale de la chaudière.	Longueur de la chaudière principale	Diamètre de la chaudière principale.	Diamètre des bouilleurs.	Nombre des bouilleurs.	Pour 2 atmosphères		Pour 3 atmosphères		Pour 4 atmosphères		Pour 5 atmosphères	
						Poids. Kilogr.	Prix Francs.	Poids Kilogr.	Prix Francs.	Poids. Kilogr.	Prix. Francs.	Poids. Kilogr.	Prix. Francs.
	Mèt. carr.	Mètres.	Mètres.	Mètres									
1	4·5	2·4	0·60	—	—	225	270	260	312	295	354	325	400
2	5·6	2·7	0·66	—	—	350	420	400	480	450	540	500	600
4	11·6	3·0	0·69	0·27	2	575	690	660	792	740	888	802	1000
6	15·9	3·6	0·75	0·33	2	925	1110	1060	1272	1195	1434	1325	1600
8	19·8	4·2	0·78	0 36	2	1340	1608	1530	1836	1725	2070	1915	2300
10	22·1	4·5	0·84	0·36	2	1750	2100	2000	2400	2250	2700	2500	3000
12	24·7	4·8	0·90	0·36	2	2100	2520	2400	2880	2700	3240	3000	3600
16	29·7	5·4	0·99	0·39	2	2450	2940	2800	3360	3150	3780	3500	4200
20	32·8	5·7	1·05	0·39	2	2915	3498	3430	4116	3850	4620	4165	5000
25	45·1	6·3	1·11	0·39	2	3100	3720	3550	4260	4000	4800	4415	5300
30	54·6	6·9	1·17	0·45	2	3500	4200	4000	4800	4500	5400	5085	6100
35	60·8	7·5	1·23	0·45	2	4235	5082	4850	5820	5500	6600	6060	7272
40	69·5	8·1	1·29	0·48	2	5000	6000	5700	6840	6450	7740	7165	8600
45	78·9	9·0	1·35	0·48	2	6000	7200	6800	8160	7540	9048	8335	10000
50	97·0	10·5	1·41	0·51	2	6900	8280	7700	9240	8600	10320	9415	11300

Digitized by Google

Pièces en tôle forte de 50 à 250k.	par kilog.	1F·68
„ „ „ 250 à 500k.	„	1·40
„ „ „ 500k. et au delà . . .	„	1·26
Cheminées en tôle forte	„	1·05
Devantures avec portes de foyer	„	0·56
Barreaux de grille, supports, etc., en fonte .	„	0·35
Soupapes de sûreté, flotteurs	„	2·20

479.

Bateaux à vapeur pour rivières et lacs.

Désignation des appareils.	Poids en kilogr. par chev.-vap.	Poids du kilogr.	Prix par chev.-vap.
La machine avec appareil moteur .	600	2	1200F.
Chaudière et cheminée	300	1·2	360
Le bateau en tôle avec agrès . .	840	1	840
Machine, appareil moteur, chaudière, cheminée	900	1·73	1560
Machine, appareil moteur, chaudière, cheminée, bateau	1740	1·38	2400

480.

Grues en fonte.

Charge qui peut être soulevée par la grue.	Poids de la grue.	Prix par kilogramme.	Prix de la grue.
Kilogrammes.	Kilogrammes.		
1000	1000	1·20	1200
2000	1500	1·15	1725
3000	2000	1·10	2200
4000	3000	1·05	3150
5000	4500	1·00	4500
6000	5600	0·97	5432
7000	6800	0·96	6528
8000	8000	0·94	7520
10000	9800	0·90	8820
15000	13000	0·85	11050
20000	17000	0·80	13600

Digitized by Google

Outils pour usines de construction de machines.

Désignation des appareils.	Poids en kilogr	Prix par kilogr.	Prix de la machine
Tour avec châssis en bois, comprenant une poupée fixe, avec poulie conique et poupée mobile, support, deux plateaux à fixer et transmission:			
Hauteur de la poupée fixe 0m.15	200	1·5	300
" " 0·18	266	1·5	400
" " 0·21	300	1·5	450
" " 0·24	350	1·5	520
Tour avec châssis en bois, comprenant une poupée fixe, avec une série d'engrenages. poupée mobile, support, deux plateaux à fixer et transmission:			
Hauteur de la poupée fixe 0m.27	714	1·4	1000
" " 0·30	860	1·4	1200
" " 0·39	1290	1·4	1800
" " 0·45	1714	1·4	2400
" " 0·60	2150	1·4	3000
" " 0·90	2570	1·4	3600
Tour avec châssis en fonte raboté, comprenant une poupée fixe avec poulie conique et poupée mobile, support, deux plateaux à fixer et transmission:			
Longueur du banc. Hauteur de la poupée fixe.			
1m.80 0m.18	500	1·6	800
2·10 0·21	600	1·6	960
2·40 0·24	675	1·6	1080
2·70 0·27	750	1·6	1200
Tour à fileter et tour parallèle, avec châssis en fonte raboté, poupée fixe et série d'engrenages, poupée mobile, support fixe, lunettes, deux plateaux à fixer et transmission supérieure:			

Digitized by Google

Désignation des appareils.		Poids en kilogr.	Prix par kilogr.	Prix de la machine
Longueur du banc.	Hauteur de la poupée fixe			
1m.8	0m.21	870	2·3	2000
2·4	0·24	1043	2·3	2400
3·0	0·27	1364	2·2	3000
3·6	0·30	1818	2·2	4000
4·2	0·39	2381	2·1	5000
4·8	0·45	3143	2·1	6600
5·4	0·51	4500	2·0	9000
6·0	0·60	6000	2·0	12000
6·6	0·75	8511	1·88	16000
7·2	0·90	10638	1·88	20000
Support fixe à deux mouvements, support et vis				
Longueur	0m.09	51	5·5	280
"	0·12	64	5·0	320
"	0·15	89	4·5	400
"	0·18	120	4·0	480
"	0·21	140	4·0	560
"	0·24	183	3·5	640
"	0·27	206	3·5	720
Machine à tailler les dents, pour roues				
de 1m.0 de diamètre		1364	2·2	3000
1·2	"	1636	2·2	3600
1·5	"	2182	2·2	4800
Machine à mortaiser, pour roues et accouplements				
dont le diamètre est de	0m.9	2320	1·55	3600
"	1·5	3490	1·43	5000
"	2·4	5000	1·28	6400
Machine à fileter et à tarauder,				
pour vis d'un diamètre de	0m.03	560	2·50	1400
" "	0·045	1440	1·80	2600
" "	0·060	2250	1·60	3600
Machine à percer, verticale, pour trous de				
0m.09 de profondeur et	0m.03 de diamèt.	250	3·20	800
0·18 "	0·075 "	440	2·73	1200
0·30 "	0·12 "	670	2·39	1600

Digitized by Google

Désignation des appareils.				Poids en kilogr.	Prix par kilogr.	Prix de la machine
Machine à percer, verticale, pour roues, avec supports à colonnes, de 1m.2 d'écartement				2320	1·55	3600
Machine à percer, verticale, avec bras mobile (radiale), pour percer des roues jusqu'à 3 mèt. de diamètre				4100	1·37	5600
Machine à percer la tôle et cisailles pour trous de						
0m.03 de diamèt. et 0m.015 d'épaisseur				2000	1·60	3200
0·03 „ 0·030 „				3150	1·46	4600
Machine à plier la tôle, avec cylindres						
de 1m.20 de longueur				960	2·08	2000
1·50 „				1450	1·79	2600
1·80 „				2000	1·60	3200
Machine à raboter, avec mouvement automatique, banc en fonte et transmission.						
Longueur du banc.	Longueur de la pièce à raboter.	Largeur de la pièce à raboter.	Hauteur de la pièce à raboter.			
1m.2	0m.84	0m.54	0m.36	1300	1·85	2400
1·8	1·14	0·54	0·36	1450	1·79	2600
2·4	1·50	0·69	0·69	2300	1·57	3600
3·0	1·89	0·69	0·69	2700	1·48	4000
3·6	2·25	0·69	0·69	2800	1·50	4200
4·2	2·64	0·69	0·69	3050	1·51	4600
4·8	3·00	0·69	0·69	3300	1·45	4800
5·4	3·39	0·69	0·69	3500	1·43	5000
6·0	3·75	1·05	1·05	6200	1·16	7200
6·6	4·50	1·05	1·05	7500	1·07	8000
7·2	5·10	1·35	1·35	10000	1·00	10000
7·8	5·40	1·35	1·35	11500	1·00	11500
8·4	5·70	1·35	1·35	12000	1·00	12000
9·0	6·00	1·50	1·50	14000	1·00	14000
Petite machine à raboter, pour pièces de						
	Longueur.	Largeur	Hauteur.			
	0m.18	0m.18	0m.15	280	3·21	900
	0·24	0·24	0·18	430	2·79	1200
	0·30	0·30	0·21	600	2·50	1500

Digitized by Google

482.

Machines pour la fabrication du fer.

	Prix par kilogr.
Souffleries à cylindre, alèsées, avec piston, tige de piston, guides et soupapes	1F.2
Ventilateurs pour cubilots, sans transmission, 500 fr.	
Plaques de fondation pour laminoirs	0·3
Roues dentées, non alèsées, mais clavetées	0·5
Pignons tournés	0·6
Volants, châssis pour laminoirs, essieux non tournés en fonte	0·42
Essieux en fonte, avec moyeux tournés et manchons alèsés	0·56
Manchons non alèsés	0·42
Cylindres tournés pour plaques de tôle	0·6
„ „ calibrés pour gros fer	0·8
„ „ „ pour petit fer	1·2
„ „ polisseurs pour fer en bandes	4·0
Vis de pression, forgées et taillées, pour laminoirs	3·0
Ecrous en laiton pour laminoirs	4·8
Traverses en fer forgé, grands boulons	1·0
Petits boulons en fer forgé	1·2
Coussinets en laiton pour supports de laminoirs	4·8

483.

Machines pour filatures de coton.

Wellou (loup)	800F.
Batteur éplucheur	1600
Batteur étaleur	3200
Carde avec 18 couvercles et 2 séries de cylindres fournisseurs	1200
„ 18 „ 1 „ „ „	1100
Réunisseuse pour cardes	600
Machine à ouater	700
Machine à aiguiser les chapeaux des cardes	600
Machine à aiguiser les tambours des cardes	300
Laminoir à 6 têtes par tête 220	1328
„ 10 „ à 5 cylindres „ 240	2400
„ 14 „ 5 „ „ 205	2870
Réunisseuse pour laminoirs	500

Digitized by Google

				Prix par kilogr.
Banc à broches en gros à	32	broches, par broche	91	2900F.
„ „	36	„ „	83	3000
„ „	40	„ „	77	3100
„ „	44	„ „	73	3200
Banc à broches en fin	64	„ „	48	3100
„ „	72	„ „	46	3300
„ „	80	„ „	44	3500
„ „	88	„ „	42	3700
„ „	96	„ „	40	4000
„ „	120	„ „	38	4560
Mule-Jenny	360	„ „	10	3600
Presse à emballage pour 5 à 10 livres de paquet . .				540
Broche pour métiers à filer				2·66
„ „ dévidoir (bobines)				3·50
Métier à filer (Throstle) à 234 broches, par broche			15	3510
Rota frotteur (machine à tubes)				225

484.

Machines pour tissage à la mécanique.

Bohinoir avec 100 broches	900F.
„ „ 144 „	1100
Ourdissoir à 400 bobines pour toile de 36″	500
„ 500 „ „ 46″	600
Machine à parer pour toile de 36″	1800
„ „ 46″	2000
Métier à tisser (système Robert) pour toile unie . . .	300
„ „ „ „ façonnée .	380
Navette en buis avec pointes en acier	4
Métier pour velours de 34″	400
„ „ façonné	450
„ „ large de 48″	540

Digitized by Google

485.

Filature de coton.

(Prix en francs par broche Mule-Jenny.)

Désignation des pièces.	Numéros moyens des fils, produits par la fabrique.								
	10	20	30	40	60	80	100	120	140
Machines à filer .	66	30	21	18	15	13	12	12	11
Transmission . .	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Machine motrice .	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Bâtiments . . .	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Prix de la fabrique complétement installée par broche (Mule)	89	53	44	41	38	36	35	35	34

486.

Prix des machines pour la fabrication du papier.

Une machine complète pour la confection du papier sans fin, avec séchoir, presse à chauffer, crible à nœud, appareil d'aspiration et appareil à tailler, pour couper le papier suivant la longueur . . . . . 27600F.
Un cylindre complet à papier, avec tambour en fer et avec garniture 3000
Une presse complète à satiner 7600
Une cuvre à chiffons avec mélangeur 2100
Une pompe pour 8 cylindres 1560

487.

Usines à gaz pour l'éclairage des villes.

(Prix par bec de gaz.)

Usine sans gazomètre ni cornues . . . . . 8F.
Canalisation de la ville . . . . . 25·4
Branchements . . . . . 3·2
Gazomètre . . . . . 11·4

Digitized by Google

Fourneaux à cornues	6·4F.
Condensateur.	1·8
Appareils (cuve) de lavage	0·4
Epurateur	1·8
Compteur	0·7
Régulateur.	0·2
Tuyaux de conduite dans la fabrique.	0·7
Prix d'une installation sans candélabre, par bec	60·0

Digitized by Google

CHAPITRE XIII.

COLLECTION DE FORMULES ANALYTIQUES.

488.

FORMULES TRIGONOMÉTRIQUES.

I.

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tang} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 \alpha}} = \frac{2 \operatorname{tang} \frac{1}{2} \alpha}{1 + \operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 \alpha}} = \frac{1 - \operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \alpha}{1 + \operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\operatorname{cotg} \alpha} = \frac{2 \operatorname{tang} \frac{1}{2} \alpha}{1 - \operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

II.

$$\sin 2 \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2 \operatorname{tang} \alpha}{1 + \operatorname{tang}^2 \alpha}$$

$$\cos 2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tang} 2 \alpha = \frac{2 \operatorname{tang} \alpha}{1 - \operatorname{tang}^2 \alpha}$$

Digitized by Google

III.

$$\sin \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}, \quad \cos \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \alpha = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

$$\sin \frac{1}{2} \alpha + \cos \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{1 + \sin \alpha}$$

$$\sin \frac{1}{2} \alpha - \cos \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{1 - \sin \alpha}$$

$$\sin \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \sin \alpha} + \sqrt{1 - \sin \alpha} \right\}$$

$$\cos \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \sin \alpha} - \sqrt{1 - \sin \alpha} \right\}$$

$$\frac{\cos 2 \alpha}{1 + \sin 2 \alpha} = \operatorname{tang} (45^0 - \alpha)$$

IV.

$$\sin (\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos (\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tang} (\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tang} \alpha \pm \operatorname{tang} \beta}{1 \mp \operatorname{tang} \alpha \operatorname{tang} \beta}$$

$$\operatorname{tang} \alpha \pm \operatorname{tang} \beta = \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\operatorname{cotg} \alpha \pm \operatorname{cotg} \beta = \frac{\sin (\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

V.

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$\cos \beta + \cos \alpha = 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$\cos \beta - \cos \alpha = 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta).$$

Digitized by Google

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta)$$
$$2 \cos \alpha \sin \beta = \sin (\alpha + \beta) - \sin (\alpha - \beta)$$
$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)$$
$$2 \sin \alpha \sin \beta = \cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)$$

$$\sin (\alpha + \beta) (\sin (\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$
$$\cos (\alpha + \beta) \cos (\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

VI.

$$\text{arc} \sin x = \text{arc} \cos \sqrt{1 - x^2} = \text{arc tang} \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$\text{arc} \cos x = \text{arc} \sin \sqrt{1 - x^2} = \text{arc tang} \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$$

$$\text{arc tang } x = \text{arc} \sin \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} = \text{arc} \cos \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$$

489.

SÉRIES.

$$1 + \delta + 2\delta + 3\delta + \ldots\ldots + (n - 1)\delta = 1 + \frac{(n - 1) n}{2} \delta$$

$$a + a q + a q^2 + a q^3 + \ldots\ldots + a q^{n-1} = \frac{a (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$(1 + x)^m = 1 + m x + \frac{m (m - 1)}{1 . 2} x^2 + \frac{m (m - 1) (m - 2)}{1 . 2 . 3} x^3 + \ldots$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} + \ldots\ldots$$

$$e = 2{\cdot}71828, \quad m = \text{log. nat. } a$$

$$a^x = 1 + x\, m + \frac{(x\, m)^2}{1{\cdot}2} + \frac{(x\, m)^3}{1.2.3} + \ldots\ldots$$

$$\text{log. nat. } (1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \ldots\ldots$$

$$\text{log. vul. } x = 0{\cdot}43429 \text{ log. nat. } x$$

$$\text{log. nat. } x = 2{\cdot}3026 \text{ log. vul. } x$$

Digitized by Google

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^4}{1.2.3.4} - \frac{x^6}{1.2.3.4.5.6} + \ldots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5} - \frac{x^7}{1.2.3.\ldots.7} + \ldots$$

$$\operatorname{tang} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{3.5} + \frac{17x^7}{3.5.7.3} + \ldots$$

$$\cos\alpha + \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha+2\beta) + \ldots + \cos[\alpha+(n-1)\beta] =$$
$$= \frac{\sin\frac{1}{2}n\beta\cos[\alpha+\frac{1}{2}(n-1)\beta]}{\sin\frac{1}{2}\beta}$$

$$\sin\alpha + \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha+2\beta) + \ldots + \sin[\alpha+(n-1)\beta] =$$
$$= \frac{\sin\frac{1}{2}n\beta\sin[\alpha+\frac{1}{2}(n-1)\beta]}{\sin\frac{1}{2}\beta}.$$

$$\left\{\begin{array}{c}\cos\alpha + x\cos(\alpha+\beta) + x^2\cos(\alpha+2\beta) + \ldots \\ + x^{n-1}\cos[\alpha+(n-1)\beta]\end{array}\right\} =$$
$$= \frac{x^{n+1}\cos[\alpha+(n-1)\beta] - x^n\cos(\alpha+n\beta) - x\cos(\alpha-\beta) + \cos\alpha}{1-2x\cos\beta+x^2}$$

$$\left\{\begin{array}{c}\sin\alpha + x\sin(\alpha+\beta) + x^2\sin(\alpha+2\beta) + \ldots \\ + x^{n-1}\sin[\alpha+(n-1)\beta]\end{array}\right\} =$$
$$= \frac{x^{n+1}\sin[\alpha+(n-1)\beta] - x^n\sin(\alpha+n\beta) - x\sin(\alpha-\beta) + \sin\alpha}{1-2x\cos\beta+x^2}$$

$$\cos\alpha + \binom{m}{1}\cos(\alpha+\beta) + \binom{m}{2}\cos(\alpha+2\beta) + \ldots\ldots =$$
$$= \left(\pm 2\cos\frac{1}{2}\beta\right)^m\cos(\alpha+m\Theta)$$

$$\sin\alpha + \binom{m}{1}\sin(\alpha+\beta) + \binom{m}{2}\sin(\alpha+2\beta) + \ldots\ldots =$$
$$= \left(\pm 2\cos\frac{1}{2}\beta\right)^m\sin(\alpha+m\Theta)$$

Dans ces formules $\sin\Theta = \pm\sin\frac{1}{2}\beta$; les symboles $\binom{\ }{\ }$ représentent les coefficients binomes. Il faut prendre les signes supérieurs ou inférieurs, suivant que $\sin\frac{1}{2}\beta$ est positif ou négatif.

Digitized by Google

Si l'on désigne par Σn^k la somme des puissances k de tous les nombres entiers de 1 à n, on a :

$$\Sigma n = \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n$$

$$\Sigma n^2 = \frac{1}{3} n^3 + \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{6} n$$

$$\Sigma n^3 = \frac{1}{4} n^4 + \frac{1}{2} n^3 + \frac{1}{4} n^2$$

$$\Sigma n^4 = \frac{1}{5} n^5 + \frac{1}{2} n^4 + \frac{1}{3} n^3 - \frac{1}{30} n$$

Si l'on connaît les valeurs y_1, y_2, y_3, y_4 d'une fonction $y = f(x)$ pour x égal à x_1, x_2, x_3, x_4 . . ., on peut prendre :

$$y = \left\{ \begin{array}{l} y_1 \dfrac{(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)\ldots}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)\ldots} \\ y_2 \dfrac{(x - x_1)(x - x_3)(x - x_4)\ldots}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)\ldots} \\ y_3 \dfrac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_4)\ldots}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_4)\ldots} \end{array} \right\}$$

490.

FORMULES DIFFÉRENTIELLES.

$d\,xy$	$= x\,dy + y\,dx$	$d \sin. x$	$= \cos. x\,dx$
$d\,x^m$	$= m\,x^{m-1}\,dx$	$d \cos. x$	$= -\sin. x\,dx$
$d\,\frac{1}{x}$	$= -\frac{dx}{x^2}$	$d \tang. x$	$= \frac{dx}{\cos.^2 x}$
$d\sqrt{x}$	$= \frac{dx}{2\sqrt{x}}$	$d \cotg. x$	$= -\frac{dx}{\sin.^2 x}$
$d\,\frac{1}{\sqrt{x}}$	$= -\frac{dx}{2x\sqrt{x}}$	$d \arc \sin. x$	$= \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$
$d\,\frac{x}{y}$	$= \frac{y\,dx - x\,dy}{y^2}$	$d \arc. \cos. x$	$= -\frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$

Digitized by Google

$$d\,a^x = a_x \log.\,nat.\,(a)\,d\,x \qquad d\,arc\,tang.\,x = \frac{d\,x}{1+x^2}$$

$$d\,e^x = e^x\,d\,x \qquad d\,arc\,cotg.\,x = -\frac{d\,x}{1+x^2}$$

$$d\,\log.\,nat.\,x = \frac{d\,x}{x}$$

491.

FORMULES INTÉGRALES.

$$X = a + b\,x$$

$$\int \frac{d\,x}{X} = \frac{1}{b}\log.\,X$$

$$\int \frac{x\,d\,x}{X} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b^2}\log.\,X$$

$$\int \frac{x^2\,d\,x}{X} = \frac{x^2}{2\,b} - \frac{a\,x}{b^2} + \frac{a^2}{b^3}\log.\,X$$

$$\int \frac{x^m\,d\,x}{X} = \frac{x^m}{b\,m} - \frac{a}{b}\int \frac{x^{m-1}\,d\,x}{X}$$

$$\int \frac{d\,x}{X^2} = -\frac{1}{b\,X}$$

$$\int \frac{d\,x}{X^n} = -\frac{1}{(n-1)\,b\,X^{n-1}}$$

$$\int \frac{x\,d\,x}{X^2} = \frac{a}{b^2\,X} + \frac{1}{b^2}\log.\,X$$

$$\int \frac{x^2\,d\,x}{X^2} = \left(\frac{x^2}{b} - \frac{2\,a^2}{b^3}\right)\frac{1}{X} - \frac{2\,a}{b^3}\log.\,X$$

$$\int \frac{x^m\,d\,x}{X^2} = \frac{x^m}{(m-1)\,b\,X} - \frac{a\,m}{(m-1)\,b}\int \frac{x^{m-1}\,d\,x}{X^2}$$

$$\int \frac{d\,x}{X^3} = -\frac{1}{2\,b\,X^2}$$

$$\int \frac{x\,d\,x}{X^3} = -\left(\frac{x}{b} + \frac{a}{2\,b^2}\right)\frac{1}{X^2}$$

$$\int \frac{x^2\,d\,x}{X^3} = \left(\frac{2\,a\,x}{b^2} + \frac{3\,a^2}{2\,b^3}\right)\frac{1}{X^2} + \frac{1}{b^3}\log.\,X$$

Digitized by Google

$$X = a + b\,x$$

$$\int \frac{d\,x}{x\,X} = \frac{1}{a} \log. \frac{x}{X}$$

$$\int \frac{d\,x}{x^2\,X} = -\frac{1}{a\,x} + \frac{b}{a^2} \log. \frac{X}{x}$$

$$\int \frac{d\,x}{x^3\,X} = -\frac{1}{2\,a\,x^2} + \frac{b}{a^2\,x} - \frac{b^2}{a^3} \log. \frac{X}{x}$$

$$\int \frac{d\,x}{x^m\,X} = -\frac{1}{(m-1)\,a\,x^{m-1}} - \frac{b}{a} \int \frac{d\,x}{x^{m-1}\,X}$$

$$\int \frac{d\,x}{x\,X^2} = \frac{1}{a\,X} - \frac{1}{a^2} \log. \frac{X}{x}$$

$$\int \frac{d\,x}{x^2\,X^2} = -\left(\frac{1}{a\,x} + \frac{2\,b}{a^2}\right) \frac{1}{X} + \frac{2\,b}{a^3} \log. \frac{X}{x}$$

$$\int \frac{d\,x}{\sqrt{X}} = \frac{2}{b} \sqrt{X}$$

$$\int \frac{x\,d\,x}{\sqrt{X}} = \left(\frac{1}{3}\,X - a\right) \frac{2\sqrt{X}}{b^2}$$

$$\int \frac{x^2\,d\,x}{\sqrt{X}} = \left(\frac{1}{5}\,X^2 - \frac{2}{3}\,a\,X + a^2\right) \frac{2\sqrt{X}}{b^3}$$

$$\int \frac{x^3\,d\,x}{\sqrt{X}} = \left(\frac{1}{7}\,X^3 - \frac{3}{5}\,a\,X^2 + a^2\,X - a^3\right) \frac{2\sqrt{X}}{b^4}$$

$$\int \frac{d\,x}{x\sqrt{X}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \log. \frac{\sqrt{X} - \sqrt{a}}{\sqrt{X} + \sqrt{a}}, \text{ si a est positif,}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{-a}} \text{ arc tang.} \frac{\sqrt{X}}{\sqrt{-a}}, \text{ si a est négatif,}$$

$$\int \frac{d\,x}{x^2\sqrt{X}} = -\frac{\sqrt{X}}{a\,x} - \frac{b}{2\,a} \int \frac{d\,x}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{d\,x}{x^3\sqrt{X}} = -\left(\frac{1}{2\,a\,x^2} - \frac{3\,b}{4\,a^2\,x}\right) \sqrt{X} + \frac{3\,b^2}{8\,a^2} \int \frac{d\,x}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{d\,x}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2}{b\sqrt{X}}$$

Digitized by Google

$$X = a + b x$$

$$\int \frac{x\,dx}{X^{\frac{3}{2}}} = (X + a)\frac{2}{b^2\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{X^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{1}{3}X^2 - 2aX - a^2\right)\frac{2}{b^3\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x\,X^{\frac{3}{2}}} = \frac{2}{a\sqrt{X}} + \frac{1}{a}\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 X^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{1}{ax} + \frac{3b}{a^2}\right)\frac{1}{\sqrt{X}} - \frac{3b}{2a^2}\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \sqrt{X}\,dx = \frac{2X\sqrt{X}}{3b}$$

$$\int x\sqrt{X}\,dx = \left(\frac{1}{5}X - \frac{1}{3}a\right)\frac{2X\sqrt{X}}{b^2}$$

$$\int x^2\sqrt{X}\,dx = \left(\frac{1}{7}X^2 - \frac{2}{5}aX + \frac{1}{3}a^2\right)\frac{2X\sqrt{X}}{b^3}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x}\,dx = 2\sqrt{X} + a\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^2}\,dx = -\frac{\sqrt{X}}{x} + \frac{b}{2}\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^3}\,dx = -\frac{X\sqrt{X}}{2ax^2} + \frac{b\sqrt{X}}{4ax} - \frac{b^2}{8a}\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int X^{\frac{3}{2}}\,dx = \frac{2X^2\sqrt{X}}{5b}$$

$$\int x\,X^{\frac{3}{2}}\,dx = \left(\frac{1}{7}X - \frac{1}{5}a\right)\frac{2X^2\sqrt{X}}{b^2}$$

$$\int x^2\,X^{\frac{3}{2}}\,dx = \left(\frac{1}{9}X^2 - \frac{2}{7}aX + \frac{1}{5}a^2\right)\frac{2X^2\sqrt{X}}{b^3}$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x}\,dx = \left(\frac{1}{3}X + a\right)2\sqrt{X} + a^2\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

Digitized by Google

$$X = a + b x$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x^2} d x = -\frac{X^2 d x}{a x} + \frac{3 b}{2 a} \int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x} d x$$

$$\int \frac{d x}{\sqrt[3]{X}} = \frac{3 \sqrt[3]{X^2}}{2 b}$$

$$\int \frac{x d x}{\sqrt[3]{X}} = \left(\frac{1}{5} X - \frac{1}{2} a\right) \frac{3 \sqrt[3]{X^2}}{b^2}$$

$$\int \frac{d x}{x \sqrt[3]{X}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \left[\frac{3}{2} \log. \frac{\sqrt[3]{X} - \sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt{3} . \text{arc tang.} \frac{\sqrt{3} . \sqrt[3]{X}}{\sqrt[3]{X} + 2 \sqrt[3]{a}}\right]$$

$$\int \sqrt[3]{X} d x = \frac{3 X \sqrt[3]{X}}{4 b}$$

$$\int \sqrt[3]{X^2} d x = \frac{3 X \sqrt[3]{X}}{5 b}$$

$$\int \frac{d x}{X \sqrt{x}} = \pm \frac{2}{\sqrt{a b}} \text{arc tang.} \sqrt{\frac{b x}{a}},$$ si a et b ont les mêmes signes;

$$= \frac{1}{\sqrt{(-a b)}} \log. \frac{a - b x + 2 \sqrt{x} . \sqrt{(-a b)}}{X},$$ si a et b ont des signes différents;

$$\int \frac{d x}{X^2 \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{a X} + \frac{1}{2 a} \int \frac{d x}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X} d x = \frac{2 \sqrt{x}}{b} - \frac{a}{b} \int \frac{d x}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{x \sqrt{x}}{X} d x = \left(\frac{x}{3 b} - \frac{a}{b^2}\right) 2 \sqrt{x} + \frac{a^2}{b^2} \int \frac{d x}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X^2} d x = -\frac{\sqrt{x}}{b X} + \frac{1}{2 b} \int \frac{d x}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{x \sqrt{x}}{X^2} d x = \frac{2 x \sqrt{x}}{b X} - \frac{3 a}{b} \int \frac{d x \sqrt{x}}{X^2}.$$

Digitized by Google

$$X = a + b\,x$$

$$\int \frac{d\,x}{X\sqrt{x}} = \frac{1}{b\,k^3\sqrt{2}}\left[\log.\frac{x+k\sqrt{2x}+k^2}{\sqrt{X}} + \text{arc tang.}\frac{k\sqrt{2x}}{k^2-x}\right]$$

a et b ayant les mêmes signes; $k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{d\,x}{X\sqrt{x}} = \frac{1}{2\,b\,k^3}\left[\log.\frac{k-\sqrt{x}}{k+\sqrt{x}} - 2\,\text{arc tang.}\frac{\sqrt{x}}{k}\right]$$

a et b ayant des signes différents; $k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{d\,x}{X^2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{2aX} + \frac{3}{4\,a}\int \frac{d\,x}{X\sqrt{x}}$$

$$\int \frac{d\,x\sqrt{x}}{X} = \frac{1}{b\,k\sqrt{2}}\left[\text{arc tang.}\frac{k\sqrt{2x}}{k^2-x} - \log.\frac{x+k\sqrt{2x}+k^2}{\sqrt{X}}\right]$$

a et b ayant les mêmes signes; $k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X}\,d\,x = \frac{1}{2\,b\,x}\left[\log.\frac{k-\sqrt{x}}{k+\sqrt{x}} + 2\,\text{arc tang.}\frac{\sqrt{x}}{k}\right]$$

a et b ayant des signes différents; $k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{x\sqrt{x}}{X}\,d\,x = \frac{2\sqrt{x}}{b} - \frac{a}{b}\int \frac{d\,x}{X\sqrt{x}}$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X^2}\,d\,x = \frac{x\sqrt{x}}{2\,a\,X} + \frac{1}{4\,a}\int \frac{d\,x\sqrt{x}}{X}$$

$$\int \frac{x\sqrt{x}}{X^2}\,d\,x = -\frac{x\sqrt{x}}{2\,b\,X} + \frac{1}{4\,b}\int \frac{d\,x}{X\sqrt{x}}$$

$$\int \frac{d\,x}{X\,x\sqrt{x}} = -\frac{2}{a\sqrt{x}} - \frac{b}{a}\int \frac{d\,x}{X\sqrt{x}}$$

$$\int \frac{d\,x}{X^2\,x\sqrt{x}} = -\frac{2}{a\,X\sqrt{x}} - \frac{3\,b}{a}\int \frac{d\,x}{X^2\sqrt{x}}$$

Digitized by Google

$$X = a + b x^2$$

$$\int \frac{dx}{X} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \text{arc tang.} x \sqrt{\frac{b}{a}}, \text{ si } b \text{ est positif}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{-ab}} \log. \frac{\sqrt{a} + x\sqrt{-b}}{\sqrt{a} - x\sqrt{-b}}, \text{ si } b \text{ est négatif;}$$

$$\int \frac{dx}{X^2} = \frac{x}{2aX} + \frac{1}{2a} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{X^3} = \left(\frac{1}{4aX^2} + \frac{3}{8a^2X}\right) x + \frac{3}{8a^2} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{x\,dx}{X} = \frac{1}{2b} \log. X$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{X} = \frac{x^2}{2b} - \frac{a}{b} \int \frac{x\,dx}{X}$$

$$\int \frac{x\,dx}{X^2} = -\frac{1}{2bX}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X^2} = -\frac{x}{2bX} + \frac{1}{2b} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{X^2} = \frac{a}{2b^2X} + \frac{1}{2b^2} \log. X$$

$$\int \frac{dx}{X^3} = \left(\frac{3bx^3}{8a^2} + \frac{5x}{8a}\right) \frac{1}{X^2} + \frac{3}{8a^2} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{xX} = \frac{1}{2a} \log. \frac{x^2}{X}$$

$$\int \frac{dx}{x^2X} = -\frac{1}{ax} - \frac{b}{a} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{xX^2} = \frac{1}{2aX} + \frac{1}{a} \int \frac{dx}{xX}$$

$$\int \frac{dx}{x^2X^2} = -\left(\frac{1}{ax} + \frac{3bx}{2a^2}\right) \frac{1}{X} - \frac{3b}{2a^2} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{X^m} = \frac{x}{2(m-1)aX^{m-1}} + \frac{2m-3}{2a(m-1)} \int \frac{dx}{X^{m-1}}$$

Digitized by Google

$$X = a + b x^2$$

$$\int \frac{x^m \, d x}{X} = \frac{x^{m-1}}{b(m-1)} - \frac{b}{a} \int \frac{x^{m-2} \, d x}{X}$$

$$\int \frac{x^m \, d x}{X^2} = \frac{x^{m-1}}{b(m-3)X} - \frac{a(m-1)}{b(m-3)} \int \frac{x^{m-2} \, d x}{X^2}$$

$$\int \frac{d x}{x^m X} = -\frac{1}{a(m-1)x^{m-1}} - \frac{b}{a} \int \frac{d x}{x^{m-2} X}$$

$$\int \frac{d x}{x^m X^2} = -\frac{1}{a(m-1)x^{m-1} X} - \frac{b(m+1)}{a(m-1)} \int \frac{d x}{x^{m-2} X^2}$$

$$\int \frac{d x}{\sqrt{X}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \log. [x \sqrt{b} + \sqrt{X}], \text{ si } b \text{ est positif,}$$

$$\int \frac{d x}{\sqrt{X}} = \frac{1}{\sqrt{-b}} \text{arc sin } x \sqrt{-\frac{b}{a}}, \text{ si } b \text{ est négatif;}$$

$$\int \frac{d x}{X^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{a\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{d x}{X^{\frac{5}{2}}} = \left(\frac{1}{3aX} + \frac{2}{3a^2}\right) \frac{x}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x \, d x}{\sqrt{X}} = \frac{\sqrt{X}}{b}$$

$$\int \frac{x^2 \, d x}{\sqrt{X}} = \frac{x\sqrt{X}}{2b} - \frac{a}{2b} \int \frac{d x}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{d x}{x\sqrt{X}} = \frac{1}{2\sqrt{a}} \log. \frac{\sqrt{X} - \sqrt{a}}{\sqrt{X} + \sqrt{a}}, \text{ si } a \text{ est positif,}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{-a}} \cdot \text{arc sec } x \sqrt{-\frac{b}{a}}, \text{ si } a \text{ est négatif;}$$

$$\int \frac{d x}{x^2\sqrt{X}} = -\frac{\sqrt{X}}{ax}$$

$$\int \frac{d x}{x^3\sqrt{X}} = -\frac{\sqrt{X}}{2ax^2} - \frac{b}{2a} \int \frac{d x}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{d x}{X^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{a\sqrt{X}}$$

Digitized by Google

$$X = a + b x^2$$

$$\int \frac{x\,dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{b\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x X^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a\sqrt{X}} + \frac{1}{a}\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{b\sqrt{X}} + \frac{1}{b}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 X^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{1}{ax} + \frac{2bx}{a^2}\right)\frac{1}{\sqrt{X}}$$

$$\int \sqrt{X}\,dx = \frac{1}{2}x\sqrt{X} + \frac{a}{2\sqrt{b}}\log.(x\sqrt{b}+\sqrt{X}),$$ si b est positif,

$$\int \sqrt{X}\,dx = \frac{1}{2}x\sqrt{X} + \frac{a}{2\sqrt{-b}}\text{arc sin}\, x\sqrt{-\frac{b}{a}},$$ si b est négatif;

$$\int x\sqrt{X}\,dx = \frac{X\sqrt{X}}{3b}$$

$$\int x^2\sqrt{X}\,dx = \frac{xX\sqrt{X}}{4b} - \frac{a}{4b}\int dx\sqrt{X}$$

$$\int x^3\sqrt{X}\,dx = \left(\frac{x^2}{5b} - \frac{2a}{15b^2}\right)X\sqrt{X}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x}\,dx = \sqrt{X} + a\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^2}\,dx = -\frac{\sqrt{X}}{x} + \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^3}\,dx = -\frac{\sqrt{X}}{2x^2} + \frac{b}{2}\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int X^{\frac{3}{2}}\,dx = \left(\frac{X}{4} + \frac{3a}{8}\right)x\sqrt{X} + \frac{3a^2}{8}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int x X^{\frac{3}{2}}\,dx = \frac{X^2\sqrt{X}}{5b}$$

Digitized by Google

$$X = a + b x^2$$

$$\int x^2 X^{\frac{3}{2}} dx = \frac{x X^2 \sqrt{X}}{6 b} - \frac{a}{6b} \int X^{\frac{3}{2}} dx$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x} dx = \left(\frac{X}{3} + a\right) \sqrt{X} + a^2 \int \frac{dx}{x \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x^2} dx = -\frac{X^2 \sqrt{X}}{a x} + \frac{4b}{a} \int X^{\frac{3}{2}} dx$$

$$\int \frac{dx}{X \sqrt{x}} = \frac{1}{b k^3 \sqrt{2}} \left[\log. \frac{x + k\sqrt{2x} + k^2}{\sqrt{X}} + \text{arc tang.} \frac{k\sqrt{2x}}{k^2 - x}\right]$$

a et b ont les mêmes signes et $k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{dx}{X \sqrt{x}} = \frac{1}{2 b k^3} \left[\log. \frac{k - \sqrt{x}}{k + \sqrt{x}} - 2 \text{ arc tang.} \frac{\sqrt{x}}{k}\right]$$

a et b ont des signes différents et $k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X} dx = \frac{1}{b k \sqrt{2}} \left[\text{arc tang.} \frac{k\sqrt{2x}}{k^2 - x} - \log. \frac{x + k\sqrt{2x} + k^2}{\sqrt{X}}\right]$$

a et b ont les mêmes signes et $k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X} dx = \frac{1}{2 b k} \left[\log. \frac{k - \sqrt{x}}{k + \sqrt{x}} + 2 \text{ arc tang.} \frac{\sqrt{x}}{k}\right]$$

a et b ont des signes différents et $k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{dx}{X^2 \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{2 a X} + \frac{3}{4 a} \int \frac{dx}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{dx}{X^3 \sqrt{x}} = \left(\frac{1}{4 a X^2} + \frac{7}{16 a^2 X}\right) \sqrt{x} + \frac{21}{32 a^2} \int \frac{dx}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{x \sqrt{x}}{X} dx = \frac{2\sqrt{x}}{b} - \int \frac{dx}{X \sqrt{x}}$$

Digitized by Google

$$X = a x + b x^2$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X^2} d x = \frac{x \sqrt{x}}{2 a X} + \frac{1}{4 a} \int \frac{d x \sqrt{x}}{X}$$

$$\int \frac{x \sqrt{x}}{X^2} d x = -\frac{\sqrt{x}}{2 b X} + \frac{1}{4 b} \int \frac{d x}{X \sqrt{x}}$$

$$X = a x + b x^2$$

$$\int \frac{d x}{\sqrt{X}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \log. \frac{\sqrt{X} + x \sqrt{b}}{\sqrt{X} - x \sqrt{b}}, \text{ si b est positif,}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{-b}} \text{arc tang.} \frac{x \sqrt{-b}}{\sqrt{X}}, \text{ si b est négatif;}$$

$$\int \frac{d x}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2 (2 b x + a)}{a^2 \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{d x}{X^{\frac{5}{2}}} = -\left(\frac{1}{3 X} - \frac{8 b}{3 a^2}\right) \frac{2 (a + 2 b x)}{a^2 \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x d x}{\sqrt{X}} = \frac{\sqrt{X}}{b} - \frac{a}{2 b} \int \frac{d x}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^2 d x}{\sqrt{X}} = \left(\frac{x}{2 b} - \frac{3 a}{4 b^2}\right) \sqrt{X} + \frac{3 a^2}{8 b^2} \int \frac{d x}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^2 d x}{\sqrt{X}} = \left(\frac{x^2}{2 b} - \frac{5 a x}{8 b^2} + \frac{5 a^2}{8 b^3}\right) \sqrt{X} - \frac{5 a^3}{16 b^3} \int \frac{d x}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{d x}{x \sqrt{X}} = -\frac{2 \sqrt{X}}{a x}$$

$$\int \frac{d x}{x^2 \sqrt{X}} = -\left(\frac{1}{3 a x^2} - \frac{2 b}{3 a^2 x}\right) 2 \sqrt{X}$$

$$\int \frac{d x}{x^3 \sqrt{x}} = -\left(\frac{1}{5 a x^3} - \frac{4 b}{15 a^2 x^2} + \frac{8 b^2}{15 a^3 x}\right) 2 \sqrt{X}$$

$$\int \frac{d x}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2 (a + 2 b x)}{a^2 \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x d x}{X^{\frac{3}{2}}} = \frac{2 x}{a \sqrt{X}}$$

Digitized by Google

$$X = a x + b x^2$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2x}{b\sqrt{X}} + \frac{1}{b}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2}{3ax\sqrt{X}} - \frac{4b}{3a}\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 X^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{1}{5ax^2} - \frac{2b}{5a^2x}\right)\frac{2}{\sqrt{X}} + \frac{8b^2}{5a^2}\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}}$$

$$\int \sqrt{X}\, dx = \left(\frac{x}{2} + \frac{a}{4b}\right)\sqrt{X} - \frac{a^2}{8b}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int x\sqrt{X}\, dx = \frac{X\sqrt{X}}{3b} - \frac{a}{2b}\int \sqrt{X}\, dx$$

$$\int x^2\sqrt{X}\, dx = \left(\frac{x}{4b} - \frac{5a}{24b^2}\right)X\sqrt{X} + \frac{5a^2}{16b^2}\int \sqrt{X}\, dx$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x}\, dx = \sqrt{X} + \frac{a}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^2}\, dx = -\frac{2\sqrt{X}}{x} + b\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int X^{\frac{3}{2}}\, dx = \left(\frac{X}{b} - \frac{3a^2}{8b^2}\right)\frac{a + 2bx}{8}\sqrt{X} + \frac{3a^4}{128b^2}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int x X^{\frac{3}{2}}\, dx = \frac{X^2\sqrt{X}}{5b} - \frac{a}{2b}\int X^{\frac{3}{2}}\, dx$$

$$\int x^2 X^{\frac{3}{2}}\, dx = \left(\frac{x}{6b} - \frac{7a}{60b^2}\right)X^2\sqrt{X} + \frac{7a^2}{24b^2}\int X^{\frac{3}{2}}\, dx$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x}\, dx = \frac{X\sqrt{X}}{3} + \frac{a}{2}\int \sqrt{X}\, dx$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x^2}\, dx = \frac{X\sqrt{X}}{2x} + \frac{3a}{4}\sqrt{X} + \frac{3a^2}{8}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

Digitized by Google

$$X = a + bx + cx^2 \text{ et } k = 4ac - b^2$$

$$\int \frac{dx}{X} = \frac{2}{\sqrt{k}} \text{arc tang.} \frac{2cx+b}{\sqrt{k}}, \text{ si k est positif,}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{-k}} \log. \frac{2cx+b-\sqrt{-k}}{2cx+b+\sqrt{-k}}, \text{ si k est négatif;}$$

$$\int \frac{dx}{X^2} = \frac{2cx+b}{bX} + \frac{2c}{k}\int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{X^3} = \left(\frac{1}{2kX^2} + \frac{3c}{k^2 X}\right)(b+2cx) + \frac{6c^2}{k^2}\int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{x\,dx}{X} = \frac{1}{2c} \log. X - \frac{b}{2c}\int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{X} = \frac{x}{c} - \frac{b}{2c^2} \log. X - \left(\frac{a}{c} - \frac{b^2}{2c^2}\right)\int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{x\,dx}{X^2} = -\frac{1}{2cX} - \frac{b}{2c}\int \frac{dx}{X^2}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{X^2} = -\frac{x}{cX} + \frac{a}{c}\int \frac{dx}{X^2}$$

$$\int \frac{x\,dx}{X^3} = -\frac{1}{4cX^2} - \frac{b}{2c}\int \frac{dx}{X^3}$$

$$\int \frac{dx}{xX} = \frac{1}{2a} \log. \frac{x^2}{X} - \frac{b}{2a}\int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 X} = -\frac{1}{ax} - \frac{b}{2a^2} \log. \frac{x^2}{X} - \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{2a^2}\right)\int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{xX^2} = \frac{1}{2aX} + \frac{1}{2a^2} \log. \frac{x^2}{X} - \frac{b}{2a}\int \frac{dx}{X^2} - \frac{b}{2a^2}\int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{X}} = \frac{1}{\sqrt{c}} \log. \left[b + 2cx + 2c^{\frac{1}{2}}\sqrt{X}\right], \text{ si c est positif,}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{-c}} \text{arc sin} \frac{b+2cx}{\sqrt{(b^2-4ac)}}, \text{ si c est négatif;}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} = \frac{2(b+2cx)}{k\sqrt{X}}$$

Digitized by Google

$$X = a + bx + cx^2 \text{ et } k = 4ac - b^2$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{5}{2}}} = 2\left(\frac{1}{3kX} + \frac{8c}{3k^2}\right)\frac{(b+2cx)}{\sqrt{X}}$$

$$\int \sqrt{X}\,dx = \frac{(b+2cx)\sqrt{X}}{4c} + \frac{k}{8c}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int X^{\frac{3}{2}}dx = \left(\frac{X}{8c} + \frac{3k}{64c^2}\right)(b+2cx)\sqrt{X} + \frac{3k^2}{128c^2}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{X}}\,dx = \frac{\sqrt{X}}{c} - \frac{b}{2c}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{X}} = \left(\frac{x}{2c} - \frac{3b}{4c^2}\right)\sqrt{X} + \left(\frac{3b^2}{8c^2} - \frac{a}{2c}\right)\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{X}} = \frac{1}{\sqrt{a}}\log.\frac{2a+bx+2a^{\frac{1}{2}}.\sqrt{X}}{x}, \text{ si a est positif,}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{-a}}\text{arc tang.}\frac{2a+bx}{2\sqrt{-a}\sqrt{X}}, \text{ si a est négatif;}$$

$$\int \frac{dx}{x^2\sqrt{X}} = -\frac{\sqrt{X}}{ax} - \frac{b}{2a}\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x^3\sqrt{X}} = -\left(\frac{1}{2ax^2} - \frac{3b}{4a^2x}\right)\sqrt{X} + \left(\frac{3b^2}{8a^2} - \frac{c}{2a}\right)\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} = \frac{2(b+2cx)}{k\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2(2a+bx)}{k\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{(4ac-2b^2)x-2ab}{ck.\sqrt{X}} + \frac{1}{c}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x\,X^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a\sqrt{X}} - \frac{b}{2a}\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{a}\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

Digitized by Google

$$X = a + bx + cx^2 \text{ et } k = 4ac - b^2$$

$$\int \frac{dx}{x^2 X^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{1}{ax} + \frac{3b}{2a^2}\right)\frac{1}{\sqrt{X}}$$

$$-\left(\frac{2c}{a} - \frac{3b^2}{4a^2}\right)\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} - \frac{3b}{2a^2}\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int x\sqrt{X}\,dx = \frac{X\sqrt{X}}{3c} - \frac{b}{2c}\int \sqrt{X}\,dx$$

$$\int x^2\sqrt{X}\,dx = \left(\frac{x}{4c} - \frac{5b}{24c^2}\right)X\sqrt{X} - \left(\frac{a}{4c} - \frac{5b^2}{16c^2}\right)\int \sqrt{X}\,dx$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x}\,dx = \sqrt{X} + a\int \frac{dx}{x\sqrt{X}} + \frac{b}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^2}\,dx = -\frac{\sqrt{X}}{x} + \frac{b}{2}\int \frac{dx}{x\sqrt{X}} + c\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int x\,X^{\frac{3}{2}}\,dx = \frac{X^2\sqrt{X}}{5c} - \frac{b}{2c}\int X^{\frac{3}{2}}\,dx$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x}\,dx = \left(a + \frac{X}{3}\right)\sqrt{X} + a^2\int \frac{dx}{x\sqrt{X}} + \frac{ab}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$+\frac{b}{2}\int \sqrt{X}\,dx$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x^2}\,dx = -\frac{X^2\sqrt{X}}{ax} + \frac{3b}{2a}\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x^2}\,dx + \frac{4c}{a}\int X^{\frac{3}{2}}\,dx$$

Produit de facteurs binômes.

$$\int \frac{dx}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{b-a}\log.\frac{x+a}{x+b}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{b-a}[b\log.(x+b) - a\log.(x+a)]$$

$$\int \frac{dx}{(x+a)(x+b)^2} = \frac{1}{(b-a)(x+b)} + \frac{1}{(b-a)^2}\log.\frac{x+a}{x+b}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x+a)(x+b)^2} = -\frac{b}{(b-a)(x+b)} - \frac{a}{(b-a)^2}\log.\frac{x+a}{x+b}$$

Digitized by Google

Produits de facteurs binômes.

$$\int \frac{dx}{(x+a)^2(x+b)^2} = -\frac{1}{(b-a)^2}\left[\frac{1}{x+a}+\frac{1}{x+b}\right]-\frac{2}{(b-a)^3}\log.\frac{x+a}{x+b}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x+a)^2(x+b)^2} = \frac{1}{(b-a)^2}\left[\frac{a}{x+a}+\frac{b}{x+b}\right]+\frac{a+b}{(b-a)^3}\log.\frac{x+a}{x+b}$$

$$\int \frac{dx}{(x+a)(x+b)(x+c)} = \frac{1}{(b-a)(c-a)}\log.(x+a)$$

$$+\frac{1}{(a-b)(c-b)}\log.(x+b)$$

$$+\frac{1}{(a-c)(b-c)}\log.(x+c)$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x+a)(x+b)(x+c)} = \frac{a}{(b-a)(c-b)}\log.(x+a)$$

$$-\frac{b}{(a-b)(c-b)}\log.(x+b)$$

$$-\frac{c}{(a-c)(b-c)}\log.(x+c)$$

$$\int \frac{dx}{(x+a)(x^2+b)} = \frac{1}{a^2+b}\left[\log.\frac{x+a}{\sqrt{x^2+b}}+a\int\frac{dx}{x^2+b}\right.$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x+a)(x^2+b)} = \frac{1}{a^2+b}\left[a\log.\frac{\sqrt{x^2+b}}{x+a}+a\int\frac{dx}{x^2+b}\right]$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+a)(x^2+b)} = \frac{1}{b-a}\left[\int\frac{dx}{x^2+a}-\int\frac{dx}{x^2+b}\right]$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x^2+a)(x^2+b)} = \frac{1}{2(b-a)}\log.\frac{x^2+a}{x^2+b}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{(x^2+a)(x^2+b)} = \frac{1}{a-b}\left[a\int\frac{dx}{x^2+a}-b\int\frac{dx}{x^2+b}\right]$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x^2+a)(x+b)^2} = \frac{1}{(a+b)^2}\left[\frac{a-b^2}{2}\log.\frac{(b+x)^2}{x+a}\right.$$

$$\left.+2ab\int\frac{dx}{x^2+a}+\frac{b}{(a+b^2)(x+b)}\right]$$

Digitized by Google

Produits de facteurs binômes.

$$\int \frac{dx}{(x^2+ax+b)(x+c)} = \frac{1}{c^2-ac+b}\left[\frac{1}{2}\log.\frac{(x+c)^2}{x^2+ax+b} + \left(c-\frac{1}{2}a\right)\int\frac{dx}{x^2+ax+b}\right]$$

$$\int \frac{dx}{(a'+b'x)\sqrt{a+bx}} = \frac{2}{\sqrt{b'k}}\text{arc tang.}\sqrt{\frac{b'(a+bx)}{k}}$$

si b' et $k=a'b-ab'$ ont les mêmes signes,

$$= \frac{1}{\sqrt{-b'k}}\log.\frac{a'b-2ab'-bb'x+2\sqrt{-b'k.}\sqrt{a+bx}}{a'+b'x}$$

si b' et $k=a'b-ab'$ ont des signes différents;

$$\int \frac{dx}{(a'+b'x)^2\sqrt{a+bx}} = \frac{\sqrt{a+bx}}{k\sqrt{a'+b'x}} + \frac{b}{2k}\int\frac{dx}{(a'+b'x)\sqrt{a+bx}}$$

où $k=a'b-ab'$

$$\int \frac{x\,dx}{(a'+b'x)\sqrt{a+bx}} = \frac{1}{b'}\int\frac{dx}{\sqrt{a+bx}} - \frac{a'}{b'}\int\frac{dx}{(a'+b'x)\sqrt{a+bx}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(a'+b'x)^2\sqrt{a+bx}} = \frac{1}{b'}\int\frac{dx}{(a'+b'x)\sqrt{a+bx}} - \frac{a'}{b'}\int\frac{dx}{(a'+b'x)^2\sqrt{a+bx}}$$

$$\int \frac{dx}{(a'+b'x^2)\sqrt{a+bx}} = \frac{1}{\sqrt{a'(a'b-ab')}}\log.\frac{a'\sqrt{a+bx^2}+x\sqrt{a'(a'b-ab')}}{\sqrt{a'+b'x^2}}$$

si $a'(a'b-ab')$ est positif,

$$= \frac{1}{\sqrt{a'(ab'-a'b)}}\text{arc tang.}\frac{x\sqrt{a'(ab'-a'b)}}{a'\sqrt{a+bx^2}}$$

si $a'(a'b-ab')$ est négatif.

Digitized by Google

Expressions qui renferment des grandeurs de la forme

$$P = a + b\,x^3 \text{ et } Q = a + b\,x^4, \text{ etc.}$$

$$\int \frac{dx}{a+bx^3} = \frac{1}{3bk^2}\left[\frac{1}{2}\log.\frac{(x+k)^2}{x^2-kx+k^2} + \sqrt{3}.\text{arc tang.}\frac{x\sqrt{3}}{2k-x}\right]$$

$$\text{où } k = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{a+bx^3} = -\frac{1}{3bk}\left[\frac{1}{2}\log.\frac{(x+k)^2}{x^2-kx+k^2} + \sqrt{3}.\text{arc tang.}\frac{x\sqrt{3}}{2k-x}\right]$$

$$\text{où } k = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{P} = \frac{1}{3b}\log.P$$

$$\int \frac{x^3\,dx}{P} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b}\int\frac{dx}{P}$$

$$\int \frac{dx}{P^2} = \frac{x}{3aP} + \frac{2}{3a}\int\frac{dx}{P}$$

$$\int \frac{x\,dx}{P^2} = \frac{x^2}{3aP} + \frac{1}{3a}\int\frac{x\,dx}{P}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{P^2} = -\frac{1}{3bP}$$

$$\int \frac{dx}{P^3} = \left(\frac{5bx^4}{18a^2} + \frac{4x}{9a}\right)\frac{1}{P^2} + \frac{5}{9a^2}\int\frac{dx}{P}$$

$$\int \frac{dx}{Px} = \frac{1}{a}\log.x - \frac{1}{3a}\log.P$$

$$\int \frac{dx}{x^2P} = -\frac{1}{ax} - \frac{b}{a}\int\frac{x\,dx}{P}$$

$$\int \frac{dx}{xP^2} = \frac{1}{3aP} - \frac{1}{3a^2}\log.\frac{P}{x^3}$$

$$\int \frac{dx}{Q} = \frac{1}{4bk^3\sqrt{2}}\left[\log.\frac{x^2+kx\sqrt{2}+k^2}{x^2-kx\sqrt{2}+k^2} + 2\,\text{arc tang.}\frac{kx\sqrt{2}}{k^2-x^2}\right]$$

$$\text{où } k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$$

Digitized by Google

$$P = a + b x^3 \text{ et } Q = a + b x^4$$

$$\int \frac{x\,dx}{Q} = \frac{1}{2bk^2} \text{arc tang.}\, x^2 \sqrt{\frac{b}{a}}, \text{ où } k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{Q} = \frac{1}{4bk\sqrt{2}} \left[2 \text{ arc tang.} \frac{kx\sqrt{2}}{k^2 - x^2} - \log. \frac{x^2 + kx\sqrt{2} + k^2}{x^2 - kx\sqrt{2} + k^2} \right]$$

$$\text{où } k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x^3\,dx}{Q} = \frac{1}{4b} \log. Q$$

$$\int \frac{x^4\,dx}{Q} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b} \int \frac{dx}{Q}$$

$$\int \frac{dx}{Q} = -\frac{1}{4bk^3} \left[\log. \frac{x+k}{x-k} + 2 \text{ arc tang.} \frac{x}{k} \right], \text{ où } k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{Q} = -\frac{1}{4bk^2} \log. \frac{x^2 + k^2}{x^2 - k^2}, \text{ où } k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{Q} = -\frac{1}{4bk} \left[\log. \frac{x+k}{x-k} - 2 \text{ arc tang.} \frac{x}{k} \right], \text{ où } k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{dx}{Q^2} = \frac{x}{5aQ} + \frac{3}{4a} \int \frac{dx}{Q}$$

$$\int \frac{x\,dx}{Q^2} = \frac{x^2}{4aQ} + \frac{1}{2a} \int \frac{x\,dx}{Q}$$

$$\int \frac{dx}{xQ} = \frac{1}{a} \log. x - \frac{1}{4a} \log. Q.$$

Différentielles trigonométriques.

$$\int \sin^m x \cos^n x\,dx$$

$$= \frac{\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x}{m+1} + \frac{n-1}{m+1} \int \sin^{m+2} x \cos^{n-2} x\,dx$$

$$= \frac{\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x}{m+n} + \frac{n-1}{m+n} \int \sin^m x \cos^{n-2} x\,dx$$

Digitized by Google

Différentielles trigonométriques.

$$\int \sin^m x \cos^n x \, dx$$

$$= \frac{\sin^{m+1} x \cos^{n+1} x}{m+1} + \frac{m+n+2}{m+1} \int \sin^{m+2} x \cos^n x \, dx$$

$$= \frac{\sin^{m+1} x \cos^{n+1} x}{n+1} + \frac{m+n+2}{n+1} \int \sin^m x \cos^{n+2} x \, dx$$

$$= -\frac{\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x}{n+1} + \frac{m-1}{n+1} \int \sin^{m-2} x \cos^{n+2} x \, dx$$

$$= -\frac{\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x}{m+n} + \frac{m-1}{m+n} \int \sin^{m-2} x \cos^n x \, dx$$

où m et n représentent des nombres quelconques.

$$\int \sin x \, dx = -\cos x$$

$$\int \sin^2 x \, dx = -\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{2} x$$

$$\int \sin^3 x \, dx = \frac{1}{12} \cos 3x - \frac{3}{4} \cos x$$

$$\int \sin^4 x \, dx = \frac{1}{32} \sin 3x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{3}{8} x$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x$$

$$\int \cos^2 x \, dx = \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{2} x$$

$$\int \cos^3 x \, dx = \frac{1}{12} \sin 3x + \frac{3}{4} \sin x$$

$$\int \cos^4 x \, dx = \frac{1}{32} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{3}{8} x$$

$$\int \sin^2 x \cos x \, dx = \frac{1}{3} \sin^3 x$$

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \, dx = \frac{1}{8} \left(x - \frac{1}{4} \sin 4x \right)$$

$$\int \sin^2 x \cos^3 x \, dx = \left(\frac{1}{5} \cos^2 x + \frac{2}{15} \right) \sin^3 x$$

Digitized by Google

Différentielles trigonométriques.

$$\int \sin^3 x \cos^2 x \, dx = \left(\frac{1}{5}\sin^4 x - \frac{1}{15}\sin^2 x - \frac{2}{15}\right)\cos x$$

$$\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx = \left(\frac{1}{6}\cos^2 x + \frac{1}{12}\right)\sin^4 x$$

$$\int \sin^3 x \cos x \, dx = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{4}\cos 4x - \cos 2x\right)$$

$$\int \sin^4 x \cos x \, dx = \frac{1}{16}\left(\frac{1}{5}\sin 5x - \sin 3x + 2\sin x\right)$$

$$\int \sin^5 x \cos x \, dx = -\frac{1}{32}\left(\frac{1}{6}\cos 6x - \cos 4x + \frac{5}{2}\cos 2x\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \log.\,\text{tang.}\,\frac{x}{2}$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\,\text{cotang.}\,x$$

$$\int \frac{dx}{\sin^3 x} = -\frac{\cos x}{2\sin^2 x} + \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\sin x}$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \log.\,\text{tang.}\,\frac{90^0 + x}{2}.$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \text{tang.}\,x$$

$$\int \frac{dx}{\cos^3 x} = \frac{\sin x}{2\cos^2 x} + \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\cos x}$$

$$\int \frac{\sin x}{\cos x}\, dx = -\log.\cos x$$

$$\int \frac{\sin^2 x}{\cos x}\, dx = -\sin x + \int \frac{dx}{\cos x}$$

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos x}\, dx = -\frac{1}{2}\sin^2 x + \int \frac{\sin x}{\cos x}\, dx$$

$$\int \frac{\cos x}{\sin x}\, dx = \log.\sin x$$

$$\int \frac{\cos^2 x}{\sin x}\, dx = \cos x + \int \frac{dx}{\sin x}$$

Digitized by Google

Différentielles trigonométriques.

$$\int \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx = \frac{1}{2}\cos^2 x + \int \frac{\cos x}{\sin x} dx$$

$$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \frac{1}{\cos x}$$

$$\int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx = \text{tang.}\, x - x$$

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx = \cos x + \frac{1}{\cos x}$$

$$\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx = \frac{1}{2\cos^2 x}$$

$$\int \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x} dx = \frac{\sin x}{2\cos^2 x} - \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\cos x}$$

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^3 x} dx = \frac{1}{2\cos^2 x} + \log.\cos x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos x} = \log.\,\text{tang.}\, x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} + \int \frac{dx}{\sin x}.$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x} = \frac{1}{2\cos^2 x} + \log.\,\text{tang.}\, x$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = -2\,\text{cotang.}\, 2x$$

$$\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^3 x} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 3\right)\frac{1}{\sin x} + \frac{3}{2}\int \frac{dx}{\cos x}$$

$$\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^3 x} = -\frac{2\cos 2x}{\sin^2 2x} + 2\log.\,\text{tang.}\, x$$

$$\int x \sin x\, dx = -x\cos x + \sin x$$

$$\int x \cos x\, dx = x \sin x + \cos x$$

$$\int x^2 \sin x\, dx = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2\cos x$$

Digitized by Google

Différentielles trigonométriques.

$$\int x^m \sin x\, dx = -x^m \cos x + m x^{m-1} \sin x + m(m-1) x^{m-2} \cos x$$
$$- m(m-1)(m-2) x^{m-3} \sin x$$
$$- m(m-1)(m-2)(m-3) x^{m-4} \cos x + + - -$$

$$\int X \operatorname{arc\,sin} x\, dx = \operatorname{arc\,sin} x . \int X\, dx - \int \frac{dx \int X\, dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

Dans ce cas et les suivants, X représente une fonction algébrique.

$$\int X \operatorname{arc\,tang.} x\, dx = \operatorname{arc\,tang.} x . \int X\, dx - \int \frac{dx \int X\, dx}{1+x^2}$$

$$\int X \operatorname{arc\,sec} x\, dx = \operatorname{arc\,sec} x . \int X\, dx - \int \frac{dx \int X\, dx}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$\int \frac{dx}{a+b\cos x} = \frac{1}{\sqrt{a^2-b^2}} \operatorname{arc\,tang.} \frac{\sin x . \sqrt{a^2-b^2}}{a\cos x + b}$$

si $a-b$ est positif,

$$= \frac{1}{\sqrt{b^2-a^2}} \log. \frac{a\cos x + b + \sin x . \sqrt{b^2-a^2}}{a+b\cos x}$$

si $b-a$ est positif,

$$\int \frac{\sin x}{a+b\cos x} dx = \frac{1}{b} \log. \frac{a+b}{a+b\cos x}$$

$$\int \frac{\cos x}{a+b\cos x} dx = \frac{x}{b} - \frac{a}{b} \int \frac{dx}{a+b\cos x}$$

$$\int \frac{dx}{(a+b\cos x)^2} = \frac{1}{a^2-b^2} \left[-\frac{b\sin x}{a+b\cos x} + a \int \frac{dx}{a+b\cos x} \right]$$

$$\int \frac{\cos x}{(a+b\cos x)^2} dx = \frac{1}{a^2-b^2} \left[\frac{a\sin x}{a+b\cos x} - b \int \frac{dx}{a+b\cos x} \right]$$

Différentielles logarithmiques et exponentielles.

$$\int X \log. X' dx = \log. X' . \int X' dx - \int \frac{dX' . \int X\, dx}{X}$$

où X et X′ sont des fonctions algébriques de x.

Digitized by Google

Différentielles logarithmiques et exponentielles.

$$\int X \log. x \, dx = \log. x \int X \, dx - \int \frac{dx \int X \, dx}{x}$$

$$\int x^m \log. x \, dx = \frac{x^{m+1}}{m+1}\left(\log. x - \frac{1}{m+1}\right)$$

$$\int (a+bx)^m \log. x \, dx$$
$$= \frac{(a+bx)^{m+1}}{(m+1)b} \log. x - \frac{1}{(m+1)b} \int \frac{(a+bx)^{m+1}}{x} dx$$

$$\int \frac{\log. x}{x} dx = \frac{1}{2} \log.^2 x$$

$$\int \frac{\log. x}{a+bx} dx = \frac{1}{b} \log. x . \log. (a+bx) - \frac{1}{b} \int \frac{\log. (a+bx)}{x} dx$$

$$\int x^m \log. (a+bx) \, dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \log. (a+bx) - \frac{b}{m+1} \int \frac{x^{m+1} dx}{a+bx}$$

$$\int \frac{\log. (a+bx)}{x} dx = \log. a \log. x + hx - \frac{h^2 x^2}{2^2} + \frac{h^3 x^3}{3^2} -$$
$$= \frac{1}{2} \log. (bx)^2 - \frac{1}{hx} + \frac{1}{2^2 h^2 x^2} - \frac{1}{3^2 h^3 x^3} +$$
$$\text{où } h = \frac{b}{a}$$

$$\int x^m \log.^n x \, dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \left[\log.^n x - \frac{n}{m+1} \log.^{n-1} x + \frac{n(n-1)}{(m+1)^2} \log.^{n-2} x \right.$$
$$\left. - \frac{n(n-1)(n-2)}{(m+1)^3} \log.^{n-3} x + \ldots\right]$$

$$\int \frac{x^m}{\log.^n x} dx = - \frac{x^{m-1}}{(n-1)(\log.^{n-1} x} - \frac{(m+1) x^{m+1}}{(n-1)(n-2) \log.^{n-2} x}$$
$$- \frac{(m+1)^2 x^{m+1}}{(n-1)(n-2)(n-3) \log.^{n-3} x}$$
$$- \ldots + \frac{(m+1)^{n-1}}{(n-1)(n-2)\ldots 3.2.1} \int \frac{x^m dx}{\log. x}$$

$$\int \frac{\log.^n x}{x} dx = \frac{1}{n+1} \log.^{n+1} x$$

$$\int x^m \log. x \, dx = \frac{x^{m+1}}{m+1}\left(\log. x - \frac{1}{m+1}\right)$$

Digitized by Google

Différentielles logarithmiques et exponentielles.

$$\int \frac{x^m}{\log. x} dx = \int \frac{dy}{\log. y} \text{ pour } y = x^{m+1}$$

$$\int x^m \log.^2 x \, dx = \frac{x^{m+1}}{m+1}\left(\log.^2 x - \frac{2}{m+1}\log. x + \frac{2}{(m+1)^2}\right)$$

$$\int \frac{x^m}{\log.^2 x} dx = -\frac{x^{m+1}}{\log. x} + \frac{m+1}{1}\int \frac{x^m dx}{\log. x}$$

$$\int a^x . x^n dx = \frac{a^x . x^n}{\log. a} - \frac{n a^x . x^{n-1}}{\log.^2 a} + \frac{n(n-1) a^x x^{n-2}}{\log.^3 a}$$
$$- \frac{n(n-1)(n-2) a^x x^{n-3}}{\log.^4 a} + \ldots \pm \frac{n(n-1)(n-2)\ldots 3.2.1.a^x}{\log.^{n+1} a}$$

$$\int \frac{a^x}{x^n} dx = -\frac{a^x}{(n-1) x^{n-1}} - \frac{a^x \log. a}{(n-1)(n-2) x^{n-2}}$$
$$- \frac{a^x \log.^2 a}{(n-1)(n-2)(n-3) x^{n-3}}$$
$$- \frac{a^x \log.^{n-2} a}{(n-1)(n-2)\ldots 3.2.1.x}$$
$$+ \frac{\log.^{n-1} a}{(n-1)(n-2)\ldots 3.2.1} \int \frac{a^x dx}{x}$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\log. a}$$

$$\int a^x . x dx = \frac{a^x . x}{\log. a} - \frac{a^x}{\log.^2 a}$$

$$\int a^x . x^2 dx = \frac{a^x . x^2}{\log. a} - \frac{2 a^x . x}{\log.^2 a} + \frac{2 a^x}{\log.^3 a}$$

$$\int a^x . x^3 dx = \frac{a^x . x^3}{\log. a} - \frac{3 a^x . x^2}{\log.^2 a} + \frac{6 a^x . x}{\log.^3 a} - \frac{6 a^x}{\log.^4 a}$$

$$\int \frac{a^x}{x} dx = \log. x + x \log. a + \frac{(x \log. a)^2}{1.2^2} + \frac{(x \log. a)^3}{1.2.3^2}$$
$$+ \frac{(x \log. a)^4}{1.2.3.4^2} + \ldots$$

$$\int \frac{a^x dx}{x^2} = -\frac{a^x}{x} + \log. a \int \frac{a^x dx}{x}$$

Digitized by Google

Différentielles logarithmiques et exponentielles.

$$\int \frac{a^x\,dx}{x^3} = -\frac{a^x}{2x^2} - \frac{a^x}{2x}\log.a + \frac{1}{2}\log.^2 a \int \frac{a^x\,dx}{x}$$

$$\int e^{ax}\sin x\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2+1}(a\sin x - \cos x),\ \text{où log. nat. } e = 1$$

$$\int e^{ax}\sin^2 x\,dx = \frac{e^{ax}\sin x}{a^2+4}(a\sin x - 2\cos x) + \frac{2e^{ax}}{a(a^2+4)}$$

$$\int e^{ax}\cos x\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2+1}(a\cos x + \sin x)$$

$$\int e^{ax}\cos^2 x\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2+4}\cos x(a\cos x + 2\sin x) + \frac{2e^{ax}}{a(a^2+4)}$$

$$\int e^{ax}\sin bx\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin bx - b\cos bx)$$

$$\int e^{ax}\cos bx\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cos bx + b\sin bx)$$

Digitized by Google

CHAPITRE XIV.

COLLECTION DE TABLES NUMÉRIQUES.

492.

Table des valeurs réciproques des nombres naturels de 1 à 100.

n	$\frac{1}{n}$	n	$\frac{1}{n}$	n	$\frac{1}{n}$	n	$\frac{1}{n}$	n	$\frac{1}{n}$
2	0·5000	22	0·0455	42	0·0238	62	0·0161	82	0·0122
3	0·3333	23	0·0435	43	0·0233	63	0·0159	83	0·0120
4	0·2500	24	0·0417	44	0·0227	64	0·0156	84	0·0119
5	0·2000	25	0·0400	45	0·0222	65	0·0154	85	0·0118
6	0·1667	26	0·0385	46	0·0217	66	0·0152	86	0·0116
7	0·1429	27	0·0370	47	0·0213	67	0·0149	87	0·0115
8	0·1250	28	0·0357	48	0·0208	68	0·0147	88	0·0114
9	0·1111	29	0·0345	49	0·0204	69	0·0145	89	0·0112
10	0·1000	30	0·0333	50	0·0200	70	0·0143	90	0·0111
11	0·0909	31	0·0323	51	0·0196	71	0·0141	91	0·0110
12	0·0833	32	0·0313	52	0·0192	72	0·0139	92	0·0109
13	0·0769	33	0·0303	53	0·0189	73	0·0137	93	0·0108
14	0·0714	34	0·0294	54	0·0185	74	0·0135	94	0·0106
15	0·0667	35	0·0286	55	0·0182	75	0·0133	95	0·0105
16	0·0625	36	0·0278	56	0·0179	76	0·0132	96	0·0104
17	0·0588	37	0·0270	57	0·0175	77	0·0130	97	0·0103
18	0·0556	38	0·0263	58	0·0172	78	0·0128	98	0·0102
19	0·0526	39	0·0256	59	0·0169	79	0·0127	99	0·0101
20	0·0500	40	0·0250	60	0·0167	80	0·0125	100	0·1000
21	0·0476	41	0·0244	61	0·0164	81	0·0123		

Digitized by Google

493.

Table des valeurs de n, n π, $n^2 \frac{\pi}{4}$, n^2, n^3, $\sqrt{n}$, $\sqrt[3]{n}$

de n = 1 à n = 1000.

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
1	3·14	0·78	1	1	1·000	1·000
2	6·28	3·14	4	8	1·414	1·259
3	9·42	7·07	9	27	1·732	1·442
4	12·57	12·57	16	64	2·000	1·587
5	15·71	19·63	25	125	2·236	1·709
6	18·85	28·27	36	216	2·449	1·817
7	21·99	38·48	49	343	2·645	1·912
8	25·13	50·26	64	512	2·828	2·000
9	28·27	63·61	81	729	3·000	2·080
10	31·41	78·54	100	1000	3·162	2·154
11	34·55	95·03	121	1331	3·316	2·223
12	37·69	113·09	144	1728	3·464	2·289
13	40·84	132·73	169	2197	3·605	2·351
14	43·98	153·93	196	2744	3·741	2·410
15	47·12	176·71	225	3375	3·872	2·466
16	50·26	201·06	256	4096	4·000	2·519
17	53·40	226·98	289	4913	4·123	2·571
18	56·54	254·46	324	5832	4·242	2·620
19	59·69	283·52	361	6859	4·358	2·668
20	62·83	314·15	400	8000	4·472	2·714
21	65·97	346·36	441	9261	4·582	2·758
22	69·11	380·13	484	10648	4·690	2·802
23	72·25	415·47	529	12167	4·795	2·843
24	75·39	452·38	576	13824	4·898	2·884
25	78·54	490·87	625	15625	5·000	2·924
26	81·68	530·02	676	17576	5·099	2·962
27	84·82	572·55	729	19683	5·196	3·000
28	87·96	615·75	784	21952	5·291	3·036
29	91·10	660·52	841	24389	5·385	3·072
30	94·24	706·85	900	27000	5·477	3·107
31	97·38	754·76	961	29791	5·567	3·141
32	100·53	804·24	1024	32768	5·656	3·174
33	103·67	855·29	1089	35937	5·744	3·207
34	106·81	907·92	1156	39304	5·830	3·239
35	109·95	962·11	1225	42875	5·916	3·271
36	113·09	1017·87	1296	46656	6·000	3·301
37	116·23	1075·21	1369	50653	6·082	3·332
38	119·38	1134·11	1444	54872	6·164	3·361

Digitized by Google

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
39	122·52	1194·59	1521	59319	6·244	3·391
40	125·66	1256·63	1600	64000	6·324	3·419
41	128·80	1320·25	1681	68921	6·403	3·448
42	131·94	1385·44	1764	74088	6·480	3·476
43	135·08	1452·20	1849	79507	6·557	3·503
44	138·23	1520·52	1936	85184	6·633	3·530
45	141·37	1590·43	2025	91125	6·708	3·556
46	144·51	1661·90	2116	97336	6·782	3·583
47	147·65	1734·94	2209	103823	6·855	3·608
48	150·79	1809·55	2304	110592	6·928	3·634
49	153·93	1885·74	2401	117649	7·000	3·659
50	157·08	1963·49	2500	125000	7·071	3·684
51	160·22	2042·82	2601	132651	7·141	3·708
52	163·36	2123·71	2704	140608	7·211	3·732
53	166·50	2206·18	2809	148877	7·280	3·756
54	169·64	2290·21	2916	157464	7·348	3·779
55	172·78	2375·82	3025	166375	7·416	3·802
56	175·92	2463·09	3136	175616	7·483	3·825
57	179·07	2551·75	3249	185193	7·549	3·848
58	182·21	2642·08	3364	195112	7·615	3·870
59	185·35	2733·97	3481	205379	7·681	3·892
60	188·49	2827·43	3600	216000	7·745	3·914
61	191·63	2922·46	3721	226981	7·810	3·936
62	194·77	3019·07	3844	238328	7·874	3·957
63	197·92	3117·24	3969	250047	7·937	3·979
64	201·06	3216·99	4096	262144	8·000	4·000
65	204·20	3318·30	4225	274625	8·062	4·020
66	207·34	3421·18	4356	287496	8·124	4·041
67	210·43	3525·65	4489	300763	8·185	4·061
68	213·62	3631·68	4624	314432	8·246	4·081
69	216·77	3739·28	4761	328509	8·306	4·101
70	219·91	3838·45	4900	343000	8·366	4·121
71	223·05	3959·19	5041	357911	8·426	4·140
72	226·19	4071·50	5184	373248	8·485	4·160
73	229·33	4185·38	5329	389017	8·544	4·179
74	232·47	4300·84	5476	405224	8·602	4·198
75	235·61	4417·86	5625	421875	8·660	4·217
76	238·76	4536·45	5776	438976	8·717	4·235
77	241·90	4656·62	5929	456533	8·744	4·254
78	245·04	4778·36	6084	474552	8·831	4·272
79	248·18	4901·66	6241	493039	8·888	4·290
80	251·32	5026·54	6400	512000	8·944	4·308
81	254·46	5153·00	6561	531441	9·000	4·326
82	257·61	5281·01	6724	551368	9·055	4·344
83	260·75	5410·59	6839	571787	9·110	4·362

Digitized by Google

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
84	263·89	5441·77	7056	592704	9·165	4·379
85	267 03	5674·50	7225	614125	9·219	4·396
86	270·17	5808·80	7396	636056	9·273	4·414
87	273·31	5944·67	7569	658503	9·327	4·431
88	276·46	6082·11	7744	681472	9·380	4·447
89	279·60	6221·13	7921	704969	9·433	4·461
90	282·74	6361·72	8100	729000	9·486	4·481
91	285·88	6503·87	8281	753571	9·539	4·497
92	289·02	6647·61	8464	778688	9·591	4·514
93	292·16	6792·90	8649	804357	9·643	4·530
94	295·31	6939·78	8836	830584	9·695	4·546
95	298·45	7088·21	9025	857375	9·746	4·562
96	301·59	7238·23	9216	884736	9·797	4·578
97	304·73	7389·81	9409	912673	9·848	4·594
98	307·87	7542·96	9604	941192	9·899	4·610
99	311·01	7697·68	9801	970299	9·949	4·626
100	314·15	7853·97	10000	1000000	10·000	4·641
101	317·30	8011·86	10201	1030301	10·049	4·657
102	320·41	7171·30	10404	1061208	10·099	4·672
103	323·58	8332·30	10609	1092727	10·148	4·687
104	326·72	8494·88	10816	1124864	10·198	4·702
105	329·86	8659·03	11025	1157625	10·246	4·717
106	333·00	8824·75	11236	1191016	10·295	4·732
107	336·15	8992·04	11449	1225043	10·344	4·747
108	339·29	9160·90	11664	1259712	10·392	4·762
109	342·43	9331·33	11881	1295029	10·440	4·776
110	345·57	9503·34	12100	1331000	10·488	4·791
111	348·71	9676·91	12321	1367631	10·535	4·805
112	351·85	9852·05	12544	1404928	10·583	4·820
113	355·01	10028·77	12769	1442897	10·630	4·834
114	358·14	10207·05	12996	1481544	10·677	4·848
115	361·28	10386·91	13225	1520875	10·723	4·862
116	364·42	10568·34	13456	1560896	10·770	4·876
117	367·55	10751·34	13689	1601613	10·816	4·890
118	370·70	10935·90	13924	1643032	10·862	4·904
119	373·81	11122·04	14161	1685159	10·908	4·918
120	376·99	11309·76	14400	1728000	10·954	4·932
121	380·13	11499·04	14641	1771561	11·000	4·946
122	388·27	11689·89	14884	1815848	11·045	4·959
123	336·41	11882·31	15129	1860867	11·090	4·973
124	389·55	12076·31	15376	1906624	11·135	4·986
125	392·70	12271·87	15625	1953125	11·180	5·000
126	395·84	12469·01	15876	2000376	11·224	5·013
127	398·98	12667·71	16129	2048383	11·269	5·026
128	402·12	12867·99	16384	2097152	11·313	5·039

Digitized by Google

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
129	405·26	13069·84	16641	2146689	11·357	5·052
130	408·10	13273·26	16900	2197000	11·401	5·065
131	411·54	13478·24	17161	2248091	11·445	5·078
132	414·69	13694·80	17424	2299968	11·489	5·091
133	417·83	13892·94	17689	2352637	11·532	5·104
134	420·97	14102·64	17956	2406104	11·575	5·117
135	424·11	14313·91	18225	2460375	11·618	5·129
136	427·25	14526·75	18496	2515456	11·661	5·142
137	430·39	14741·17	18769	2571353	11·704	5·155
138	433·54	14957·15	19044	2620872	11·747	5·167
139	436·68	15174·71	19321	2685619	11·789	5·180
140	439·82	15393·84	19600	2744000	11·832	5·192
141	442·96	15614·53	19881	2803221	11·874	5·204
142	446·10	15836·80	20164	2863288	11·916	5·217
143	449·24	16060·64	20449	2924207	11·958	5·229
144	452·39	16286·05	20736	2985984	12·000	5·241
145	455·53	16513·03	21025	3048625	12·041	5·253
146	458·67	16741·58	21316	3112136	12·083	5·265
147	461·81	16971·70	21609	3176523	12·124	5·277
148	464·95	17203·40	21904	3241792	12·165	5·289
149	468·09	17436·66	22201	3307949	12·206	5·301
150	471·24	17671·50	22500	3375000	12·247	5·313
151	474·38	17907·90	22801	3442951	12·288	5·325
152	477·52	18145·88	23104	3511808	12·328	5·336
153	480·66	18385·42	23409	3581577	12·369	5·348
154	483·80	18626·54	23716	3652264	12·409	5·360
155	486·94	18869·23	24025	3723875	12·449	5·371
156	490·08	19113·49	24336	3796416	12·489	5·383
157	493·23	19359·32	24649	3869893	12·529	5·394
158	496·37	19606·72	24964	3944312	12·569	5·406
159	499·51	19855·69	25281	4019679	12·609	5·417
160	502·65	20106·24	25600	4096000	12·649	5·428
161	505·79	20358·35	25921	4173281	12·688	5·440
162	508·93	20612·03	26244	4251528	12·727	5·451
163	512·08	20867·20	26569	4330747	12·767	5·462
164	515·22	21124·11	26896	4410944	12·806	5·473
165	518·36	21382·51	27225	4492125	12·845	5·484
166	521·50	21642·48	27556	4574296	12·884	5·495
167	524·64	21904·02	27889	4657463	12·922	5·506
168	527·78	22167·12	28224	4741632	12·961	5·517
169	530·93	22431·80	28561	4826809	13·000	5·528
170	534·07	22698·06	28900	4913000	13·038	5·539
171	537·31	22965·88	29241	5000211	13·076	5·550
172	540·35	23235·27	29584	5088448	13·114	5·561
173	543·49	23506·23	29929	5177717	13·152	5·572

Digitized by Google

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
174	546·03	25778·77	30276	5268024	13·190	5·582
175	549·78	24052·87	30625	5359375	13·228	5·593
176	552·92	24328·55	30976	5451776	13·266	5·604
177	556·06	24605·79	31329	5545233	13·304	5·614
178	559·20	24884·61	31684	5639752	13·341	5·625
179	562·34	25165·00	32041	5735339	13·379	5·635
180	565·48	25446·96	32400	5832000	13·416	5·646
181	568·62	25730·48	32761	5929741	13·453	5·656
182	571·77	26105·58	33124	6028568	13·490	5·667
183	574·91	26302·26	33489	6128487	13·527	5·677
184	578·05	26590·50	33856	6229504	13·564	5·687
185	581·19	26880·31	34225	6331625	13·601	5·698
186	584·33	27171·69	34596	6434856	13·638	5·708
187	587·47	27464·65	34969	6539203	13·674	5·718
188	590·62	27759·17	35344	6644672	13·711	5·728
189	593·76	28055·27	35721	6751269	13·747	5·738
190	596·90	28352·94	36100	6859000	13·784	5·748
191	600·04	28652·17	36481	6967871	13·820	5·758
192	603·18	28952·98	36864	7077888	13·856	5·768
193	606·32	29255·36	37249	7189057	13·892	5·778
194	609·47	29559·31	37636	7301384	13·928	5·788
195	612·61	29864·83	38025	7414875	13·964	5·798
196	615·75	30171·92	38416	7529536	14·000	5·808
197	618·89	30480·60	38809	7645373	14·035	5·818
198	622·03	30790·82	39204	7762392	14·071	5·828
199	625·17	31102·52	39601	7880599	14·106	5·838
200	628·32	31416·00	40000	8000000	14·142	5·848
201	631·46	31730·94	40401	8120601	14·177	5·857
202	634·60	32047·46	40804	8242408	14·212	5·867
203	637·74	32365·54	41209	8365427	14·247	5·877
204	640·88	32685·20	41616	8489664	14·282	5·886
205	644·02	33006·43	42025	8615125	14·317	5·896
206	647·16	33329·23	42436	8741816	14·352	5·905
207	650·31	33653·60	42849	8869743	14·387	5·915
208	653·45	33979·54	43264	8998912	14·422	5·924
209	656·59	34307·05	43681	9123329	14·456	5·934
210	659·73	34636·14	44100	9261000	14·491	5·943
211	662·87	33966·79	44521	9393931	14·525	5·953
212	666·01	35299·01	44944	9528128	14·560	5·962
213	669·16	35632·81	45369	9663597	14·594	5·972
214	672·30	35968·17	45796	9800344	14·628	5·981
215	675·44	36305·11	46225	9938375	14·662	5·990
216	678·58	36643·62	46656	10077696	14·696	6·000
217	681·72	36983·70	47089	10218313	14·730	6·009
218	684·86	37625·34	47524	10360232	14·764	6·018

Digitized by Google

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
219	688·01	37668·56	47961	10503459	14·798	6·027
220	691·15	38013·36	48400	10648000	14·832	6·036
221	694·27	38359·72	48841	10793861	14·866	6·045
222	697·43	38707·65	49284	10941048	14·899	6·055
223	700·57	39057·51	49729	11089567	14·933	6·064
224	703·71	39408·23	50176	11239424	14·966	6·073
225	706·86	39760·87	50625	11309625	15·000	6·082
226	710·00	40115·09	51076	11543176	15·033	6·091
227	713·14	40470·87	51529	11697083	15·066	6·100
228	716·28	40828·23	51984	11852352	15·099	6·109
229	719·42	41787·16	52441	12008989	15·132	6·118
230	722·56	41547·66	52900	12167000	15·165	6·126
231	725·70	41909·72	53361	12326391	15·198	6·135
232	728·85	42273·36	53824	12487168	15·231	6·144
233	731·99	42638·58	54289	12649337	15·264	6·153
234	735·13	43005·36	54756	12812904	15·297	6·162
235	738·27	43373·71	55225	12977875	15·329	6·171
236	741·41	43743·63	55696	13144256	15·362	6·179
237	744·55	44115·11	56169	13312053	15·394	6·188
238	747·68	44488·19	56644	13481272	15·427	6·197
239	750·88	44862·83	57121	13651619	15·459	6·205
240	753·98	45239·04	57600	13824000	15·491	6·214
241	757·12	45616·81	58081	13997521	15·524	6·223
242	760·26	45996·16	58564	14172488	15·556	6·231
243	763·40	46377·08	59049	14348907	15·588	6·240
244	766·52	46759·57	59536	14526784	15·620	6·248
245	769·92	47143·63	60025	14706125	15·652	6·257
246	772·83	47529·26	60516	14886936	15·684	6·265
247	775·97	47916·46	61009	14069223	15·716	6·274
248	779·11	48305·24	61504	15252992	15·748	6·282
249	782·25	48695·58	62001	15438249	15·779	6·291
250	785·40	49087·50	62500	15625000	15·811	6·299
251	788·54	49480·98	63001	15813251	15·842	6·307
252	791·68	49876·04	63504	16003008	15·874	6·316
253	794·82	50272·66	64009	16194277	15·905	6·324
254	797·96	50670·86	64516	16387064	15·937	6·333
255	801·10	51070·63	65025	16581375	15·968	6·341
256	804·24	51471·96	65536	16777216	16·000	6·349
257	807·39	51874·88	66049	16974593	16·031	6·357
258	810·53	52279·36	66564	17173512	16·062	6·366
259	813·67	52685·41	67081	17373979	16·093	6·374
260	816·81	53093·04	67600	17576000	16·124	6·382
261	819·95	53502·23	68121	17779581	16·155	6·390
262	823·09	53912·99	68644	17984728	16·186	6·398
263	826·24	54325·33	69169	18191447	16·217	6·406

Digitized by Google

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
264	829·38	54739·23	69696	18399744	16·248	6·415
265	832·52	55154·71	70225	18609625	16·278	6·423
266	835·66	55571·76	70756	18821096	16·309	6·431
267	838·80	55990·38	71289	19034163	16·340	6·439
268	841·94	56410·56	71824	19248832	16·370	6·447
269	845·09	56832·32	72361	19465109	16·401	6·455
270	848·23	56255·66	72900	19683000	16·431	6·463
271	851·37	57680·56	73441	19902511	16·462	6·471
272	854·51	58107·03	73984	20123648	16·492	6·479
273	857·65	58535·07	74529	20346417	16·522	6·487
274	860·79	58964·69	75076	20570824	16·552	6·495
275	863·94	59393·87	75625	20796875	16·583	6·502
276	867·08	59828·63	76176	21024576	16·613	6·510
277	870 22	60262·95	76729	21253933	16·043	6·518
278	873·36	60698·85	77284	21484952	16·673	6·526
279	876·50	61136·32	77841	21717639	16·703	6·534
280	879·64	61573·36	78400	21952000	16·733	6·542
281	882·78	62015·96	78961	22188041	16·763	6·549
282	885·93	62458·14	79524	22425768	16·792	6·557
283	889·07	62901·90	80089	22665187	16·822	6·565
284	892·21	63347·22	80656	22906304	16·852	6·573
285	895·35	63794·11	81225	23149125	16·881	6·580
286	898·49	64242·57	81796	23393656	16·911	6·588
287	901·63	64692·61	82369	23639903	16·941	6·596
288	904·78	65144·21	82944	23887872	16·970	6·603
289	907·92	65597·39	83521	24137569	17·000	6·611
290	911·06	66052·14	84100	14389000	17·029	6·619
291	914·20	66508·45	84681	24642171	17·059	6·627
292	917·34	66966·34	85264	24897088	17·088	6·634
293	920·48	67425·80	85849	25153757	17·117	6·642
294	923·63	67886·83	86436	25412184	17·146	6·649
295	926·77	68349·43	87025	25672375	17·176	6·657
296	929·91	68813·60	87616	25934336	17·205	6·664
297	933·05	69279·34	88209	26198073	17·234	6·672
298	936·19	69746·66	88804	26463592	17·263	6·679
299	939·33	70215·54	89401	26730899	17·292	6·687
300	942·48	70686·00	90000	27000000	17·320	6·694
301	945·62	71158·02	90601	27270901	17·349	6·702
302	948·76	71631·62	91204	27543608	17·378	6·709
303	951·90	72106·78	91809	27818127	17·407	6·717
304	955·04	72583·52	92416	28094464	17·436	6·724
305	958·18	73061·83	93025	28372625	17·464	6·731
306	961·32	73541·71	93636	28652616	17·493	6·739
307	964·47	74023·16	94249	28934443	17·521	6·746
308	967·61	74506·18	94864	29218112	17·549	6·753

Digitized by Google

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
309	970·75	74990·77	95481	29503629	17·578	6·761
310	973·89	75476·94	96100	29791000	17·607	6·768
311	977·03	75694·67	96721	30080231	17·635	6·775
312	980·17	76453·93	97344	30371328	17·663	6·782
313	983·32	76944·85	97969	30664297	17·692	6·789
314	986·45	77437·29	98596	30959144	17·720	6·797
315	989·60	77931·31	99225	31255875	17·748	6·804
316	992·74	78426·89	99856	31554496	17·776	6·811
317	995·88	78924·06	100489	31855013	17·804	6·818
318	999·02	79422·78	101124	32157432	17·832	6·826
319	1002·17	79923·08	101761	32461759	17·860	6·833
320	1005·31	80424·96	102400	32768000	17·888	6·839
321	1008·45	80928·40	103041	33076161	17·916	6·847
322	1011·59	81433·41	103684	33386248	17·944	6·854
323	1014·73	81939·99	104329	33698267	17·972	6·861
324	1017·47	82448·15	104976	34012224	18·000	6·868
325	1021·02	82957·87	105625	34328125	18·028	6·875
326	1024·16	83469·17	106276	34645976	18·055	6·882
327	1027·30	83982·60	106929	34965783	18·083	6·889
328	1030·44	84496·47	107584	35287552	18·111	6·896
329	1033·58	85012·48	108241	35611289	18·138	6·903
330	1036·72	85530·06	108900	35937000	18·166	6·910
331	1039·86	86049·20	109561	36264691	18·193	6·917
332	1043·01	86569·92	110224	36594368	18·221	6·924
333	1046·15	87092·22	110889	36926037	18·248	6·931
334	1049·29	87616·08	111556	37259704	18·276	6·938
335	1052·43	88141·51	112225	37595375	18·303	6·945
336	1055·57	88668·51	112896	37933056	18·330	6·952
337	1058·71	89197·09	113569	38272753	18·357	6·959
338	1061·86	89727·23	114244	38614472	18·385	6·966
339	1065·02	90258·95	114921	38958219	18·412	6·973
340	1068·14	90792·24	115600	39304000	18·439	6·979
341	1071·28	91327·09	116281	39651821	18·466	6·986
342	1074·27	91863·52	116964	40001688	18·493	6·993
343	1077·56	92401·15	117649	40353607	18·520	7·000
344	1080·71	92941·09	118336	40707584	18·547	7·007
345	1083·85	93482·23	119025	41063625	18·574	7·014
346	1086·99	94024·94	119716	41421736	18·601	7·020
347	1090·35	94569·22	120409	41781923	18·628	7·027
348	1093·07	95115·08	121104	42144192	18·655	7·034
349	1096·41	95662·50	121801	42508549	18·681	7·040
350	1099·56	96211·50	122500	42875000	18·708	7·047
351	1102·70	96762·06	123201	43243551	18·735	7·054
352	1105·84	97314·20	123904	43614208	18·762	7·061
353	1108·98	97867·90	124609	43986977	18·788	7·067

Digitized by Google

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
354	1112·62	98422·18	125316	44361864	18·815	7·074
355	1115·26	98980·03	126025	44738875	18·842	7·081
356	1118·40	99538·45	126736	45118016	18·868	7·087
357	1121·55	100098·43	127449	45499293	18·894	7·094
358	1124·69	100660·00	128164	45882712	18·921	7·101
359	1127·83	101223·13	128881	46268279	18·947	7·107
360	1130·97	101787·84	129600	46656000	18·974	7·114
361	1134·11	102354·11	130321	47045881	19·000	7·120
362	1137·25	102921·95	131044	47437928	19·026	7·127
363	1140·40	103491·31	131769	47832147	19·052	7·133
364	1143·54	104062·35	132496	48228544	19·079	7·140
365	1146·68	104634·91	133325	48627125	19·105	7·146
366	1149·82	105209·04	133956	49027896	19·131	7·153
367	1152·96	105784·74	134689	49430863	19·157	7·159
368	1156·10	106362·00	135424	49836032	19·183	7·166
369	1159·25	106940·84	136161	50243409	19·209	7·172
370	1162·39	107521·26	136900	50653000	19·235	7·179
371	1165·53	108103·22	137641	51064811	19·261	7·185
372	1168·67	108686·79	138384	51478848	19·287	7·192
373	1171·81	109271·91	139129	51895117	19·313	7·198
374	1174·95	109858·62	139876	52313624	19·339	7·205
375	1178·10	110446·87	140625	52734375	19·365	7·211
376	1181·24	111036·71	141376	53157376	19·391	7·218
377	1184·38	111628·11	142129	53582633	19·416	7·224
378	1187·52	112221·09	142884	54010152	19·442	7·230
379	1190·66	112815·64	143641	54439939	19·468	7·237
380	1193·80	113411·76	144400	54872000	19·493	7·243
381	1196·94	114009·46	145161	55306341	19·519	7·249
382	1200·09	114608·70	145924	55742968	19·545	7·256
383	1203·23	115209·54	146689	56181887	19·570	7·262
384	1206·37	115811·94	147456	56623104	19·596	7·268
385	1209·51	116415·91	148225	57066625	19·621	7·275
386	1212·65	117021·45	148996	57512456	19·647	7·281
387	1215·79	117628·57	149769	57960603	19·672	7·287
388	1218·94	118237·25	150544	58411072	19·689	7·294
389	1222·08	118846·51	151321	58863869	19·723	7·299
390	1225·23	119453·94	152100	50319000	19·748	7·306
391	1228·36	120072·73	152882	59776471	19·774	7·312
392	1231·50	120687·70	153664	60236288	19·799	7·319
393	1234·64	121304·24	154449	60698457	19·824	7·325
394	1237·79	121922·43	155236	61162984	19·849	7·331
395	1240·93	122542·03	156025	61629875	19·875	7·337
396	1244·07	123163·28	156816	62099136	19·899	7·343
397	1247·21	123786·10	157609	62570773	19·925	7·349
398	1250·35	124412·10	158404	63044792	19·949	7·356

Digitized by Google

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
399	1253·49	125036·46	159201	63521199	19·975	7·362
400	1256·64	125664·00	160000	64000000	20·000	7·368
401	1259·78	126293·10	160801	64481201	20·025	7·374
402	1262·92	126923·88	161604	64964808	20·049	7·380
403	1266·06	127556·02	162409	65450827	20·075	7·386
404	1269·20	128189·84	163216	65939264	20·099	7·392
405	1272·34	128825·23	164025	66430125	20·125	7·399
406	1275·48	129462·19	164836	66923416	20·149	7·405
407	1278·63	130100·71	165649	67419143	20·174	7·411
408	1281·77	130740·82	166464	67911312	20·199	7·417
409	1284·91	131382·49	167281	68417929	20·224	7·422
410	1288·05	132025·74	168100	68921000	20·248	7·429
411	1291·19	132670·55	168921	69426531	20·273	7·434
412	1294·33	133316·93	169744	69944528	20·298	7·441
413	1297·48	133964·89	170569	70444997	20·322	7·447
414	1300·62	134614·41	171396	70957944	20·347	7·453
415	1303·76	135265·51	172225	71473375	20·371	7·459
416	1306·90	135918·18	173056	71991296	20·396	7·465
417	1310·04	136572·42	173889	72511713	20·421	7·471
418	1313·18	137228·22	174724	73034632	20·445	7·477
419	1316·32	137885·69	175561	73570059	20·469	7·483
420	1319·47	138544·56	176400	74088000	20·494	7·489
421	1322·61	139205·08	177241	74618461	20·518	7·495
422	1325·75	139867·17	178084	75151448	20·543	7·501
423	1328·89	140530·83	178929	75686967	20·567	7·507
424	1332·03	141196·07	179776	76225024	20·591	7·513
425	1335·18	141862·87	180625	76765625	20·615	7·518
426	1338·32	142531·25	181476	77308776	20·639	7·524
427	1341·46	143201·19	182329	77854483	20·664	7·530
428	1344·60	143872·71	183184	78402752	20·688	7·536
429	1347·74	144545·80	184041	78953589	20·712	7·542
430	1350·88	145220·46	184900	79507000	20·736	7·548
431	1354·02	145696·68	185761	80062991	20·760	7·554
432	1357·17	146574·48	186624	80621568	20·785	7·559
433	1360·31	147253·85	187489	81182737	20·809	7·565
434	1363·45	147934·80	188356	81746504	20·833	7·571
435	1366·59	148617·31	189225	82312875	20·857	7·577
436	1369·73	149301·39	190096	82881856	20·881	7·583
437	1372·87	149987·05	190969	83453453	20·904	7·588
438	1376·02	150674·27	191844	84027672	20·928	7·594
439	1379·16	151362·87	192721	84604519	20·952	7·600
440	1382·30	152053·44	193600	85184000	20·976	7·606
441	1385·44	152745·37	194481	85766121	21·000	7·612
442	1388·58	153438·88	195364	86350388	21·024	7·618
443	1391·72	154133·96	196249	86938307	21·047	7·623

Digitized by Google

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
444	1394·87	154830·61	197136	87528384	21·071	7·629
445	1398·01	155528·83	198025	88121125	21·095	7·635
446	1401·15	156228·62	198916	88716536	21·119	7·640
447	1404·29	156929·98	199809	89314623	21·142	7·646
448	1407·43	157632·92	200704	89915392	21·166	7·652
449	1410·57	158337·42	201601	90518849	21·189	7·657
450	1413·72	159043·50	202500	91125000	21·213	7·663
451	1416·86	159751·14	203401	91738851	21·237	7·669
452	1420·00	160460·36	204304	92345408	21·260	7·674
453	1423·14	161171·14	205209	92959677	21·284	7·680
454	1426·28	161883·50	206106	93576664	21·307	7·686
455	1429·42	162597·43	207025	94196375	21·331	7·691
456	1432·56	163312·93	207936	94818816	21·354	7·697
457	1435·71	164030·20	208849	95443993	21·377	7·703
458	1438·85	164748·64	209764	96071912	21·401	7·708
459	1441·99	165468·85	210681	96702579	21·424	7·714
460	1445·13	166190·64	211600	97336000	21·447	7·719
461	1448·27	166913·99	212521	97972181	21·471	7·725
462	1451·41	167638·91	213444	98611128	21·494	7·731
463	1454·56	168365·41	214369	99252847	21·517	7·736
464	1457·70	169093·47	215296	99897345	21·541	7·742
465	1460·84	169823·11	216225	100544625	21·564	7·747
466	1463·98	170554·32	217156	101194696	21·587	7·753
467	1467·12	171287·10	218089	101847563	21·610	7·758
468	1470·26	172021·44	219024	102503232	21·633	7·764
469	1473·41	172757·36	219961	103161709	21·656	7·769
470	1476·55	173494·86	220900	103824000	21·679	7·775
471	1479·69	174233·92	221841	104487111	21·702	7·780
472	1482·83	174974·55	222784	105154048	21·725	7·786
473	1485·97	175716·75	223729	105823817	21·749	7·791
474	1489·11	176460·45	224676	106496424	21·771	7·797
475	1492·26	177205·87	225625	107171875	21·794	7·802
476	1495·36	177952·79	226576	107850176	21·817	7·808
477	1498·54	178701·27	227529	108531333	21·840	7·813
478	1501·68	179451·33	228484	109215352	21·863	7·819
479	1504·82	180202·96	229441	109902239	21·886	7·824
480	1507·96	180956·16	230400	110592000	21·909	7·830
481	1511·10	181712·92	231361	111284641	21·932	7·835
482	1514·25	182467·26	232324	111980168	21·954	7·840
483	1517·39	183225·18	233289	112678587	21·977	7·846
484	1520·53	183984·66	234256	113379904	22·000	7·851
485	1523·67	184745·71	235225	114084125	22·023	7·857
486	1526·81	185508·33	236196	114791256	22·045	7·862
487	1529·05	186272·53	237169	115501303	22·069	7·868
488	1533·90	187038·29	238144	116214272	22·091	7·873

Digitized by Google

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
489	1536·24	187805·63	239121	116936169	22·113	7·878
490	1539·38	188574·54	240100	117649000	22·136	7·884
491	1542·52	189345·01	241081	118370771	22·158	7·889
492	1545·66	190117·06	242064	119095488	22·181	7·894
493	1548·80	190890·68	243049	119823157	22·204	7·899
494	1551·95	191665·87	244036	120653784	22·226	7·905
495	1555·09	192442·63	245025	121287375	22·248	7·910
496	1558·23	193220·96	246016	122023936	22·271	7·915
497	1561·37	194000·86	247009	122763473	22·393	7·921
498	1564·51	194782·34	248004	123505992	22·316	7·926
499	1567·55	195565·38	249001	124251499	22·338	7·932
500	1570·80	196350·00	250000	125000000	22·361	7·937
501	1573·94	197136·18	251001	125751501	22·383	7·942
502	1577·08	197923·94	252004	126506008	22·405	7·947
503	1580·22	198713·26	253009	127263527	22·428	7·953
504	1583·36	199504·16	254016	128024864	22·449	7·958
505	1586·50	200296·63	255025	128787625	22·472	7·963
506	1589·64	201090·67	256036	129554216	22·494	7·969
507	1592·79	201886·28	257049	130323843	22·517	7·974
508	1595·93	202683·46	258064	131096512	22·539	7·979
509	1599·07	203487·70	259081	131872229	22·561	7·984
510	1602·21	204282·54	260100	132652000	22·583	7·989
511	1605·35	205084·43	261121	133432831	22·605	7·995
512	1608·49	205887·84	262144	134217728	22·627	8·000
513	1611·64	20[illegible]692·93	263169	135005697	22·649	8·005
514	1614·78	207499·53	264196	135796744	22·671	8·010
515	1617·92	208307·71	265225	136590875	22·694	8·016
516	1621·06	209117·46	266256	137388096	22·716	8·021
517	1624·20	209928·78	267289	138188413	22·738	8·026
518	1627·34	210741·66	268324	138991832	22·759	8·031
519	1630·49	211556·12	269361	139798359	22·782	8·036
520	1633·63	212372·16	270400	140608000	22·803	8·041
521	1636·77	213189·76	271441	141420761	22·825	8·047
522	1639·91	214008·93	272484	142236648	22·847	8·052
523	1643·05	214829·67	273529	143055667	22·869	8·057
524	1646·19	215651·99	274576	143877824	22·891	8·062
525	1649·34	216475·87	275625	144703125	22·913	8·067
526	1652·48	217301·33	276676	145531576	22·935	8·072
527	1655·62	218128·35	277729	146363183	22·956	8·077
528	1658·76	218956·95	278784	147197952	22·978	8·082
529	1661·90	219787·12	279841	148035889	23·000	8·087
530	1665·04	220618·86	280900	148877000	23·022	8·093
531	1668·18	221452·16	281961	149721291	23·043	8·098
532	1671·33	222287·04	283024	150568768	23·065	8·103
533	1674·47	223123·50	284089	151419437	23·087	8·108

Digitized by Google

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
534	1677·61	223961·52	285156	152273304	23·108	8·113
535	1680·75	224801·11	286225	153130375	23·130	8·118
536	1683·80	225642·27	287296	153990656	23·152	8·123
537	1687·04	226487·01	288369	154854153	23·173	8·128
538	1690·18	227329·31	289444	155720872	23·195	8·133
539	1693·32	228175·19	290521	156590819	23·216	8·138
540	1696·46	229022·64	291600	157464000	23·238	8·143
541	1699·60	229871·65	292681	158340421	23·259	8·148
542	1702·74	230722·24	293764	159220088	23·281	8·153
543	1705·88	231574·40	294849	160103007	23·302	8·158
544	1709·03	232428·13	295936	160989184	23·324	8·163
545	1712·17	233283·43	297025	161878625	23·345	8·168
546	1715·31	234140·30	298116	162771336	23·367	8·173
547	1718·45	235998·74	299209	163667323	23·388	8·178
548	1721·59	235858·76	300304	164566592	23·409	8·183
549	1724·73	236720·34	301401	165469149	23·431	8·188
550	1727·88	237583·50	302500	166375000	23·452	8·193
551	1731·02	238448·22	303601	166284151	23·473	8·198
552	1734·16	239314·52	304704	168196608	23·495	8·203
553	1737·30	240182·38	305800	169112377	23·516	8·208
554	1740·44	241051·82	306916	170031464	23·537	8·213
555	1743·58	241922·83	308025	170953875	23·558	8·218
556	1746·72	242795·41	309136	171879616	23·579	8·223
557	1749·87	243669·56	310249	172808693	23·601	8·228
558	1753·01	244545·28	311364	173741112	23·622	8·233
559	1756·15	245422·57	312481	174676879	23·643	8·238
560	1759·29	246301·44	313600	175616000	23·664	8·242
561	1762·43	247181·87	314721	176558481	23·685	8·247
562	1765·57	248063·87	315844	177504328	23·706	8·252
563	1768·72	248947·45	316969	178453547	23·728	8·257
564	1771·86	249832·59	318096	179406144	23·749	8·262
565	1775·00	250719·31	319225	180362125	23·769	8·267
566	1778·14	251607·60	320356	181321496	23·791	8·272
567	1781·28	252497·36	321489	182284263	23·812	8·277
568	1784·42	253388·88	322624	183250432	23·833	8·282
569	1787·57	254281·88	323761	185220009	23·854	8·286
570	1790·71	255176·64	324900	185193000	23·875	8 291
571	1793·85	256072·60	326041	186169411	23·896	8·296
572	1796·99	256970·31	327184	187149248	23·916	8·301
573	1800·13	257869·59	328329	188232517	23·937	8·306
574	1803·27	258770·45	329476	189119224	23·958	8·311
575	1806·42	259672·87	330625	190109375	23·979	8·315
576	1809·56	260576·87	331776	191102976	24·000	8·320
577	1812·80	261482·43	332929	192100033	24·021	8·325
578	1815·84	262388·57	334084	193100552	24·042	8·330

Digitized by Google

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
579	1818·98	263298·28	335241	194104539	24·062	8·335
580	1822·12	264208·56	336400	195112000	24·083	8·339
581	1825·26	265120·46	337561	196122941	24·104	8·344
582	1828·41	266033·82	338724	197137368	24·125	8·349
583	1831·55	266948·82	339889	198155287	24·145	8·354
584	1834·69	267865·38	341056	199176704	24·166	8·359
585	1837·83	268783·57	342225	200201625	24·187	8·363
586	1840·97	269703·21	343396	201230056	24·207	8·368
587	1844·11	270624·49	344569	202262003	24·228	8·373
588	1847·26	271547·33	345744	203297472	24·249	8·378
589	1850·40	272471·75	346921	204336469	24·269	8·382
590	1853·54	273397·74	348100	205379000	24·289	8·387
591	1856·68	274325·29	349281	206425071	24·310	8·392
592	1859·82	275254·42	350464	207474688	24·331	8·397
593	1862·96	276185·12	351649	208517857	24·351	8·401
594	1866·11	277117·39	352836	209584584	24·372	8·406
595	1869·25	278051·23	354025	210644875	24·393	8·411
596	1872·39	278986·64	355216	211708736	24·413	8·415
597	1875·53	279923·62	356409	212776173	24·433	8·420
598	1878·67	270862·18	357604	213847192	24·454	8·425
599	1881·81	281802·30	358801	214921799	24·474	8·429
600	1884·96	282744·00	360000	216000000	24·495	8·434
601	1888·10	283687·26	361201	217081801	24·515	8·439
602	1891·24	284632·10	362404	218167208	24·536	8·444
603	1894·38	285578·50	363609	219256227	24·556	8·448
604	1897·52	286526·48	364816	220348864	24·576	8·453
605	1900·66	287476·03	366025	221445125	24·597	8·458
606	1903·80	288426·15	367236	222245016	24·617	8·462
607	1906·95	289379·84	368449	223648543	24·637	8·467
608	1910·09	290334·10	369664	224755712	24·658	8·472
609	1913·23	291289·93	370881	225866529	24·678	8·476
610	1916·37	292247·34	372100	226981000	24·698	8·481
611	1919·51	293206·31	373321	228099131	24·718	8·485
612	1922·65	294166·85	374544	229220928	24·739	8·490
613	1925·80	294128·97	375769	230346397	24·758	8·495
614	1928·94	296092·65	376996	231475544	24·779	8·499
615	1932·08	297057·91	378225	232608375	24·799	8·504
616	1935·22	298024·74	379456	233744896	24·819	8·509
617	1938·36	298993·14	380689	234885113	24·839	8·513
618	1941·50	299963·00	381924	236029032	24·859	8·518
619	1944·65	300934·64	383161	237176659	24·879	8·522
620	1947·79	301907·76	384400	238628000	24·899	8·527
621	1950·93	302882·44	385641	239483061	24·919	8·532
622	1954·07	303858·69	386884	240641848	24·939	8·536
623	1957·21	301836·51	388129	242804367	24·959	8·541

Digitized by Google

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
624	1960·35	305815·91	389376	242970624	24·980	8·545
625	1963·50	306796·87	390625	244140625	25·000	8·549
626	1966·64	307779·41	391876	245314376	25·019	8·554
627	1969·78	308763·41	393129	246491883	25·040	8·559
628	1972·92	309749·19	394384	247773152	25·059	8·563
629	1976·06	310736·44	395641	248858189	25·079	8·568
630	1979·20	311725·26	396900	250047000	25·099	8·573
631	1982·34	312715·64	398161	251239591	25·119	8·577
632	1985·49	313707·58	399424	252435968	25·139	8·582
633	1988·63	314701·14	400689	253636137	25·159	8·586
634	1991·77	315696·64	401956	254840104	25·179	8·591
635	1994·91	316692·91	403225	256047875	25·199	8·595
636	1998·05	317691·15	404496	257259456	25·219	8·599
637	2001·19	318790·97	405769	258474853	25·239	8·604
638	2004·34	319692·35	407044	259694072	25·259	8·609
639	2007·48	320695·31	408321	260917119	25·278	8·613
640	2010·62	321699·83	409600	262144000	25·298	8·618
641	2013·76	322705·93	410881	263374721	25·318	8·622
642	2016·90	323711·60	412164	264609288	25·338	8·627
643	2020·04	324722·84	413449	265847707	25·357	8·631
644	2023·19	325733·65	414736	267089984	25·377	8·636
645	2026·33	326746·03	416025	268836125	25·397	8·640
646	2029·47	327759·98	417316	269586136	25·416	8·644
647	2032·61	328775·50	418609	270840023	25·436	8·649
648	2035·76	329792·60	419904	272097792	25·456	8·653
649	2038·89	330811·26	421201	273359449	25·475	8·658
650	2042·04	331831·50	422500	274625000	25·495	8·662
651	2045·18	332853·40	423801	275894451	25·515	8·667
652	2048·32	333876·68	425104	277167808	25·534	8·671
653	2051·46	334901·62	426409	278445077	25·554	8·676
654	2054·60	335928·14	427716	279726264	25·573	8·680
655	2057·74	336956·23	429025	281011375	25·593	8·684
656	2060·88	337985·89	430336	282800416	25·612	8·689
657	2064·03	339017·12	431649	283593393	25·632	8·693
658	2067·17	340049·92	432964	284890312	25·651	8·698
659	2070·31	341084·29	434281	286191179	25·671	8·702
660	2073·45	342120·24	435600	287496000	25·690	8·707
661	2076·59	343157·75	436921	288804781	25·710	8·711
662	2079·73	344196·33	438244	290117028	25·730	8·715
663	2082·88	345237·49	439569	291434247	25·749	8·719
664	2086·02	346279·71	440896	292754944	25·768	8·724
665	2089·16	347323·51	442225	294079625	25·787	8·728
666	2092·30	348368·88	443556	295408296	25·807	8·733
667	2095·44	349416·40	444889	296740963	25·826	8·737

Digitized by Google

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
668	2098·58	350464·32	446224	298077632	25·846	8·742
669	2101·73	351514·30	447561	299418309	25·865	8·746
670	2104·87	352566·06	448900	300763000	25·884	8·750
671	2108·01	353619·28	450241	302111711	25·904	8·753
672	2111·15	354674·07	451584	303464448	25·923	8·759
673	2114·29	355730·43	452929	304821217	25·942	8·763
674	2117·43	356788·37	454276	306182024	25·961	8·768
675	2120·58	357847·87	455625	307546875	25·981	8·772
676	2123·72	358908·95	456976	308915776	26·000	8·776
677	2126·86	359971·59	458329	310288733	26·019	8·781
678	2130·00	361035·81	459684	311665652	26·038	8·785
679	2133·14	362101·60	461041	313046839	26·058	8·789
680	2136·28	363168·96	462400	314432000	26·077	8·794
681	2139·42	364237·88	463761	315821241	26·096	8·798
682	2142·57	365308·38	465124	317214568	26·115	8·802
683	2145·71	366380·40	466489	318611987	26·134	8·807
684	2148·85	367454·10	467856	320013504	26·153	8·811
685	2151·99	368529 31	469225	321419125	26·172	8·815
686	2155·13	369600·60	470596	322828856	26·192	8·819
687	2158·27	370684·45	471969	324242703	26·211	8·824
688	2161·42	371764·37	473344	325660672	26·229	8·828
689	2164·56	372845·87	474721	327082769	26·249	8·832
690	2167·70	373928·94	476100	328509000	26·268	8·836
691	2170·84	375013·57	477481	329939371	26·287	8·841
692	2173·98	376099·78	478864	331373888	26·306	8·845
693	2177·12	377187·56	480249	332812557	26·325	8·849
694	2180·27	378276·91	481636	334255384	26·344	8·856
695	2183·41	379367·83	483025	335702375	26·363	8·858
696	2186·55	380460·32	484413	337153536	26·382	8 862
697	2189·69	381554·38	485809	338608873	26·401	8·866
698	2192·83	382650·02	487204	340068392	26·419	8·870
699	2195·97	383747·22	488601	341532099	26·439	8·875
700	2199·12	384846·00	490000	343000000	26·457	8·879
701	2202·26	385949·52	491401	344472101	26·476	8·883
702	2205·40	387048·26	492804	345948088	26·495	8·887
703	2208·54	388151·74	494209	347428927	26·514	8·892
704	2211·68	389256·80	495616	348913664	26·533	8·896
705	2214·82	390363·43	497025	350402625	26·552	8·900
706	2217·96	391471·63	498436	351895816	26·571	8·904
707	2221·11	392581·40	499849	353393243	26·589	8·908
708	2224·25	393692·74	501264	354894912	26·608	8·913
709	2227·39	394805·65	502681	356400829	26·627	8·917
710	2230·53	395920·14	504100	357911000	26·645	8·921
711	2233·67	397036·19	505521	359425431	26·664	8·925

Digitized by Google

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
712	2236·81	398151·81	506944	360944128	26·683	8·929
713	2239·96	399273·01	508369	362467097	26·702	8·934
714	2243·10	400393·73	509796	363994344	26·721	8·938
715	2246·24	401516·11	511225	365525875	26·739	8·942
716	2249·38	402640·02	512656	367061696	26·758	8·946
717	2252·52	403765·50	514089	367061813	26·777	8·950
718	2255·66	404892·54	515524	370146232	26·795	8·954
719	2258·81	406021·16	516961	371694959	26·814	8·959
720	2261·95	407151·36	518400	373248000	26·833	8·963
721	2265·09	408283·32	519841	374805361	26·851	8·967
722	2268·23	409416·45	521284	376367048	26·870	8·971
723	2271·37	410551·25	522729	377933067	26·889	8·975
724	2274·51	411687·93	524176	379503424	26·907	8·979
725	2277·66	412825·87	525625	381078125	26·926	8·883
726	2280·80	413965·24	527076	382657176	26·944	8·988
727	2283·94	415106·06	528529	384240583	26·963	8·992
728	2287·08	416249·43	529984	385828352	26·991	8·996
729	2290·22	417393·76	531441	387420489	27·000	9·000
730	2293·36	418539·66	532900	389017000	27·018	9·004
731	2296·50	419687·12	534361	390617891	27·037	9·008
732	2299·65	420836·14	535824	392223168	27·055	9·012
733	2302·79	421986·78	537289	393832837	27·074	9·016
734	2305·93	423138·96	538756	395446904	27·092	9·020
735	2309·07	424292·71	540225	397065375	27·111	9·024
736	2312·21	425442·03	541696	398688256	27·129	9·029
737	2315·35	426604·93	543169	400315553	27·148	9·033
738	2318·50	427763·39	544644	401947272	27·166	9·037
739	2321·64	428923·43	546121	403583419	27·184	9·041
740	2324·78	430085·04	547600	405224000	27·203	9·045
741	2327·92	431248·21	549081	406869021	27·221	9·049
742	2331·06	432412·96	550564	408518488	27·239	9·053
743	2334·20	433579·28	552049	410172407	27·258	9·057
744	2337·35	434747·17	553536	411830784	27·276	9·061
745	2340·49	435916·63	555025	413493625	27·295	9·065
746	2342·63	437087·66	556516	415160936	27·313	9·069
747	2346·77	438260·26	558009	416832723	27·331	9·073
748	2349·91	439434·48	559504	418508992	27·349	9·077
749	2353·05	440610·18	561001	420189749	27·368	9·081
750	2356·20	441787·50	562500	421875000	27·386	9·085
751	2359·34	442966·38	564001	423564751	27·404	9·089
752	2362·48	444146·84	565504	425229008	27·423	9·094
753	2365·62	445328·86	567009	426957777	27·441	9·098
754	2368·76	446512·46	568516	428661064	27·459	9·102
755	2371·90	447697·63	570025	430368875	27·477	9·106

Digitized by Google

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
756	2375·04	448884·37	571536	432081216	27·495	9·109
757	2378·19	450072·68	573049	433798093	27·514	9·114
758	2381·33	451262·56	574564	435519512	27·532	9·118
759	2384·47	452454·01	576081	437245479	27·549	9·122
760	2387·61	453647·04	577600	438967000	27·568	9·126
761	2390·75	454841·63	579121	440711081	27·586	9·129
762	2393·89	456037·87	580644	442450728	27·604	9·134
763	2397·04	457235·53	582169	444194947	27·622	9·138
764	2400·18	458435·83	583696	445943744	27·740	9·142
765	2403·32	459635·71	585225	447697125	27·659	9·146
766	2406·46	460838·16	586756	449455096	27·677	9·149
767	2409·60	462042·18	588289	451217663	27·695	9·154
768	2412·74	463247·76	589824	452984832	27·713	9·158
769	2415·98	464454·92	591361	454756609	27·731	9·162
770	2419·03	465663·66	592900	456533000	27·749	9·166
771	2422·17	466873·96	594441	458314011	27·767	9·169
772	2425·31	468085·83	595984	460099648	27·785	9·173
773	2428·45	469299·27	597529	461889917	27·803	9·177
774	2431·59	470514·29	599076	463684824	27·821	9·181
775	2434·74	471730·87	600625	463684375	27·839	9·185
776	2437·88	472949·03	602176	467288576	27·857	9·189
777	2441·02	471168·75	603729	469097433	27·875	9·193
778	2444·16	475396·05	605284	470910952	27·893	9·197
779	2447·30	476612·92	606841	472729139	27·910	9·201
780	2450·44	477837·36	608400	474552000	27·928	9·205
781	2453·58	479063·36	609961	476379541	27·946	9·209
782	2456·73	480290·94	611524	478212768	27·964	9·213
783	2459·87	481520·10	613089	480048687	27·982	9·217
784	2463·01	482750·82	614656	481890304	28·000	9·221
785	2466·15	483983·11	619225	483736025	28·017	9·225
786	2469·29	485216·97	617796	485587656	28·036	9·229
787	2472·43	486452·41	619369	487443403	28·053	9·233
788	2475·48	487689·73	620944	489303872	28·071	9·237
789	2478·72	488927·99	622521	491169069	28·089	9·240
790	2481·86	400168·14	624100	493039000	28·107	9·244
791	2485·00	491409·85	625681	494913671	28·125	9·248
792	2488·14	492653·14	627264	496693088	28·142	9·252
793	2491·28	493898·20	628849	498677257	28·160	9·256
794	2494·43	495144·43	634036	500566184	28·178	9·260
795	2497·57	496392·43	632025	502459875	28·197	9·264
796	2500·71	497648·40	633616	504358336	28·213	9·268
797	2503·85	498893·14	635209	506261573	28·231	9·271
798	2506·99	500145·86	636804	508169592	28·249	9·275
799	2510·13	501400·14	638401	510082399	28·266	9·279

Digitized by Google

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
800	2513·28	502656·00	640000	512000000	28·284	9·283
801	2516·42	503913·42	641601	513922401	28·302	9·287
802	2519·56	505172·43	643204	515849608	28·319	9·291
803	2522·70	506432·98	644809	517781627	28·337	9 295
804	2525·84	507655·52	646416	519718464	28·355	9·299
805	2528·98	508958·83	648025	521660125	28·372	9·302
806	2532·12	510224·11	649636	523606616	28·390	9·306
807	2535·27	511490·96	651249	525557943	28·408	9·310
808	2538·41	512759·38	652864	527514112	28·425	9·314
809	2541·55	514029·37	654481	529474129	28·443	9·318
810	2544·09	515300·94	656100	531441000	28·460	9·322
811	2547·83	516574·07	657721	533411731	28·478	9·325
812	2550·97	517848·77	659344	535387328	28·496	9·329
813	2554·12	519125·05	660969	537366797	28·513	9·333
814	2557·26	520402·85	662596	539353144	28·531	9·337
815	2560·40	521682·31	664225	541343375	28·548	9·341
816	2563·54	522663·30	665856	543338496	28·566	9·345
817	2566·68	524245·86	667489	545338513	28·583	9·348
818	2569·82	525529·98	669124	547343432	28·601	9·352
819	2572·97	526915·68	670761	549353259	28·618	9·356
820	2576·11	528102·96	672400	551368000	28·636	9·360
821	2579·25	529391·80	674041	553387661	28·653	9·364
822	2582·39	530682·21	675684	555312248	28·670	9·367
823	2585·53	531974·39	677329	557441767	28·688	9·371
824	2588·67	533267·75	678976	559476224	28·705	9·375
825	2591·82	534562·87	680625	561515625	28·723	9·379
826	2594·96	535859·57	682276	563559976	28·740	9·383
827	2598·10	537159·83	683929	565609283	28·758	9·386
828	2601·24	538457·62	685584	567663552	28·775	9·390
829	2604·38	539759·08	687241	569722789	28·792	9·394
830	2607·52	541062·06	688900	571787000	28·810	9·398
831	2610·66	542366·60	690561	573856191	28·827	9·401
832	2613·81	543672·72	692224	575930368	28·844	9·405
833	2616·95	544980·52	693889	578009537	28·862	9·409
834	2620·09	546289·68	695556	580093704	28·879	9·413
835	2623·23	547600·51	697225	582182875	28·896	9·417
836	2626·37	548912·91	698896	584277056	28·914	9·420
837	2629·51	550226·39	700569	586376253	28·931	9·424
838	2632·65	551542·43	702244	588480472	28·948	9·428
839	2635·80	552859·58	703921	590589719	28·965	9·432
840	2638·94	554178·24	705600	592704000	28·983	9·435
841	2642·08	555498·49	707281	594823321	29·000	9·439
842	2645·22	556820·32	708964	596947688	29 017	9·443
843	2648·36	558143·72	710649	599077107	29·034	9·447

Digitized by Google

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
844	2651·51	559468·69	712336	601211584	29·052	9·450
845	2654·65	560795·23	714025	603351125	29·069	9·454
846	2657·79	562123·34	715716	605495736	29·086	9·458
847	2660·93	563456·82	717409	607645423	29·103	9·461
848	2664·07	564784·28	719104	609800192	29·120	9·465
849	2667·21	566167·10	720801	611960049	29·138	9·469
850	2670·36	567451·59	722500	614125000	29·155	9·473
851	2673·50	568787·46	724201	616295051	29·172	9·476
852	2676·64	570125·00	725904	618470208	29·189	9·480
853	2679·78	571464·10	727609	620650477	29·206	9·483
854	2682·92	572804·78	729316	622835864	29·223	9·487
855	2686·06	574147·03	731025	625026375	29·240	9·491
856	2689·20	575490·85	732736	627222016	29·257	9·495
857	2692·35	576836·24	734449	629422793	29·274	9·499
858	2695·49	578183·20	736164	631628712	29·292	9·502
859	2698·63	579531·73	737881	633839779	29·309	9·506
860	2701·77	580881·84	739600	636056000	29·326	9·509
861	2704·91	582233·51	741321	638277381	29·343	9·513
862	2708·05	583586·75	743044	640503928	29·360	9·517
863	2711·20	584941·57	744769	642735647	29·377	9·520
864	2714·34	586297·95	746496	644972544	29·394	9·524
865	2717·48	587655·91	748225	647214625	29·411	9·528
866	2720·66	589015·41	749956	649461896	29·428	9·532
867	2723·76	590376·54	751689	651714363	29·445	9·535
868	2726·29	591739·20	753424	653972032	29·462	9·539
869	2730·05	593103·44	755161	656234909	29·479	9·543
870	2733·19	594469·26	756900	658503000	29·496	9·546
871	2736·33	595836·44	758641	660776311	29·513	9·550
872	2739·87	597205·59	760384	663054848	29·529	9·554
873	2742·61	598576·91	762129	665338617	29·546	9·557
874	2745·75	599948·21	763876	667627624	29·563	9·561
875	2748·90	601321·87	765625	669921875	29·580	9·565
876	2752·04	602697·11	767376	672221376	29·597	9·568
877	2755·18	604073·93	769129	674526133	29·614	9·572
878	2758·32	605451·49	770884	676836152	29·631	9·575
879	2761·46	606832·24	772641	679151439	29·648	9·579
880	2764·60	608213·76	774400	681472000	29·665	9·583
881	2767·74	609596·84	776161	683797841	29·682	9·586
882	2770·89	610981·50	777924	686128968	29·698	9·590
883	2774·03	612367·74	779689	688465387	29·715	9·594
884	2777·17	613755·54	781456	690807104	29·732	9·597
885	2780·31	615144·91	783225	693154125	29·749	9·601
886	2783·45	616535·85	784996	695506456	29·766	9·604
887	2785·59	617928·37	786769	697864103	29·782	9·608

Digitized by Google

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
888	2789·75	619322·45	788544	700227072	29·799	9·612
889	2792·88	620718·11	790321	702595369	29·816	9·615
890	2796·02	622115·34	792100	704969000	29·833	9·619
891	2799·16	623514·13	793881	707347971	29·850	9·623
892	2802·30	624914·50	795664	709732288	29·866	9·626
893	2805·44	626316·44	797449	712121957	29·883	9·630
894	2808·59	627719·95	799236	714516984	29·900	9·633
895	2811·73	629120·35	801025	716017375	29·916	9·637
896	2814·87	630531·68	802816	719323136	29·933	9·640
897	2818·82	631939·90	804609	721734273	29·950	9·644
898	2821·15	633349·70	806404	724150792	29·967	9·648
899	2824·29	634768·13	808201	726572699	29·983	9·651
900	2827·44	636174·00	810000	729000000	30·000	9·655
901	2830·58	637588·50	811804	731432701	30·017	9·658
902	2833·72	639004·58	813604	733870808	30·033	9·662
903	2836·86	640422·22	815409	736314327	30·050	9·666
904	2840·00	641841·44	817216	738763264	30·066	9·669
905	2843·14	643262·23	819025	741217625	30·083	9·673
906	2846·28	644684·74	820836	743677416	30·100	9·676
907	2849·43	646108·52	822649	746142643	30·116	9·680
908	2852·57	647534·02	824464	748613312	30·133	9·683
909	2855·71	648961·09	826281	751089429	30·150	9·687
910	2858·85	650389·74	828100	753571000	30·163	9·690
911	2861·99	651819·95	829921	756058031	30·183	9·694
912	2865·13	653251·73	831744	758550528	30·199	9·698
913	2868·29	654689·09	833569	761048497	30·216	9·701
914	2871·42	656120·81	835396	763551944	30·232	9·705
915	2874·56	657556·51	837225	766060875	30·249	9·708
916	2877·70	658994·58	839056	768575296	30·265	9·712
917	2880·84	660432·22	840889	771095213	30·282	9·715
918	2883·98	661875·42	842724	773620632	30·298	9·718
919	2887 13	663318·20	844561	776151559	30·315	9·722
920	2890·27	664762·56	846400	778688000	30·331	9·726
921	2893·41	666208·48	848241	781229961	30·348	9·729
922	2896·55	667655·97	850084	783777448	30·364	9·733
923	2899·69	669101·61	851929	786330467	30·381	9·736
924	2902·83	670555·67	853776	788889024	30·397	9·740
925	2905·98	672007·87	855625	791453125	30·414	9·743
926	2909·12	603461·65	857476	794022776	30·430	9·747
927	2912·26	674916·99	859329	796597983	30·447	9·750
928	2915·40	676373·91	861184	799178752	30·463	9·754
929	2918·54	677832·40	863041	801765089	30·479	9 757
930	2921·68	679292·46	864900	804357000	30·496	9·761
931	2924·82	680754·08	866761	806954491	30·512	9·764

Digitized by Google

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
932	2927·97	682217·30	868624	809557568	30·529	9·768
933	2931·11	683682·06	870489	812166237	30·545	9·771
934	2934·25	685148·40	372356	814780504	30·561	9·775
935	2937·39	686616·31	875225	817400375	30·578	9·778
936	2940·53	688085·79	876096	820025856	30·594	9·783
937	2943·67	689556·85	877969	822656953	30·610	9·785
938	2946·82	691029·47	879844	825293672	30·627	9·789
939	2949·96	692503·67	881721	827936019	30·643	9·792
940	2953·10	693979·44	883600	830584000	30·659	9·796
941	2956·24	695456·77	885481	833237621	30·676	9·799
942	2959·38	696935·68	887364	835896888	30·692	9·803
943	2962·43	698416·14	889249	838561807	30·708	9·806
944	2965·67	699898·21	891136	841232384	30·724	9·810
945	2968·81	701381·83	893025	843908625	30·741	9·813
946	2971·95	702867·02	894916	846590536	30·757	9·817
947	2975·09	704350·25	896809	849278123	30·773	9·820
948	2978·23	705841·80	898704	851971392	30·790	9·823
949	2981·37	707332·02	900601	854670349	30·806	9·827
950	2984·52	708023·50	902500	857375000	30·822	9·830
951	2987·66	710316·54	904401	860085351	30·838	9·834
952	2990·72	711811·16	906304	862801408	30·854	9·837
953	2993·94	713307·34	908209	865523177	30·871	9·841
954	2997·08	714805·10	910116	868250664	30·887	9·844
955	3000·22	716304·43	912025	870983875	30·903	9·848
956	3003·36	717805·33	915936	873722816	30·919	9·851
957	3006·51	719307·80	915849	876467493	30·935	9·854
958	3009·65	720811·84	917764	879217912	30·951	9·858
959	3012·79	722317·45	919681	881974079	30·968	9·861
960	3015·93	723824·64	921600	884736000	30·984	9·865
961	3019·07	725333·39	923521	887503681	31·000	9·868
962	3022·21	726843·71	925444	890277128	31·016	9·872
963	3025·26	728355·61	927369	893056347	31·032	9·875
964	3028·50	729869·07	929296	895481344	31·048	9·878
965	3031·64	731384·11	931225	898632125	31·064	9·881
966	3034·78	732900·72	934156	901428696	31·080	9·885
967	3037·92	734418·90	935089	904231063	31·097	9·889
968	3041·06	735938·64	937024	907039232	31·113	9·892
969	3044·21	737459·96	938961	909853209	31·129	9·895
970	3047·35	738982·86	940900	912673000	31·145	9·899
971	3050·49	740507·32	942841	915498611	31·161	9·902
972	3053·63	742033·35	944784	918330048	31·177	9·906
973	3056·77	743560·95	946729	921167317	31·193	9·909
974	3059·91	745090·13	948676	924010424	31·209	9·912
975	3063·06	746620·87	950625	926859375	31·225	9·916

Digitized by Google

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
976	3066·20	748153·19	952576	929714176	31·241	9·919
977	3069·36	749687·07	954529	932574833	31·257	9·923
978	3072·48	751222·53	956484	935441352	31·273	9·926
979	3075·62	752759·56	958441	938313739	31·289	9·929
980	3078·76	754298·16	960400	941192000	31·305	9·933
981	3081·90	755838·32	962361	944076141	31·321	9·936
982	3085·05	757380·06	964324	946966168	31·337	9·940
983	3088·19	758923·38	966289	949862087	31·353	9·943
984	3091·33	760468·26	968256	952763904	31·369	9·946
985	3094·47	762014·71	970225	955671625	31·385	9·950
986	3097·61	763562·73	972196	958585256	31·401	9·953
987	3100·75	765119·33	974169	961504803	31·416	9·956
988	3103·96	766663·49	976144	964430272	31·432	9·960
989	3107·04	768216·23	978121	967261669	31·448	9·963
990	3110·18	769770·54	980100	970299000	31·464	9·966
991	3113·32	771326·41	982081	973242271	31·480	9·970
992	3116·46	772883·86	984064	976191488	31·496	9·973
993	3119·60	774442·88	986049	979146657	31·512	9·977
994	3122·75	776003·47	988036	982107784	31·528	9·980
995	3125·89	777565·63	990025	985074875	31·544	9·983
996	3129·03	779129·36	992016	988047936	31·559	9·987
997	3132·17	780694·66	994009	991026973	31·575	9·990
998	3135·11	782261·54	996004	994011992	31·591	9·993
999	3138·45	783829·98	998001	997002999	31·607	9·997
1000	3141·60	785400·00	1000000	1000000000	31·623	10·000

Digitized by Google

494.

Longueur des arcs de cercle pour le rayon 1.

Degrés.	Longueur.	Degrés.	Longueur.	Degrés.	Longueur.	Degrés.	Longueur.	Degrés.	Longueur.
1	0·01745	21	0·36652	41	0·71558	61	1·06465	81	1·41372
2	0·03491	22	0·38397	42	0·73304	62	1·08210	82	1·43117
3	0·05236	23	0·40143	43	0·75049	63	1·09956	83	1·44862
4	0·06981	24	0·41888	44	0·76794	64	1·11701	84	1·46608
5	0·08726	25	0·43633	45	0·78540	65	1·13446	85	1·48353
6	0·10472	26	0·45379	46	0·80285	66	1·15191	86	1·50098
7	0·12217	27	0·47124	47	0·82030	67	1·16937	87	1·51844
8	0·13963	28	0·48869	48	0·83776	68	1·18682	88	1·53589
9	0·15708	29	0·50615	49	0·85521	69	1·20428	89	1·55334
10	0·17453	30	0·52360	50	0·87266	70	1·22173	90	1·57079
11	0·19198	31	0·54105	51	0·89012	71	1·23918	100	1·74533
12	0·20944	32	0·55851	52	0·90757	72	1·25664	110	1·91986
13	0·22689	33	0·57596	53	0·92502	73	1·27409	120	2·09439
14	0·24434	34	0·59341	54	0·94248	74	1·29154	130	2·26893
15	0·26180	35	0·61087	55	0·95993	75	1·30899	140	2·44346
16	0·27925	36	0·62832	56	0·97738	76	1·32645	150	2·61799
17	0·29670	37	0·64577	57	0·99484	77	1·34390	160	2·79253
18	0·31416	38	0·66323	58	1·01229	78	1·36136	170	2·96706
19	0·33161	39	0·68068	59	1·02974	79	1·37881	180	3·14159
20	0·34907	40	0·69813	60	1·04719	80	1·39626	360	6·28319

Digitized by Google

495.

Table des lignes trigonométriques.

Degrés.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotangente.	Degrés.
1	0·0175	0·9998	0·0175	57·2899	89
2	0·0349	0·9994	0·0349	28·6363	88
3	0·0523	0·9986	0·0524	19·0811	87
4	0·0698	0·9976	0·0699	14·3007	86
5	0·0872	0·9962	0·0875	11·4301	85
6	0·1045	0·9945	0·1051	9·5114	84
7	0·1219	0·9925	0·1228	8·1443	83
8	0·1392	0·9903	0·1405	7·1154	82
9	0·1564	0·9877	0·1584	6·3138	81
10	0·1736	0·9848	0·1763	5·6713	80
11	0·1908	0·9816	0·1944	5·1446	79
12	0·2079	0·9781	0·2126	4·7046	78
13	0·2250	0·9744	0·2309	4·3315	77
14	0·2419	0·9703	0·2393	4·0108	76
15	0·2588	0·9659	0·2679	3·7321	75
16	0·2756	0·9613	0·2867	3·4874	74
17	0·2924	0·9563	0·3057	3·2709	73
18	0·3090	0·9511	0·3249	3·0777	72
19	0·3256	0·9455	0·3443	2·9042	71
20	0·3420	0·9397	0·3640	2·7475	70
21	0·3584	0·9336	0·3839	2·6051	69
22	0·3746	0·9272	0·4040	2·4751	68
23	0·3907	0·9205	0·4245	2·3559	67
24	0·4067	0·9135	0·4452	2·2460	66
25	0·4226	0·9063	0·4663	2·1445	65
26	0·4384	0·8988	0·4877	2·0503	64
27	0·4540	0·8910	0·5095	1·9626	63
28	0·4695	0·8829	0·5317	1·8807	62
29	0·4848	0·8746	0·5543	1·8040	61
30	0·5000	0·8660	0·5774	1·7321	60
31	0·5150	0·8572	0·6009	1·6643	59
32	0·5299	0·8480	0·6249	1·6003	58
33	0·5446	0·8387	0·6494	1·5399	57
34	0·5592	0·8290	0·6745	1·4826	56
35	0·5736	0·8192	0·7002	1·4281	55
36	0·5878	0·8090	0·7265	1·3764	54
37	0·6018	0·7986	0·7536	1·3270	53
38	0·6157	0·7880	0·7813	1·2799	52
39	0·6293	0·7771	0·8098	1·2349	51
40	0·6428	0·7660	0·8391	1·1918	50
41	0·6560	0·7547	0·8693	1·1504	49
42	0·6691	0·7431	0·9004	1·1106	48
43	0·6820	0·7314	0·9325	1·0724	47
44	0·6947	0·7193	0·9657	1·0355	46
45	0·7071	0·7071	1·0000	1·0000	45
Degrés.	Cosinus.	Sinus.	Cotangente.	Tangente.	Degrés.

Digitized by Google

496.

Table des logarithmes ordinaires des nombres de 1 à 100.

Nombres.	Logarithmes.	Nombres	Logarithmes.	Nombres.	Logarithmes	Nombres.	Logarithmes
1	0000000	26	4149733	51	7075702	76	8808136
2	3010300	27	4313638	52	7160033	77	8864907
3	4771213	28	4471580	53	7242759	78	8920946
4	6020600	29	4623980	54	7323938	79	8976271
5	6989700	30	4771213	55	7404627	80	9030900
6	7781513	31	4913617	56	7481880	81	9084850
7	8450980	32	5051500	57	7558749	82	9138139
8	9030900	33	5185139	58	7634280	83	9190781
9	9542425	34	5314789	59	7708520	84	9242793
10	0000000	35	5440680	60	7781513	85	9294189
11	0413927	36	5563025	61	7853298	86	9344985
12	0791812	37	5682017	62	7923917	87	9395193
13	1139434	38	5797836	63	7993405	88	9444827
14	1461280	39	5910646	64	8061800	89	9493900
15	1760913	40	6020600	65	8129134	90	9542425
16	2041200	41	6127839	66	8195439	91	9590414
17	2304489	42	6232493	67	8260748	92	9637878
18	2552725	43	6334685	68	8325089	93	9684829
19	2787536	44	6434527	69	8388491	94	9731279
20	3010300	45	6532125	70	8450980	95	9777236
21	3222193	46	6627578	71	8512583	96	9822712
22	3424227	47	6720979	72	8573325	97	9867717
23	3617278	48	6812412	73	8633229	98	9912261
24	3802112	49	6901961	74	8692317	99	9956352
25	3979400	50	6989700	75	8750613	100	0000000

Digitized by Google

497.

Table des logarithmes naturels de 1 à 100.

N°	log. nat.	N°	log. nat.	N°	log. nat.
1	0·0000000000	36	3·5835189385	71	4·2626798770
2	0·6931471806	37	·6109179126	72	·2766661190
3	1·0986122887	38	·6375861597	73	·2904594411
4	2·3862943611	39	·6635616461	74	·3040650932
5	1·6094379124	40	·6888794541	75	·3174881135
6	1·7917594692	41	·7135720667	76	·3307333403
7	1·9450101491	42	·7376696183	77	·3438054219
8	2·0794415417	43	·7612001157	78	·3567088267
9	·1972245773	44	·7941896339	79	·3694478525
10	·3025850930	45	·8066624898	80	·3820266347
11	·3978952728	46	·8286413965	81	·3944491547
12	·4849066498	47	·8501476017	82	·4067192473
13	·5649493575	48	·8712010109	83	·4188406078
14	·6390573296	49	·8918202981	84	·4308167988
15	·7080502011	50	·9120240054	85	·4426512565
16	·7725887222	51	3·9318256327	86	·4543472963
17	·8332133441	52	·9512457186	87	·4659081187
18	·8903717579	53	·9702919136	88	·4773368145
19	·9544389792	54	·9889840466	89	·4886363697
20	·9957322736	55	4·0073331852	90	·4998096703
21	3·0445224877	56	·0253516907	91	·5108595065
22	·0910424534	57	·0430512678	92	·5217885770
23	·1354942159	58	·0604430105	93	·5325994932
24	·1780538303	59	·0775374439	94	·5432947823
25	·2188758239	60	·0943445622	95	·5539768916
26	·2580965380	61	·1108738642	96	·5643481915
27	·2958368660	62	·1271343850	97	·5747109785
28	·3322045102	63	·1432343850	98	·5849674787
29	·3672958300	64	·1588830834	99	·5951198501
30	·4011973817	65	·1743872699	100	·6051701860
31	·4339872045	66	·1896547420		
32	·4657359028	67	·2046926194		
33	·4965075615	68	·2195077052		
34	·5263605246	69	·2341065046		
35	·5553480615	70	·2484952420		

Digitized by Google

Digitized by Google

RÉSULTATS

scientifiques et pratiques
destinés à la construction des machines

PAR

F. REDTENBACHER,
Directeur de l'école polytechnique à Carlsruhe.

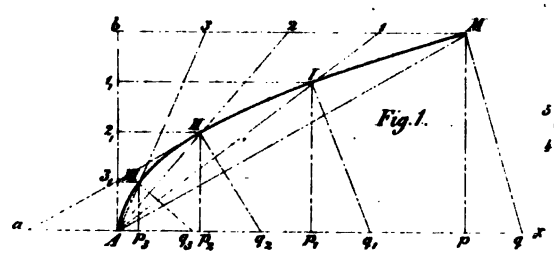
Deuxième Édition française
traduite sur la cinquième édition allemande.

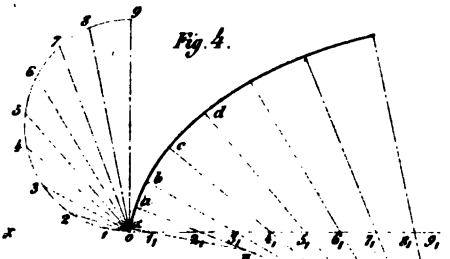
ATLAS DE 41 PLANCHES.

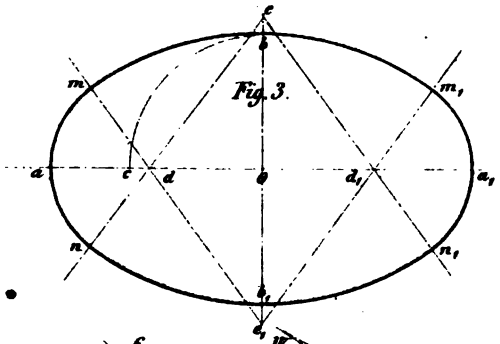
HEIDELBERG
Fr. Bassermann, Éditeur.
1873.

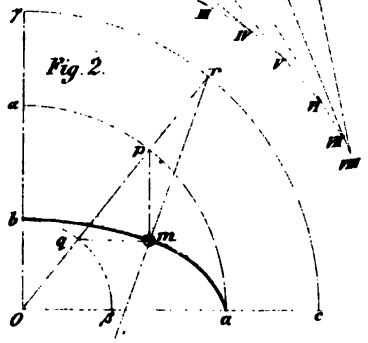
Digitized by Google

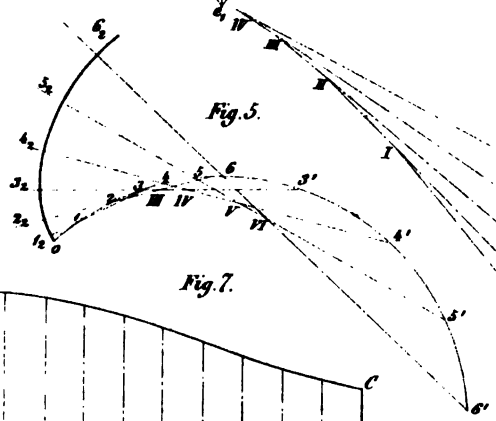
Digitized by Google

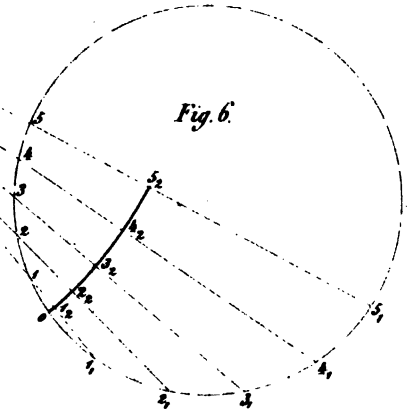


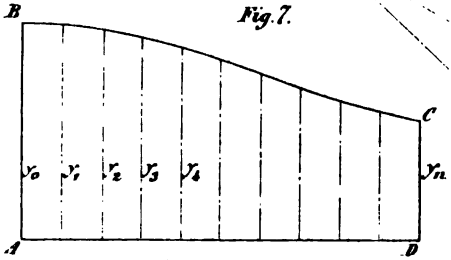


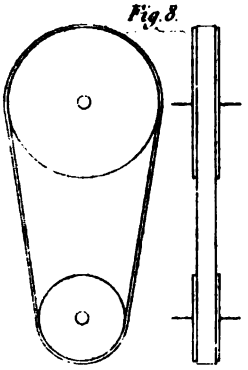


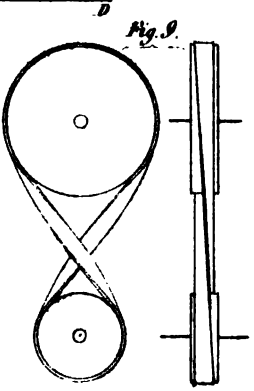


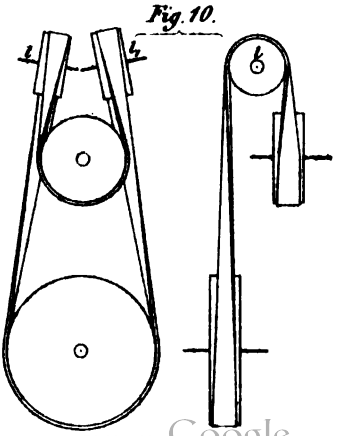






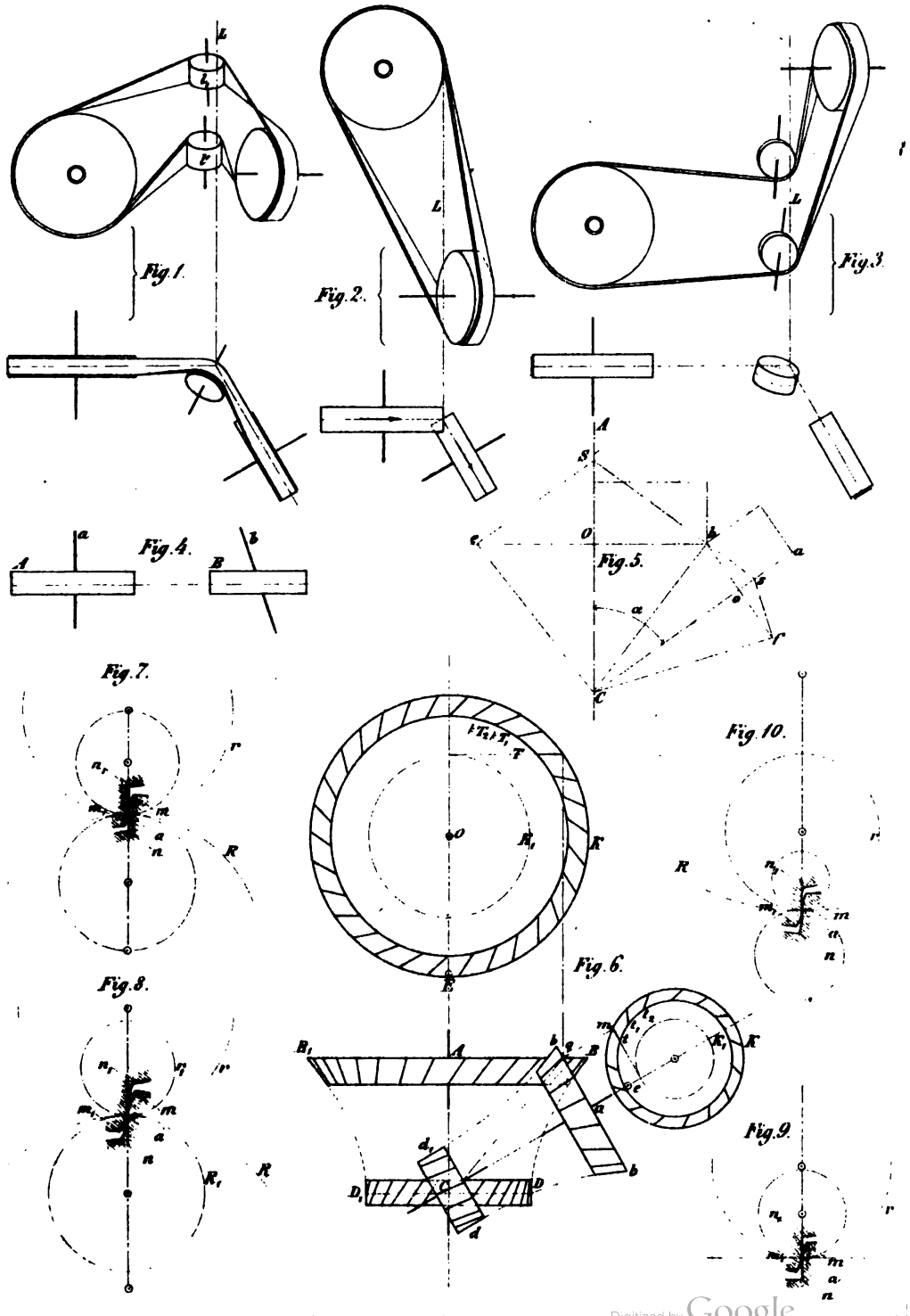






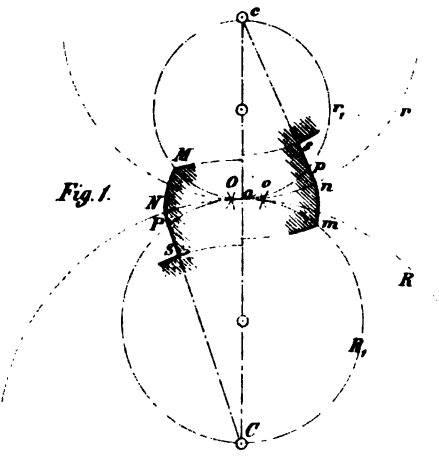
Digitized by Google

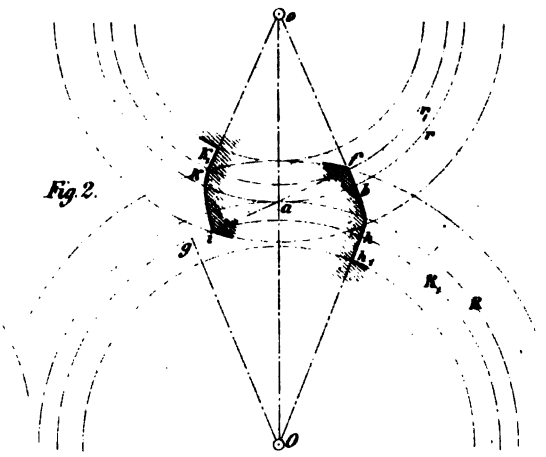
Digitized by Google

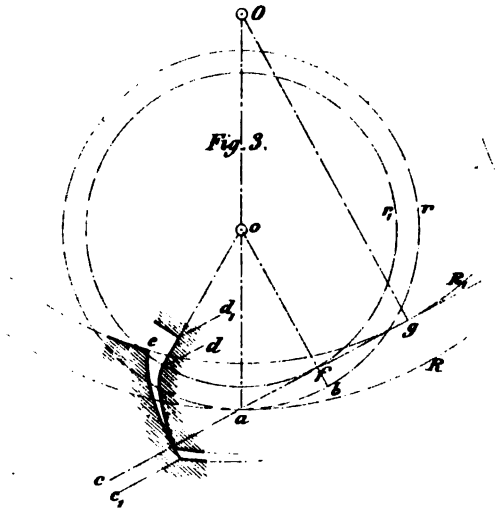


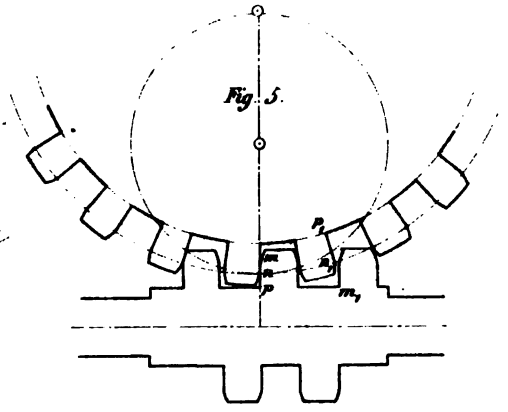
Digitized by Google

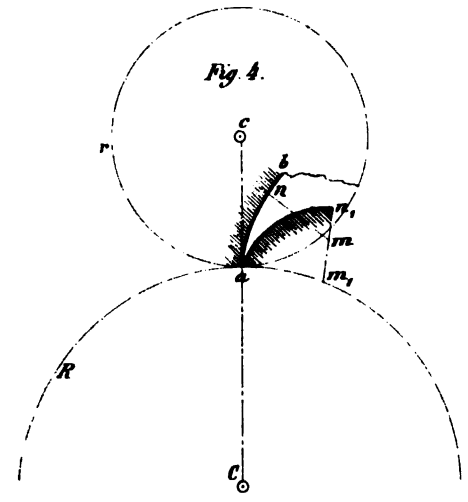
Digitized by Google

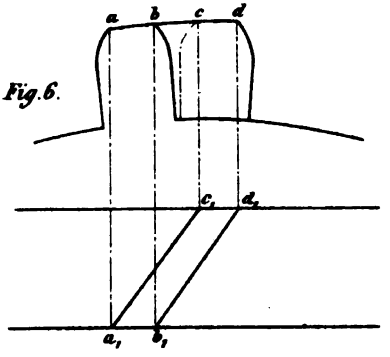






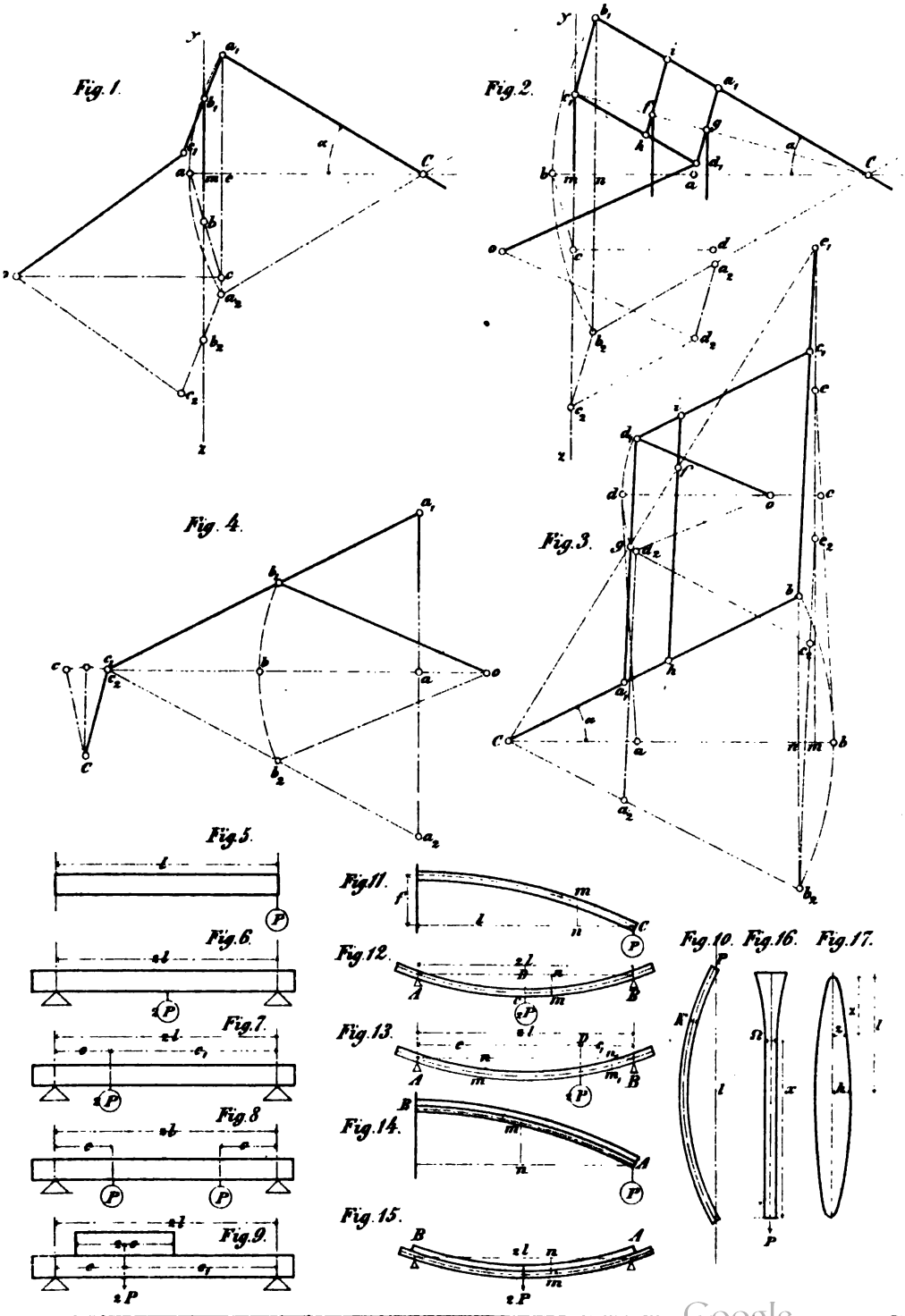






Digitized by Google

Digitized by Google



Lith. v. L. Geilsen Lanter, Karlsruhe

Digitized by Google

Digitized by Google

1.

$$E = \frac{1}{6}\, b h^2$$

2.

$$E = \frac{1}{6}\, h^3$$

3.

$$E = \frac{\pi}{32}\, d^3$$

4.

$$E = \frac{\pi}{32}\, b h^2$$

5.

$$z = \frac{1}{3}\, h$$

$$E = \frac{1}{12}\, b h^2$$

6.

$$z = \frac{2}{3}\, h$$

$$E = \frac{1}{24}\, b h^2$$

7.

$$E = \frac{\pi}{32}\, \frac{d^4 - d_1^4}{d}$$

8

$$E = \frac{\pi}{32}\, \frac{b h^3 - b_1 h_1^3}{h}$$

9.

$$E = \frac{1}{6}\, \frac{b}{h}\, h^3 - h_1^3$$

10.

$$E = \frac{1}{6h} \left\{ b_1 h_1^3 + b\,(h^3 - h_1^3) \right\}$$

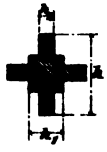
11.

$$E = \frac{1}{6h} \left\{ b_1 h_1^3 + b\,(h^3 - h_1^3) \right\}$$

12.

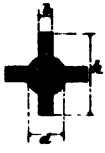
$$E = \frac{1}{6h} \left\{ b_2 h_2^3 + b_1\,(h_1^3 - h_2^3) + b\,(h^3 - h_1^3) \right\}$$

13.



$$E = \frac{1}{6h} \left\{ h_1^4 + (h^3 - h_1^3)\, h_2 + (h - h_1)\, h_2^3 \right\}$$

14.



$$E = \frac{1}{6h} \left\{ 0{\cdot}589\, d^4 + (h^3 - d^3)\, b + (h - d)\, b^3 \right\}$$

15.

$$E = \frac{1}{6h} \left\{ b\,(h^3 - h_1^3) + b_1\,(h_1^3 - h_2^3) \right\}$$

16

$$z = \frac{1}{2}\, \frac{b h^2 + b_1 h_1^2 + 2 b_1 h h_1}{b h + b_1 h_1}$$

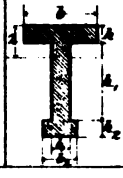
$$E = \frac{1}{3z} \left\{ b\left[z^3 - (z-h)^3\right] + b_1\left[(z-h)^3 + (h+h_1-z)^3\right] \right\}$$

17.

$$z = \frac{1}{2}\, \frac{b h^2 + b_1 h_1^2 + 2 b h h_1}{b h + b_1 h_1}$$

$$E = \frac{1}{3z} \left\{ b\left[(h+h_1-z)^3 - (h_1-z)^3\right] + b_1\left[z^3 + (h_1-z)^3\right] \right\}$$

18.

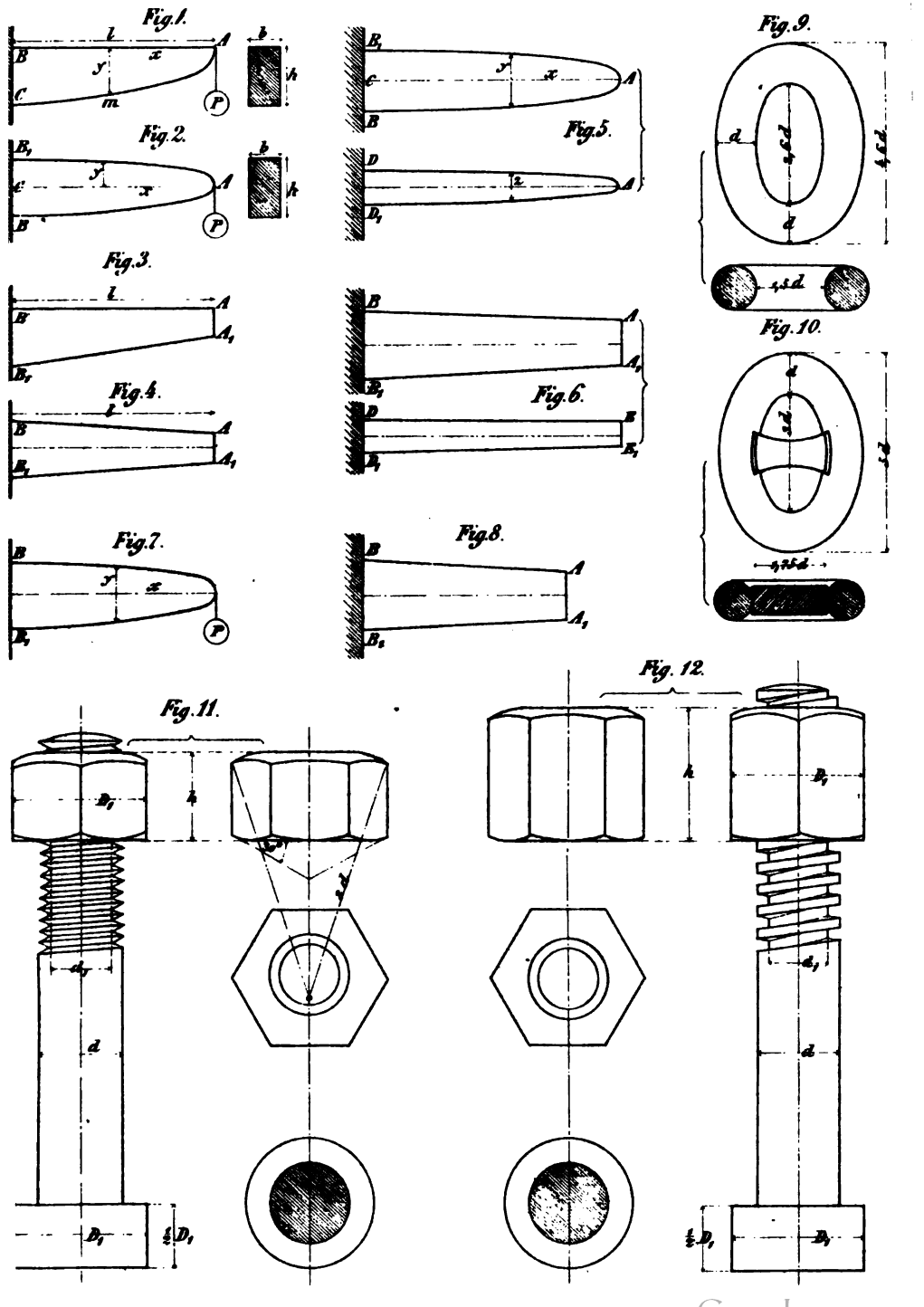


$$z = \frac{1}{2}\, \frac{b h^2 + b_1 h_1^2 + b_2 h_2^2 + 2\left[b_1 h h_1 + b_2 h_2\,(h + h_1)\right]}{b h + b_1 h_1 + b_2 h_2}$$

$$E = \frac{1}{3z} \left\{ \begin{array}{l} b\left[z^3 - (z-h)^3\right] + b_1\left[(z-h)^3 + (h+h_1-z)^3\right] \\ + \; b_2\left[(h+h_1+h_2-z)^3 - (h+h_1-z)^3\right] \end{array} \right\}$$

Digitized by Google

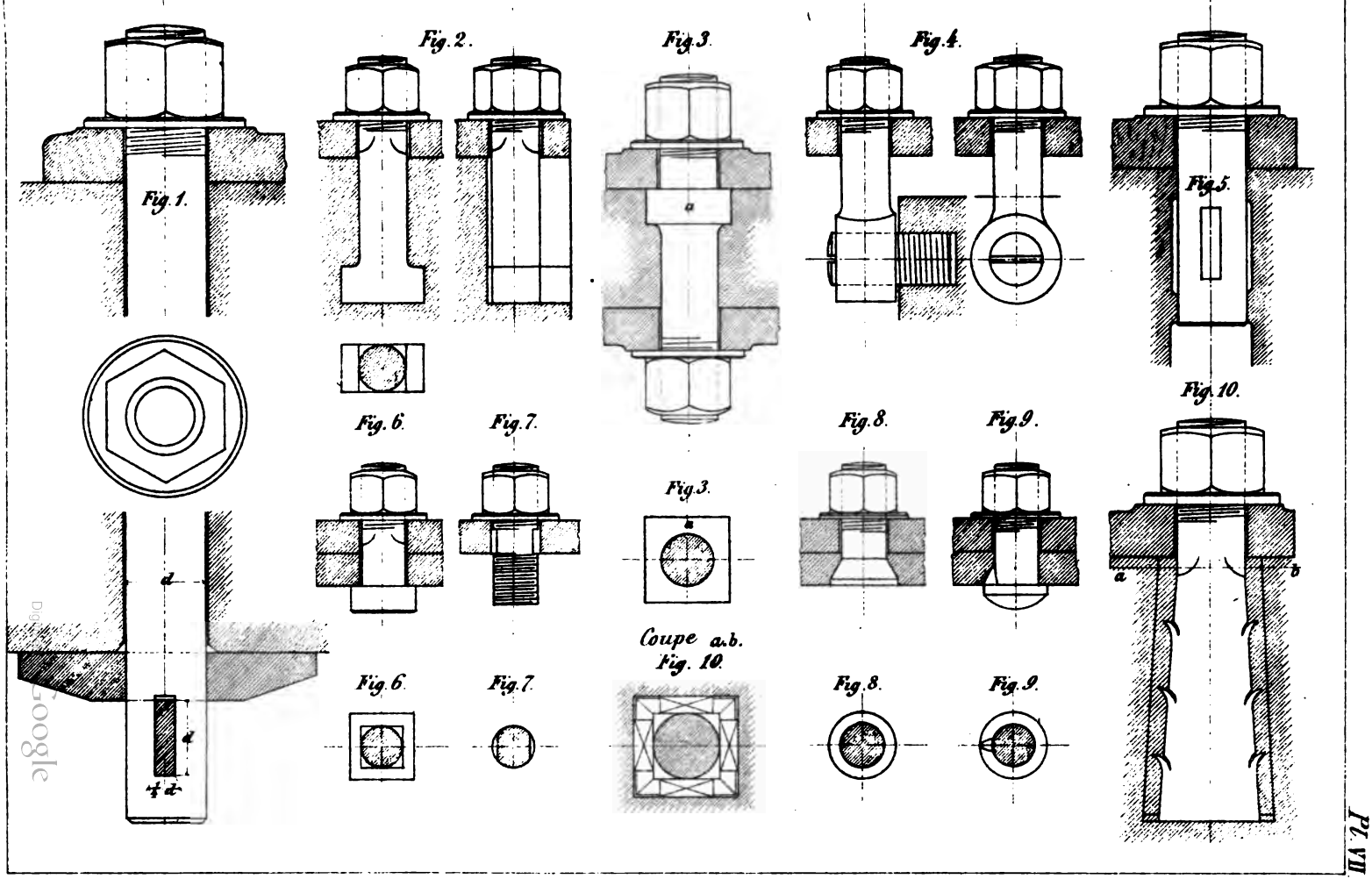
Digitized by Google



Digitized by Google

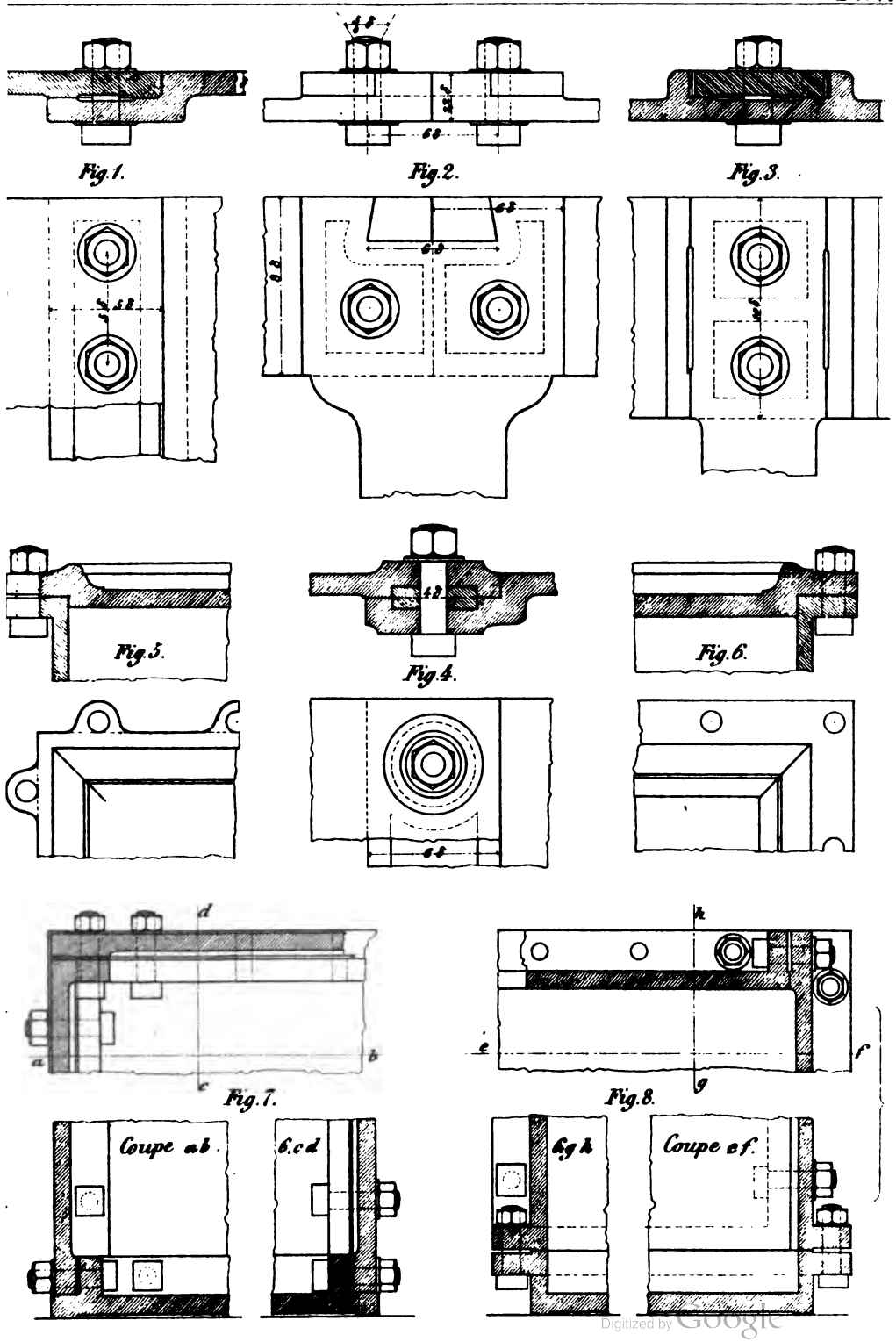
Lith. v. L. Seisendorfer, Carlsruhe

Digitized by Google



Digitized by Google

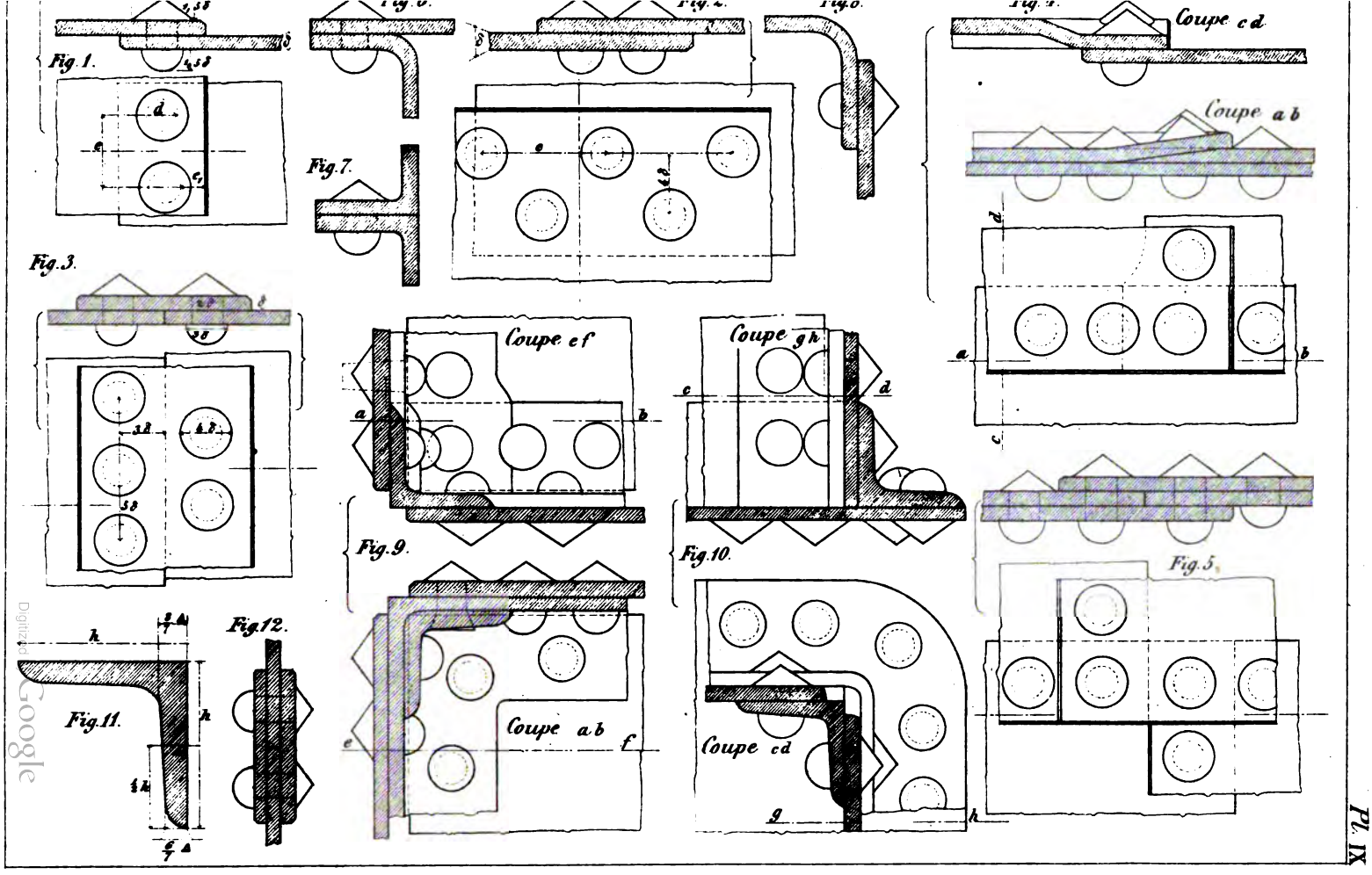
Digitized by Google



Digitized by Google

Lith v L. Geissendorfer

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

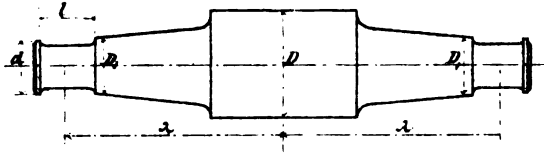


Fig. 1.

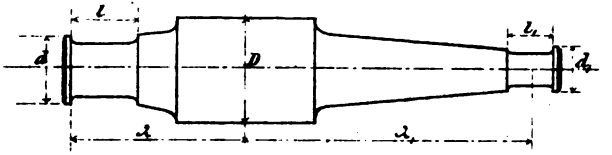


Fig. 2.

Fig. 3.

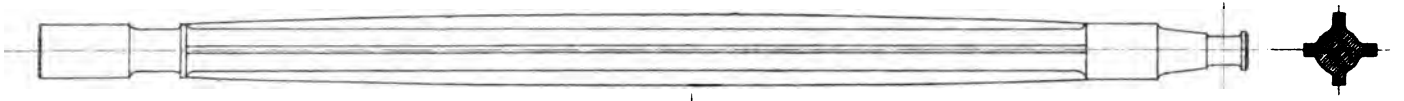


Fig. 4.

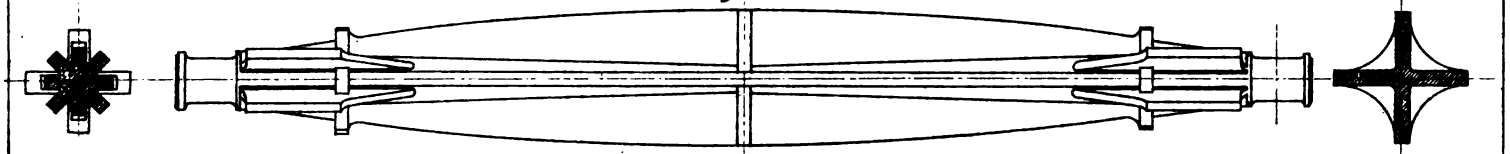


Fig. 5.

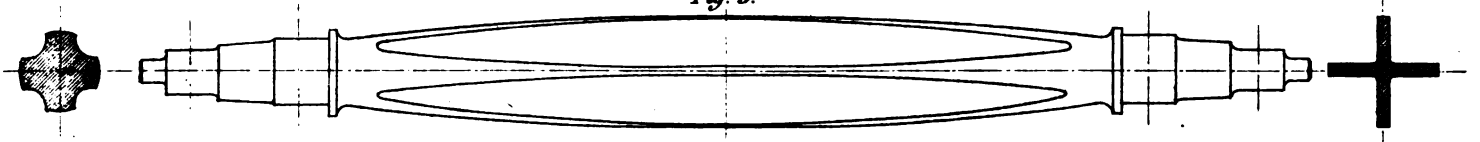


Fig. 6.

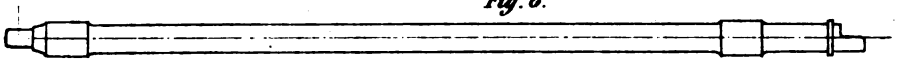


Fig. 7.

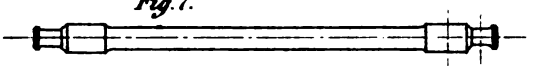


Fig. 8.

Fig. 9.

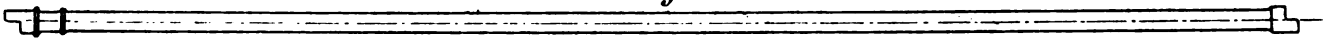
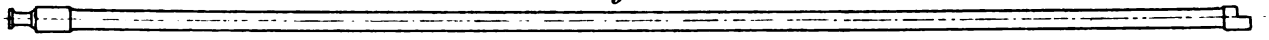


Fig. 10.



Digitized by Google

Digitized by Google

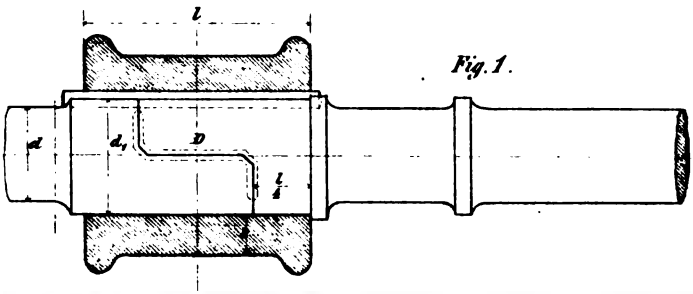


Fig. 1.

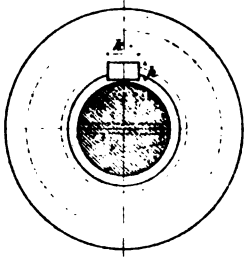


Fig. 1.

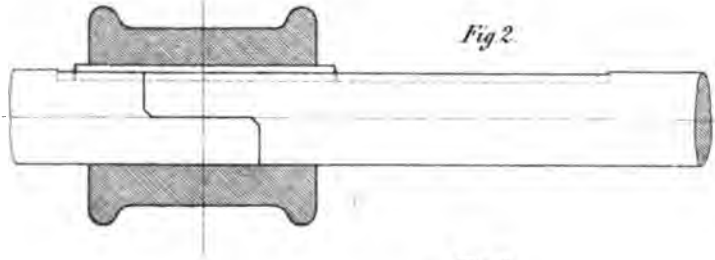


Fig 2.

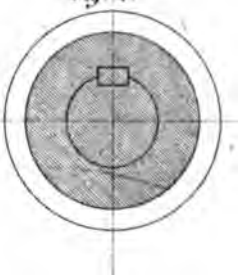
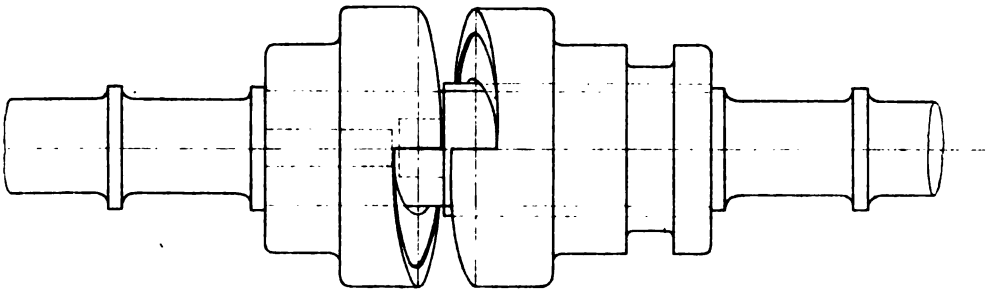


Fig. 2.

Fig. 5.



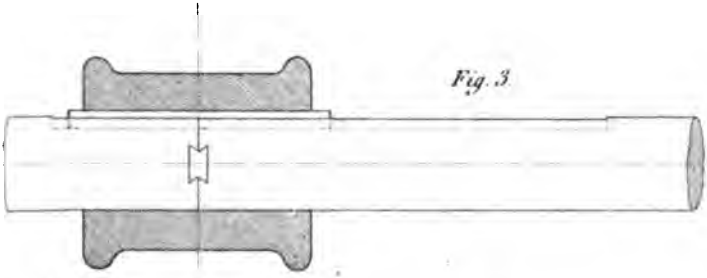


Fig. 3.

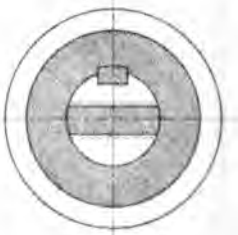


Fig. 3.

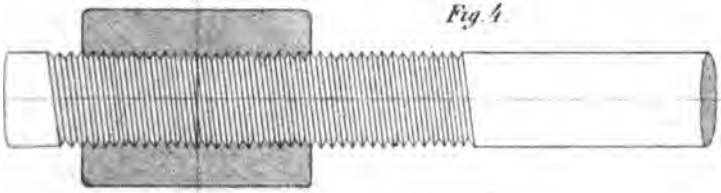


Fig. 4.

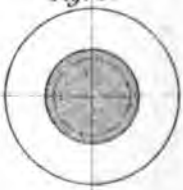
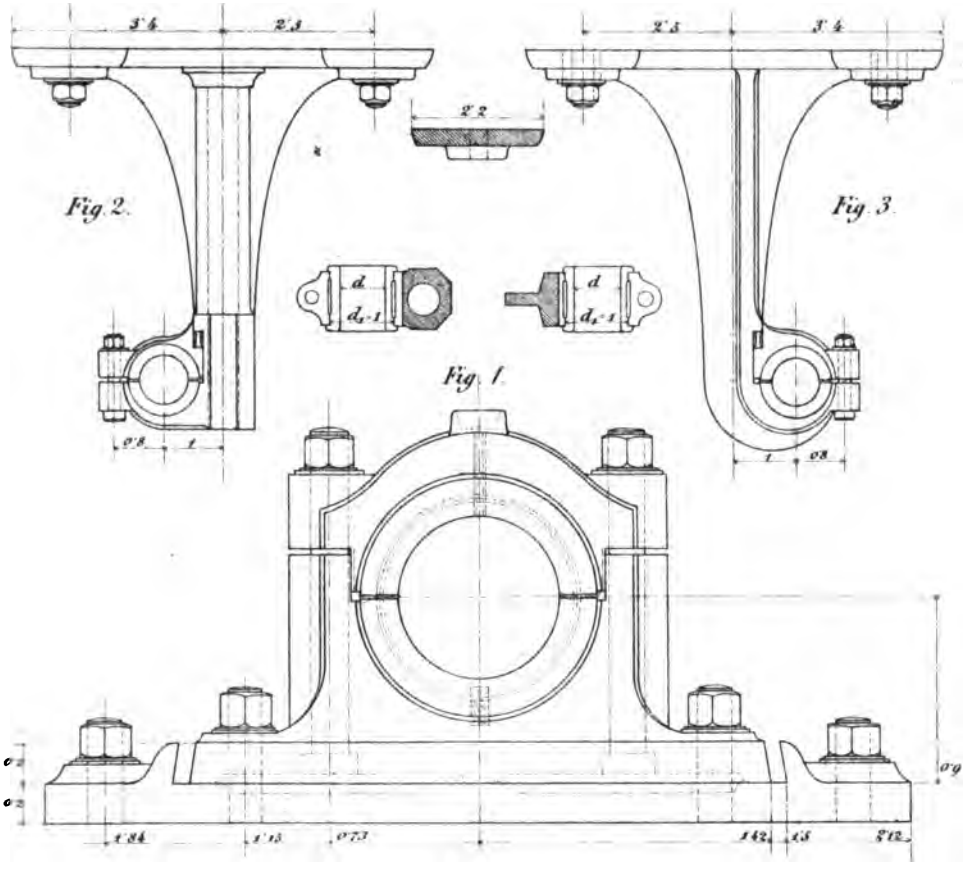


Fig. 4.

Digitized by Google

Digitized by Google



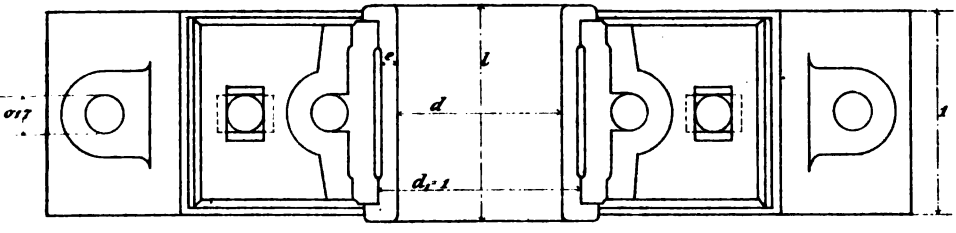
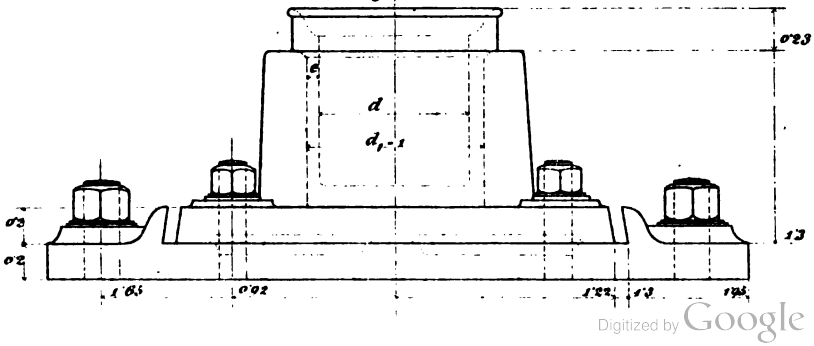
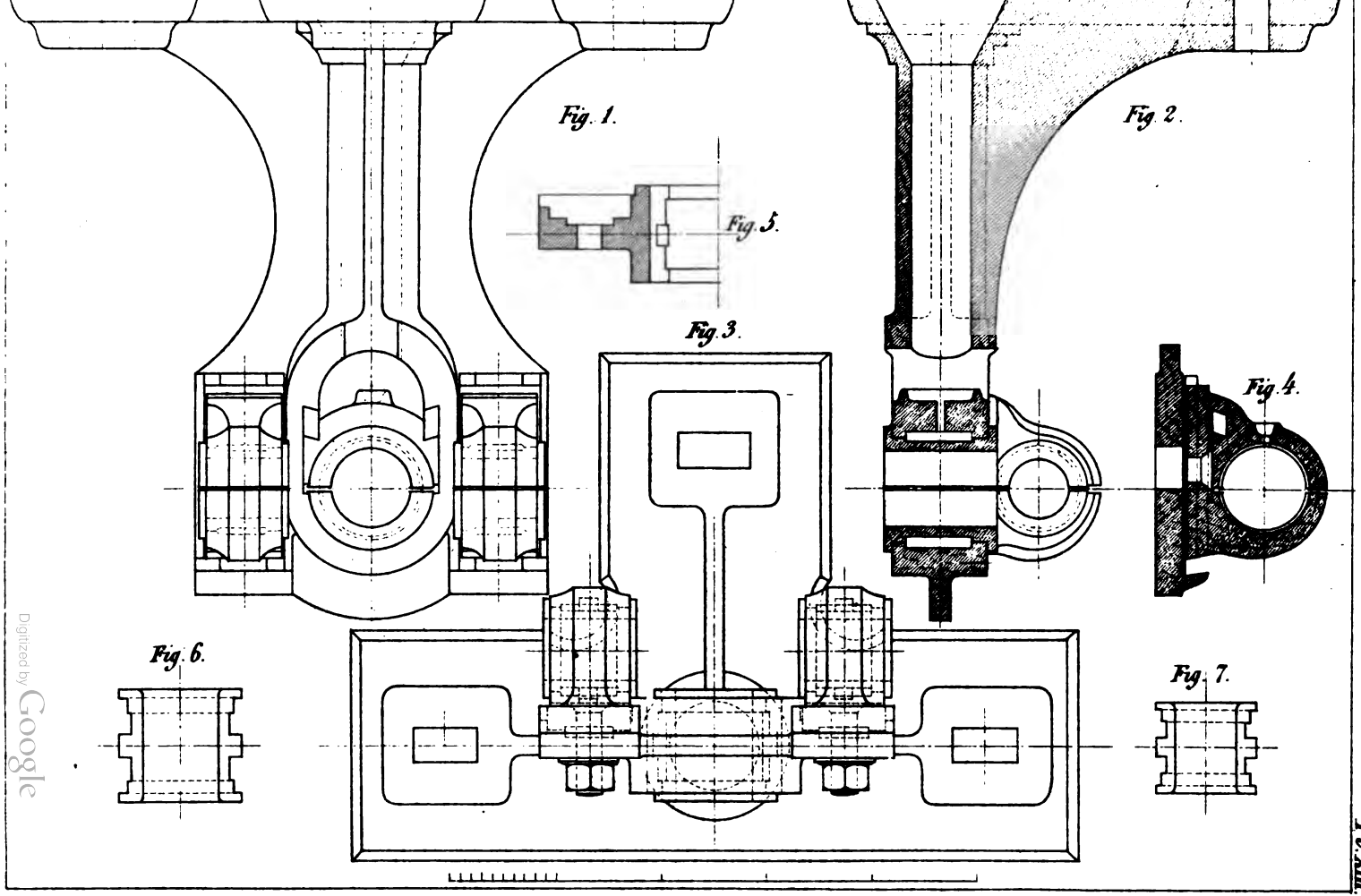


Fig. 4.



Digitized by Google

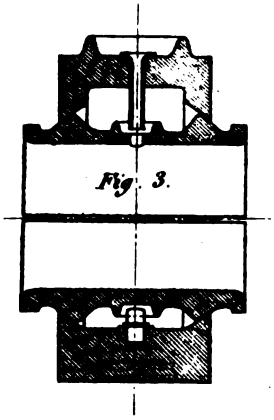
Digitized by Google

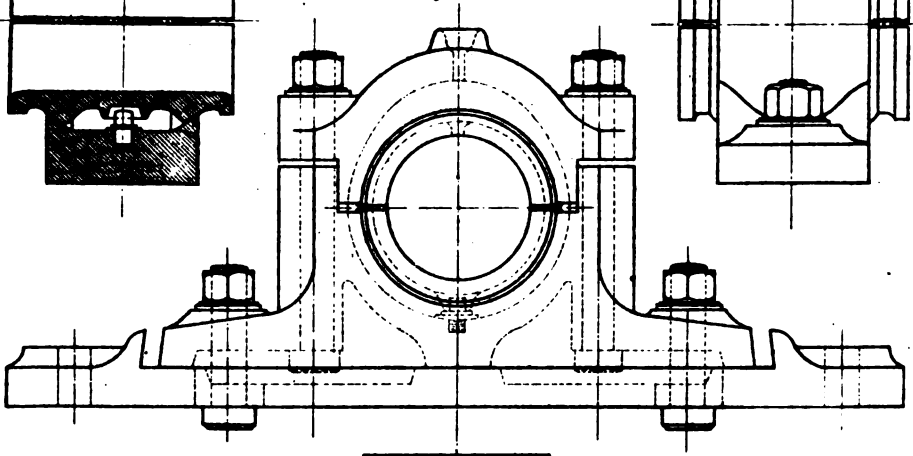


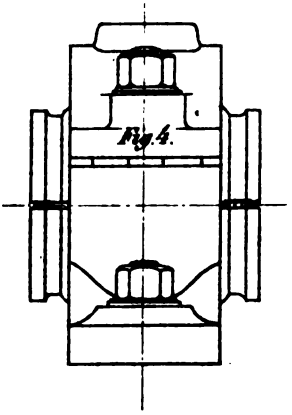
Pl. XIII.

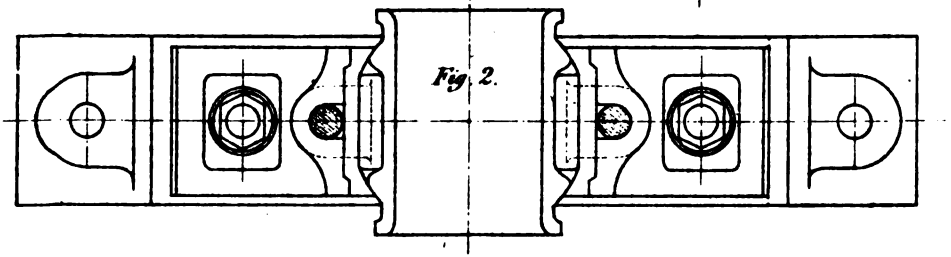
Digitized by Google

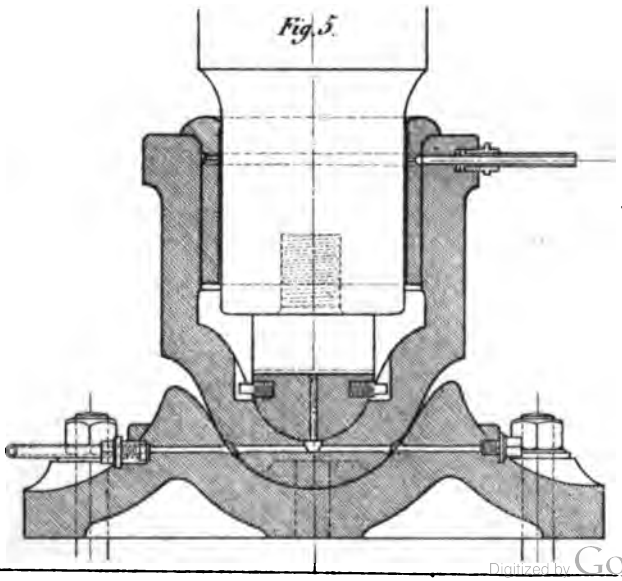
Digitized by Google





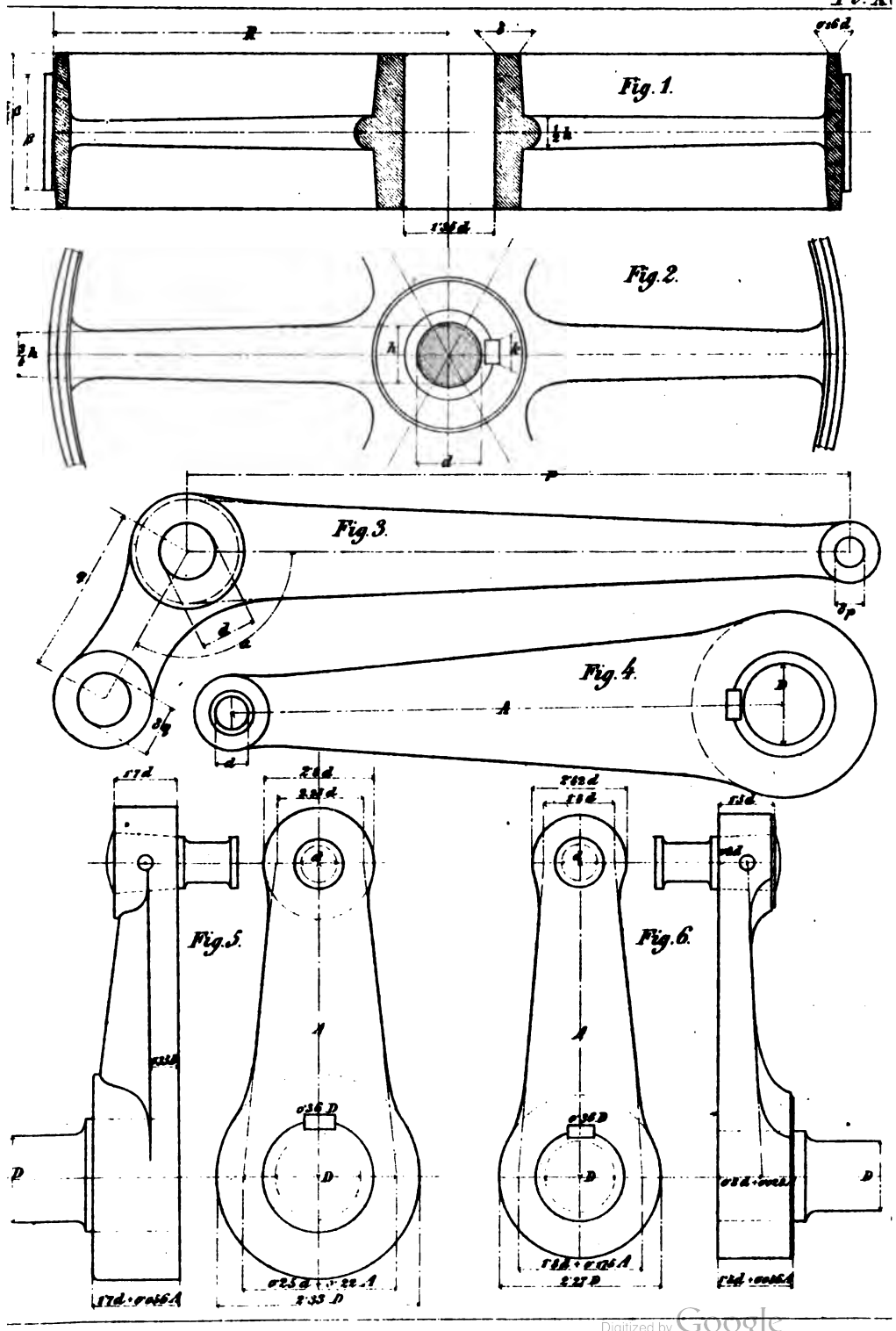






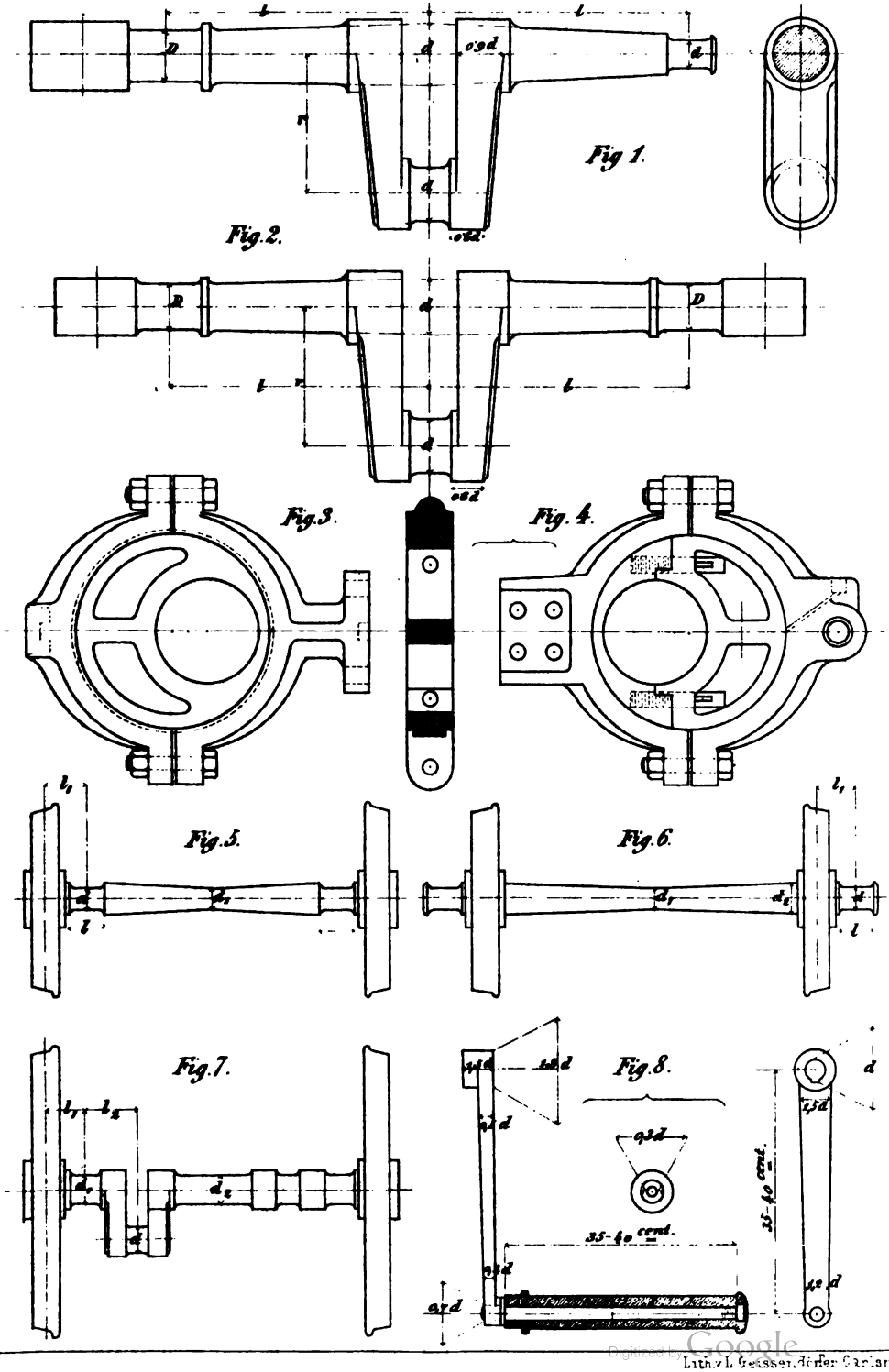
Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

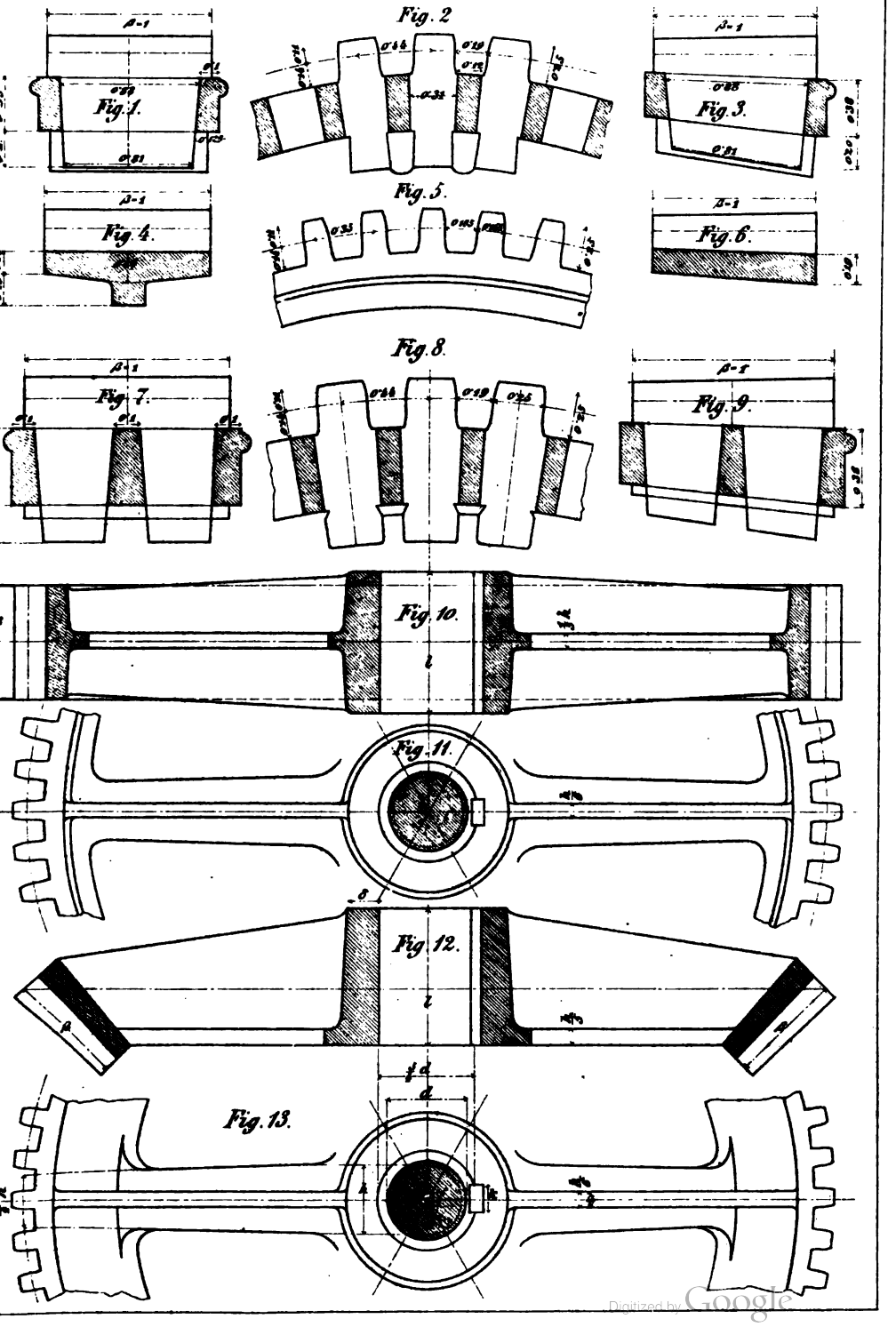
Digitized by Google



Digitized by Google

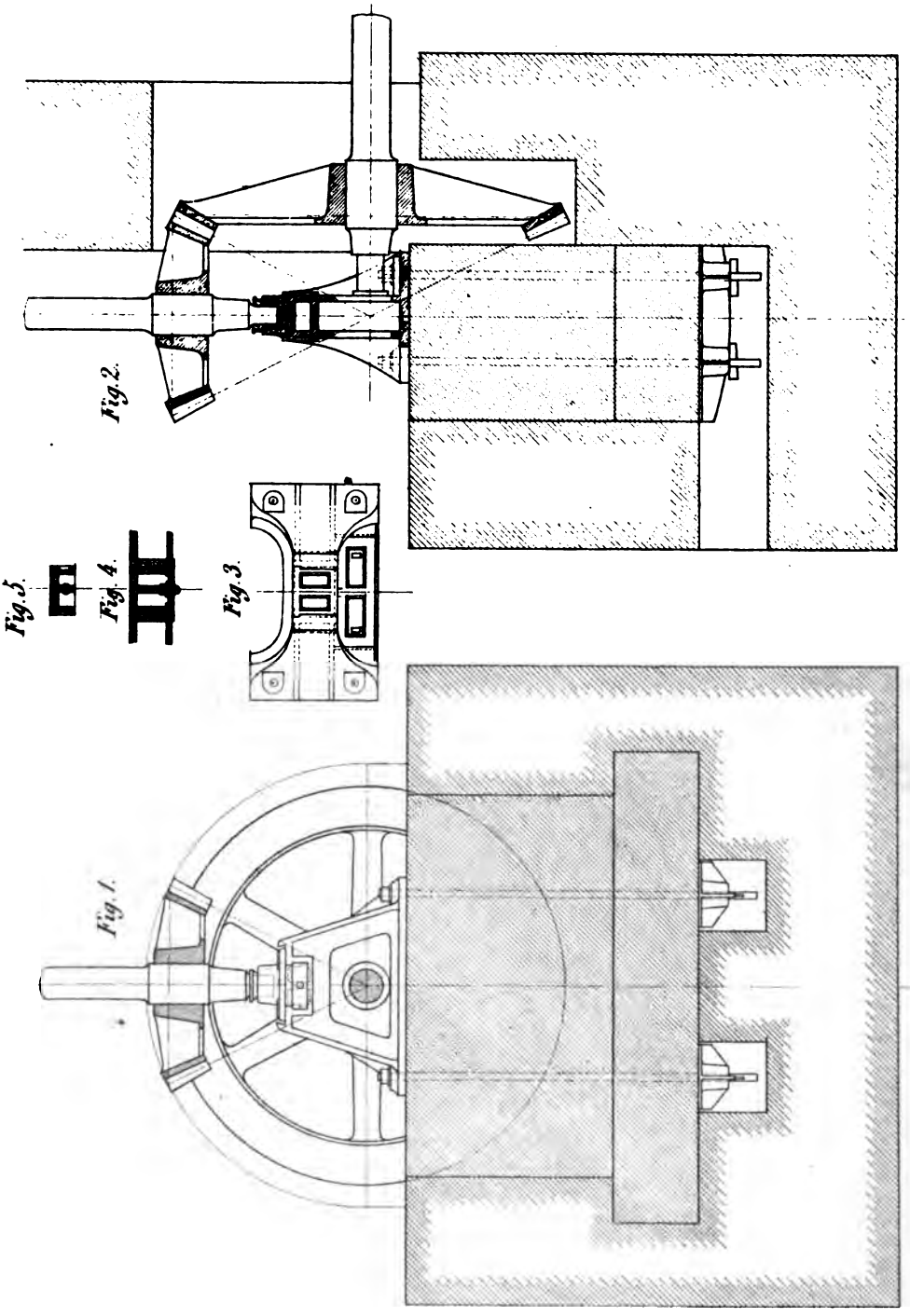
Lith. v. L. Geissendörfer Carlsruhe

Digitized by Google



Digitized by Google

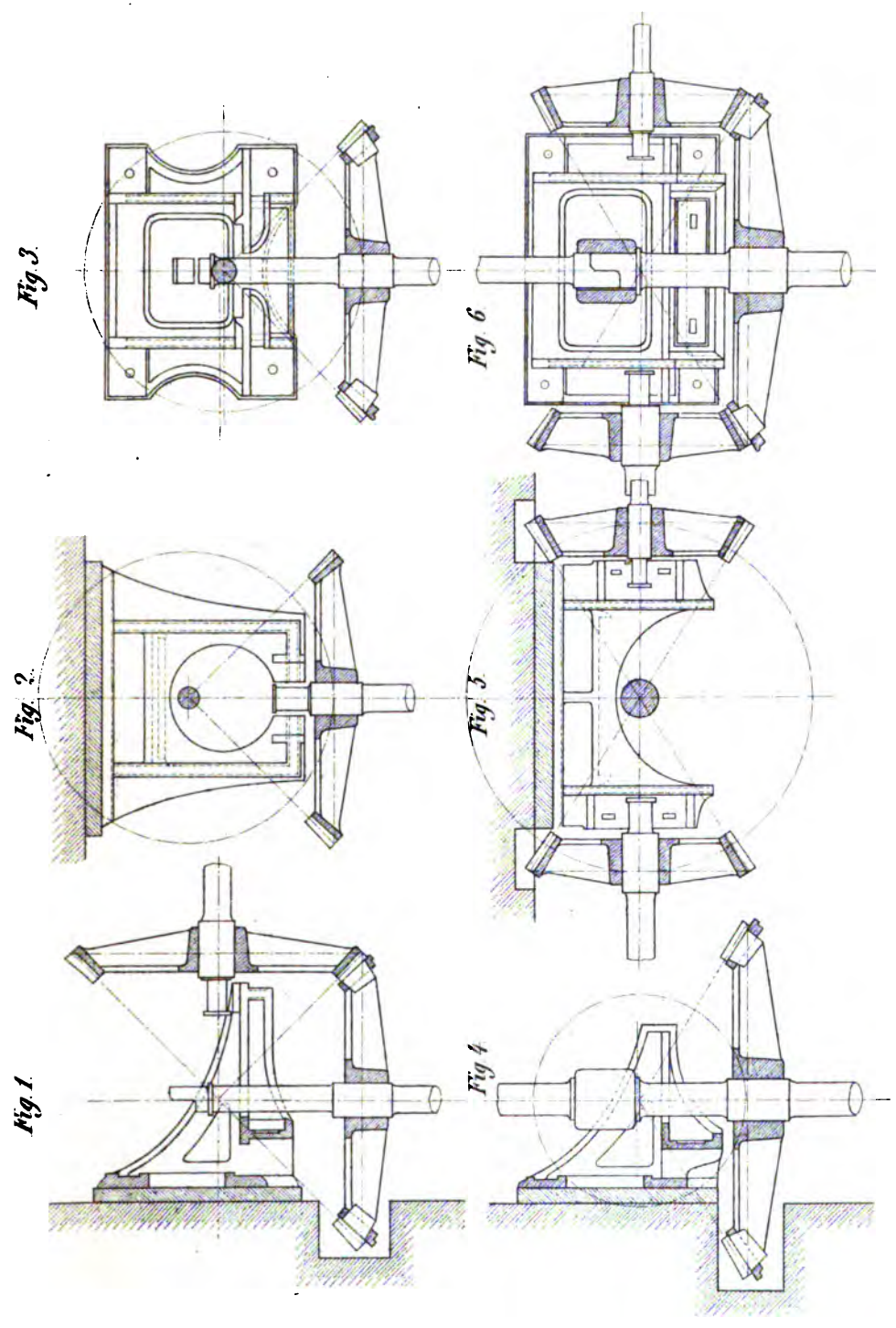
Digitized by Google



Digitized by Google

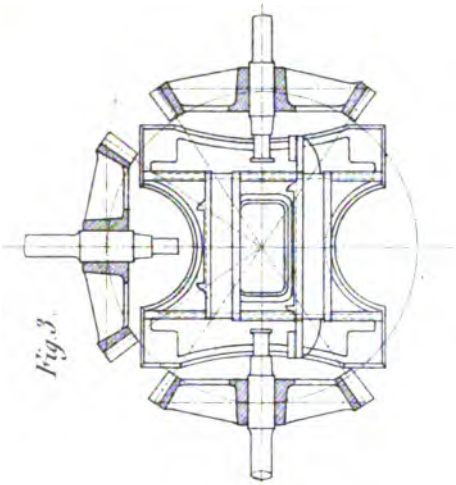
Lith. v. Geisendörfer Carlsru

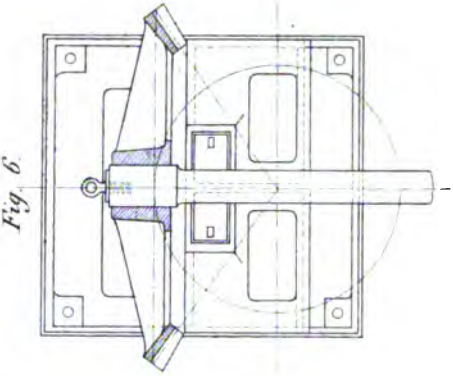
Digitized by Google

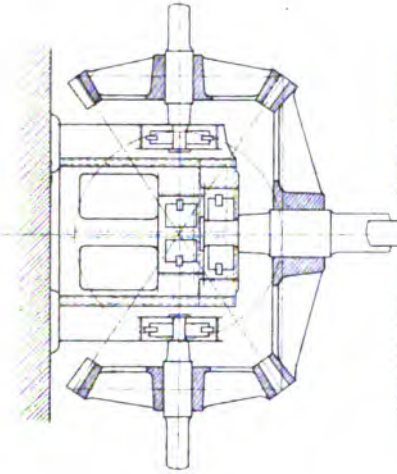


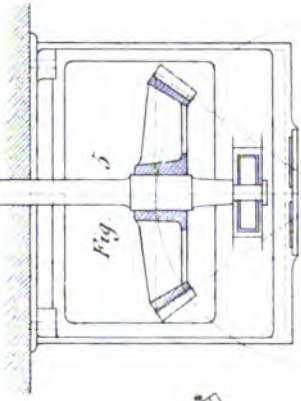
Digitized by Google

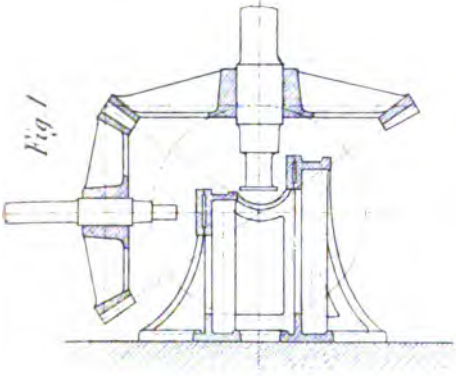
Digitized by Google

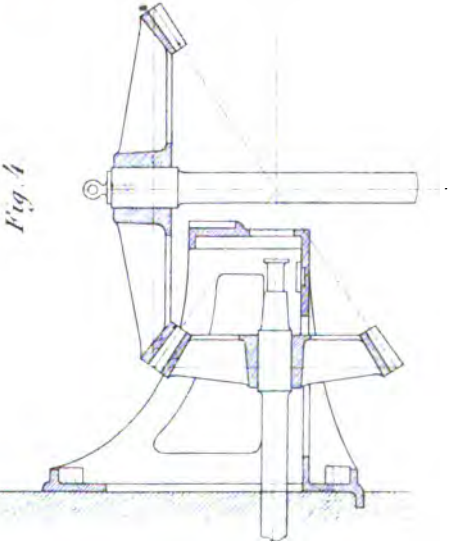






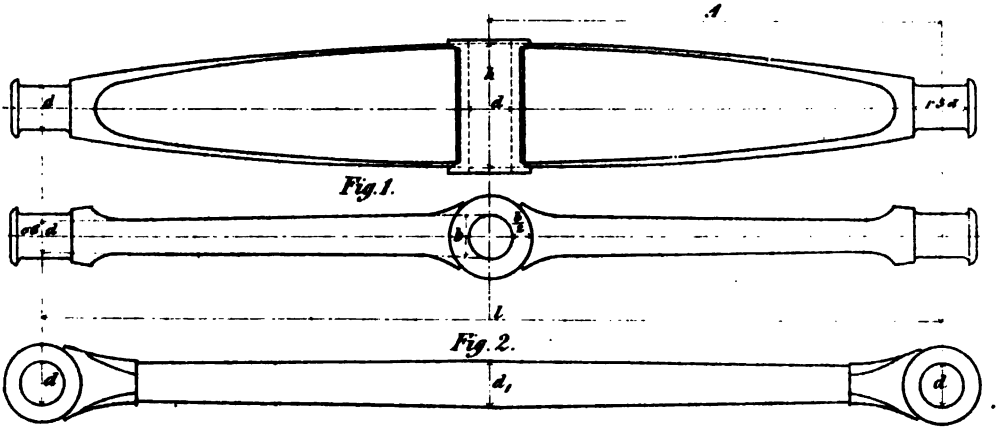






Digitized by Google

Digitized by Google



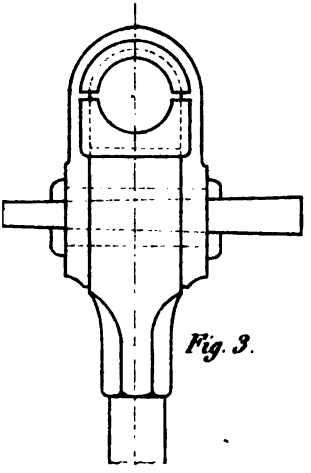


Fig. 3.

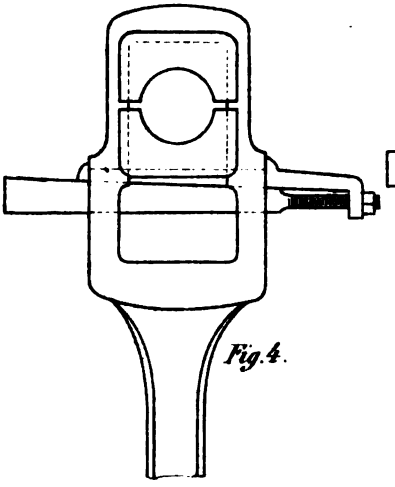


Fig. 4.

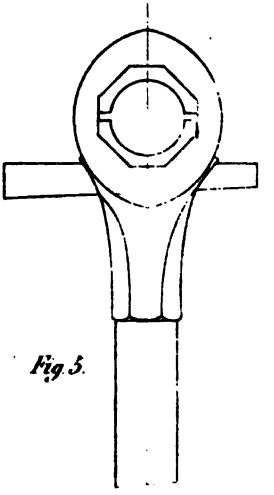


Fig. 5.

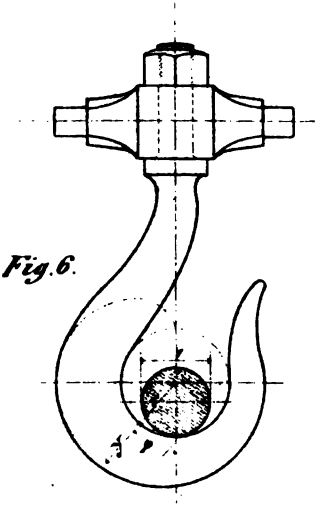


Fig. 6.

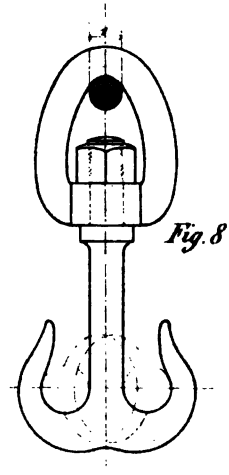


Fig. 8.

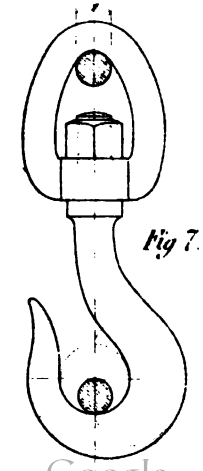
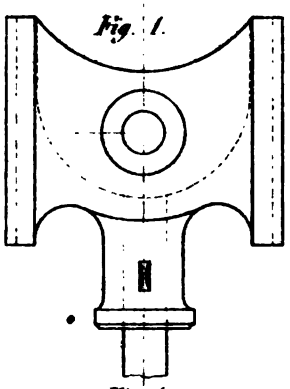
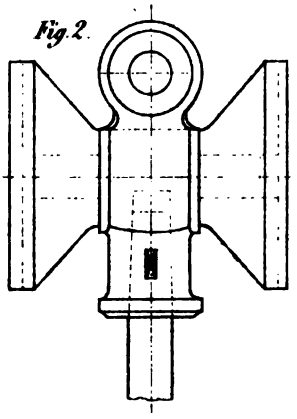


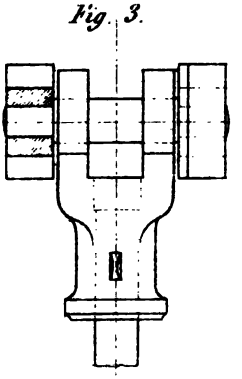
Fig 7.

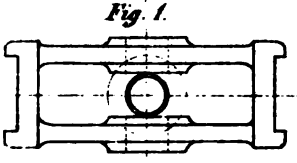
Digitized by Google

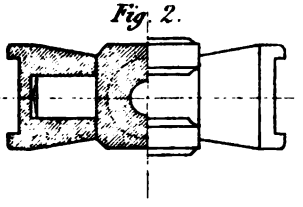
Digitized by Google

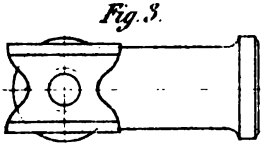


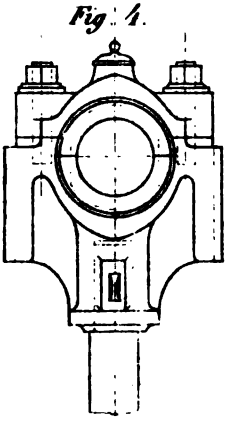


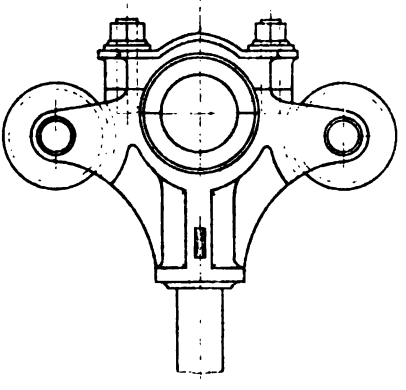


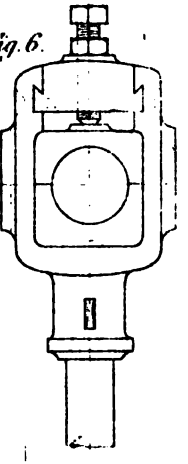


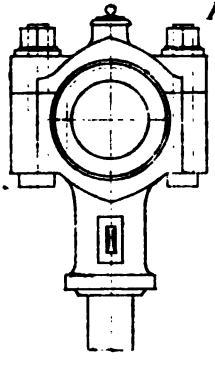


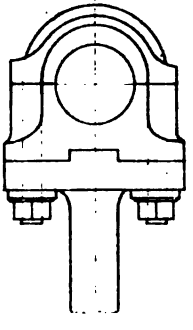


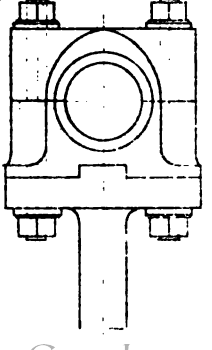






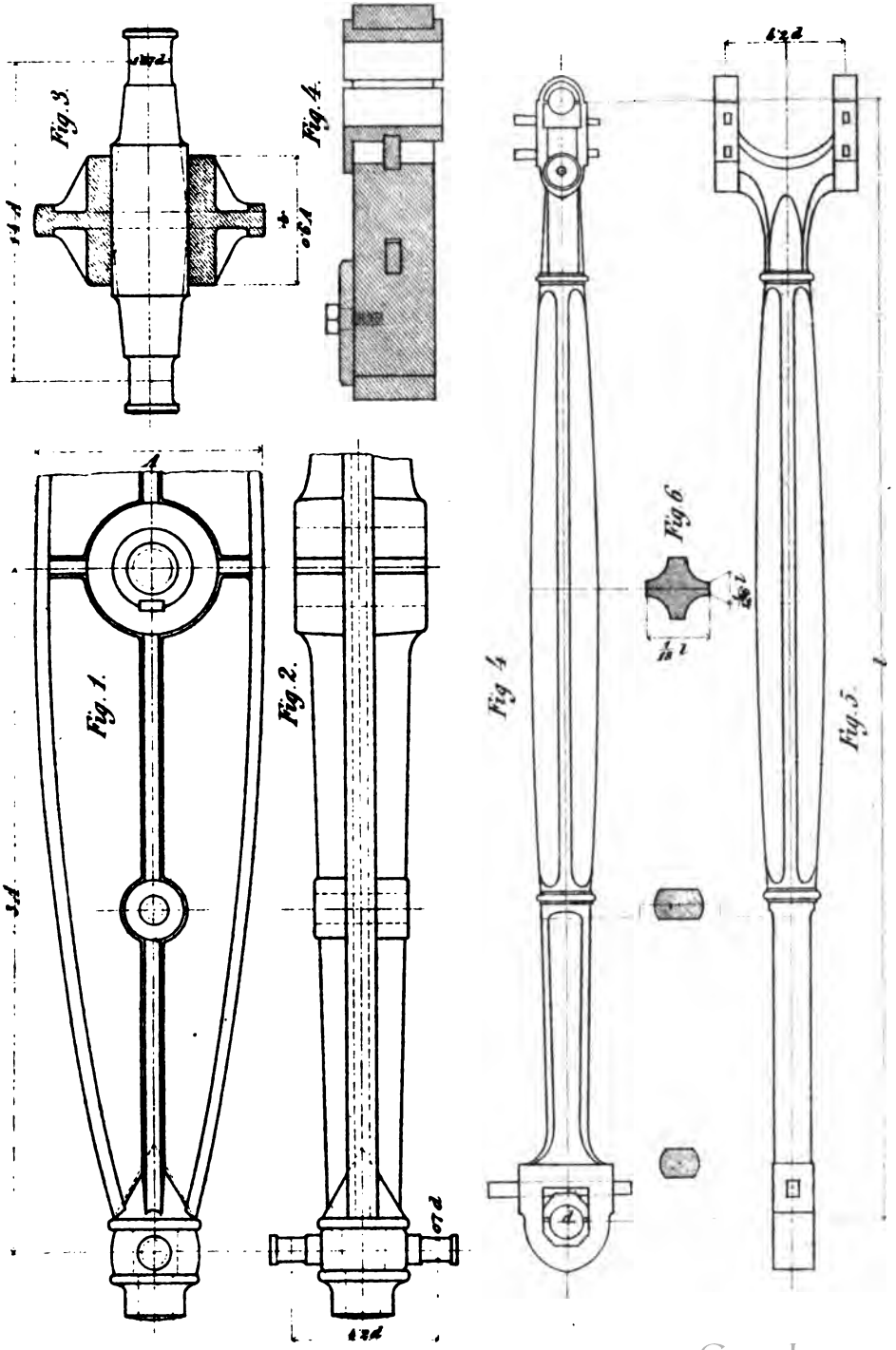






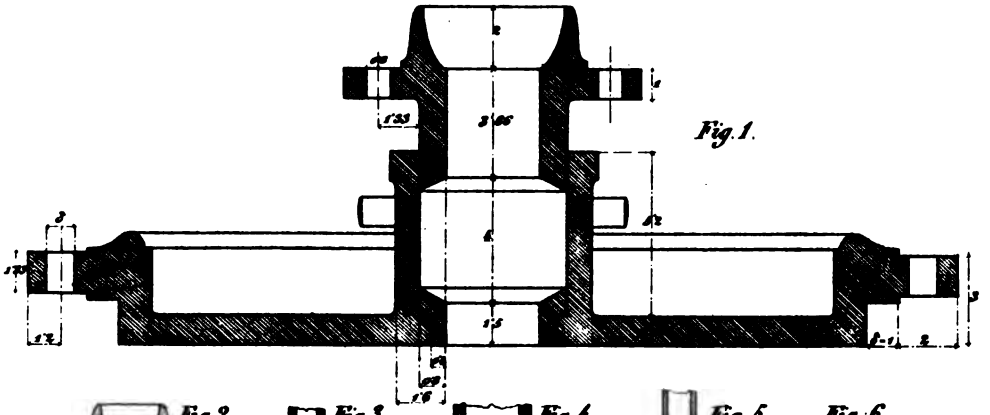
Digitized by Google

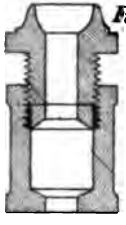
Digitized by Google

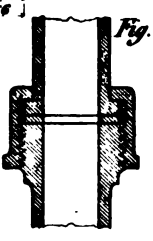


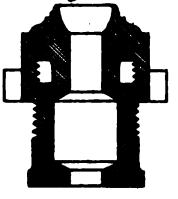
Digitized by Google

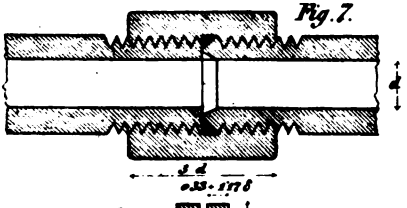
Digitized by Google

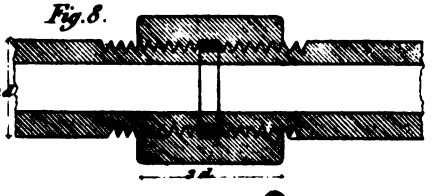


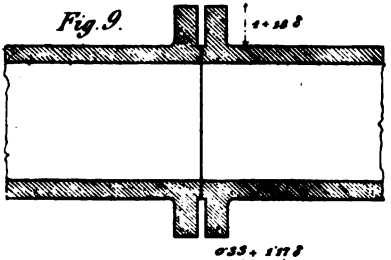


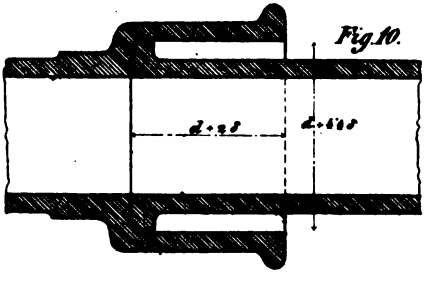


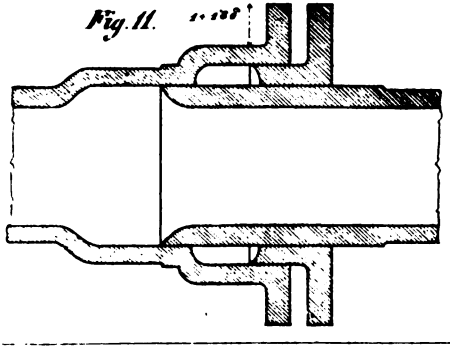


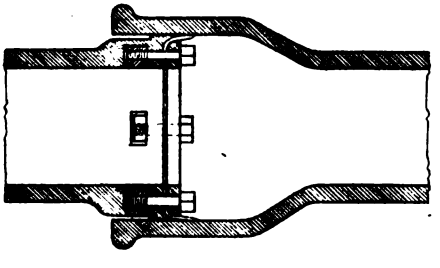












Digitized by Google

Digitized by Google

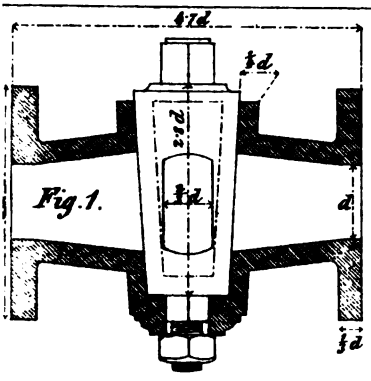


Fig. 1.

Fig. 7.

Fig. 8.

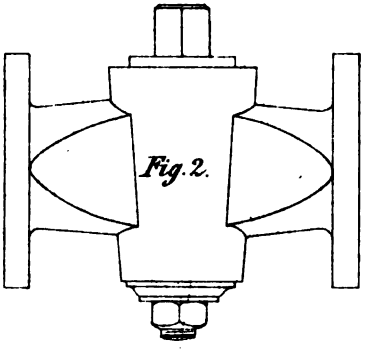


Fig. 2.

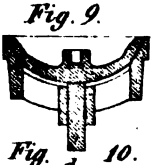


Fig. 9.

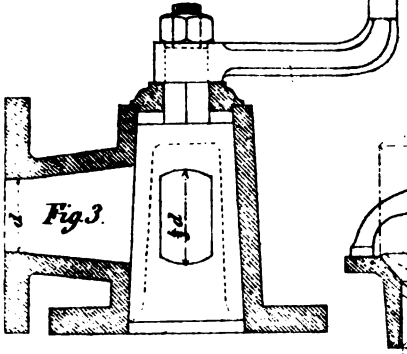


Fig. 3.

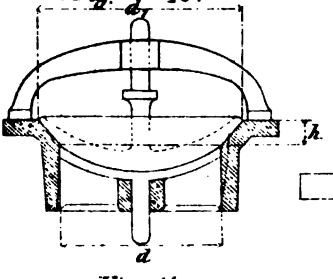


Fig. 10.

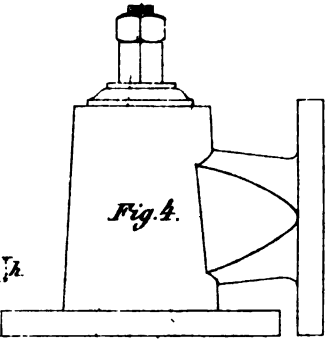


Fig. 4.

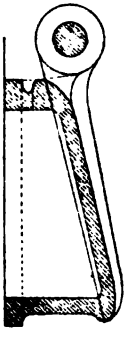


Fig. 5.

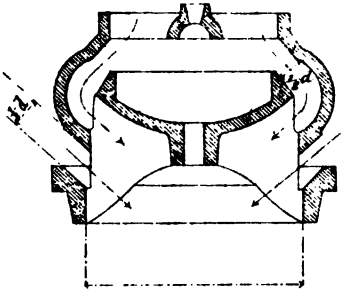


Fig. 11.

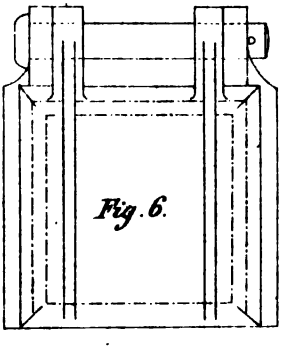
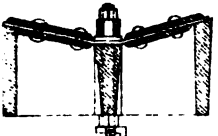


Fig. 6.



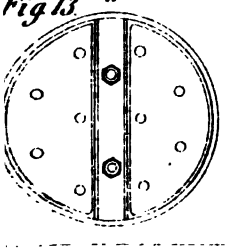


Fig. 13.

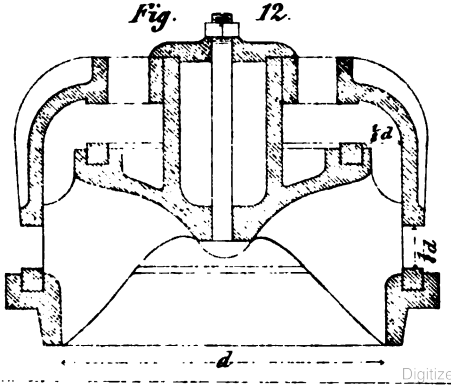


Fig. 12.

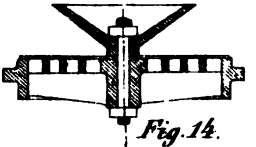
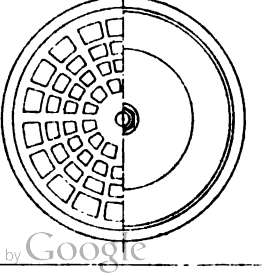


Fig. 14.



Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 1.

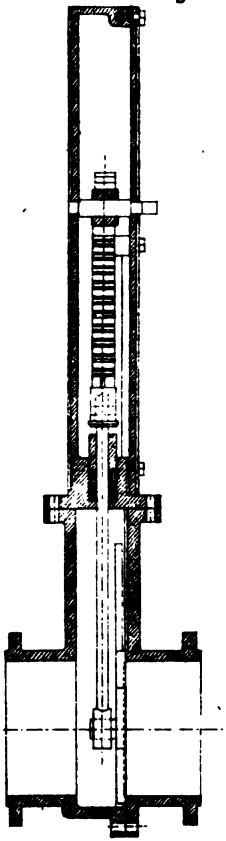


Fig. 2.

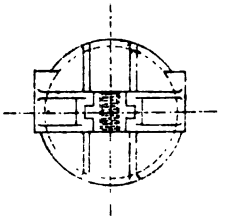


Fig. 2.

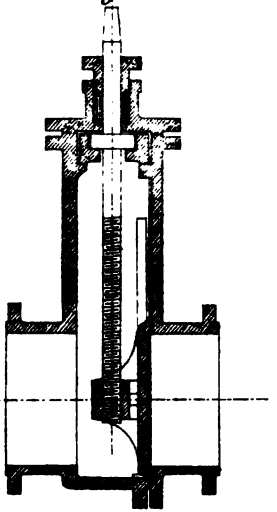


Fig. 3.

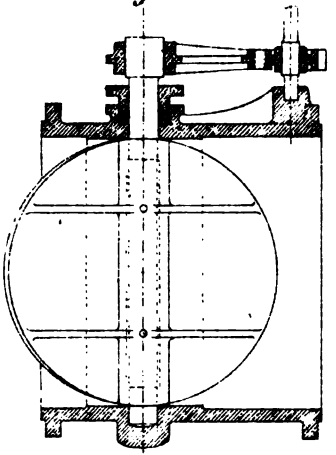


Fig. 3.

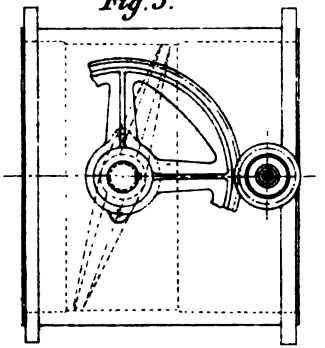


Fig. 2.

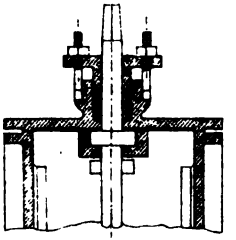


Fig. 2.

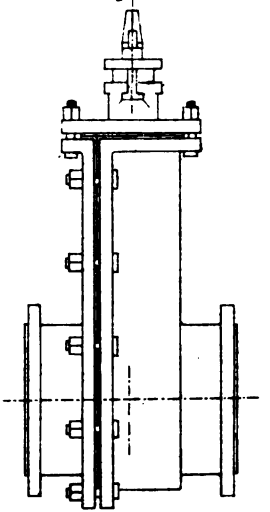
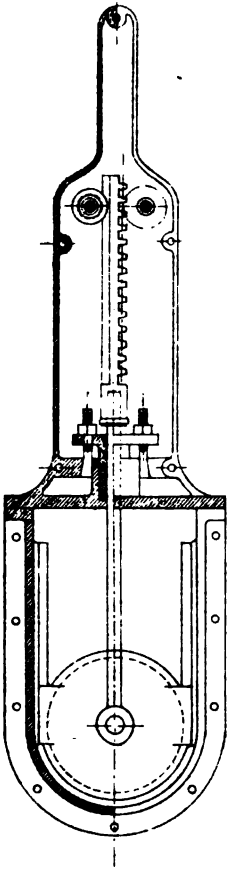
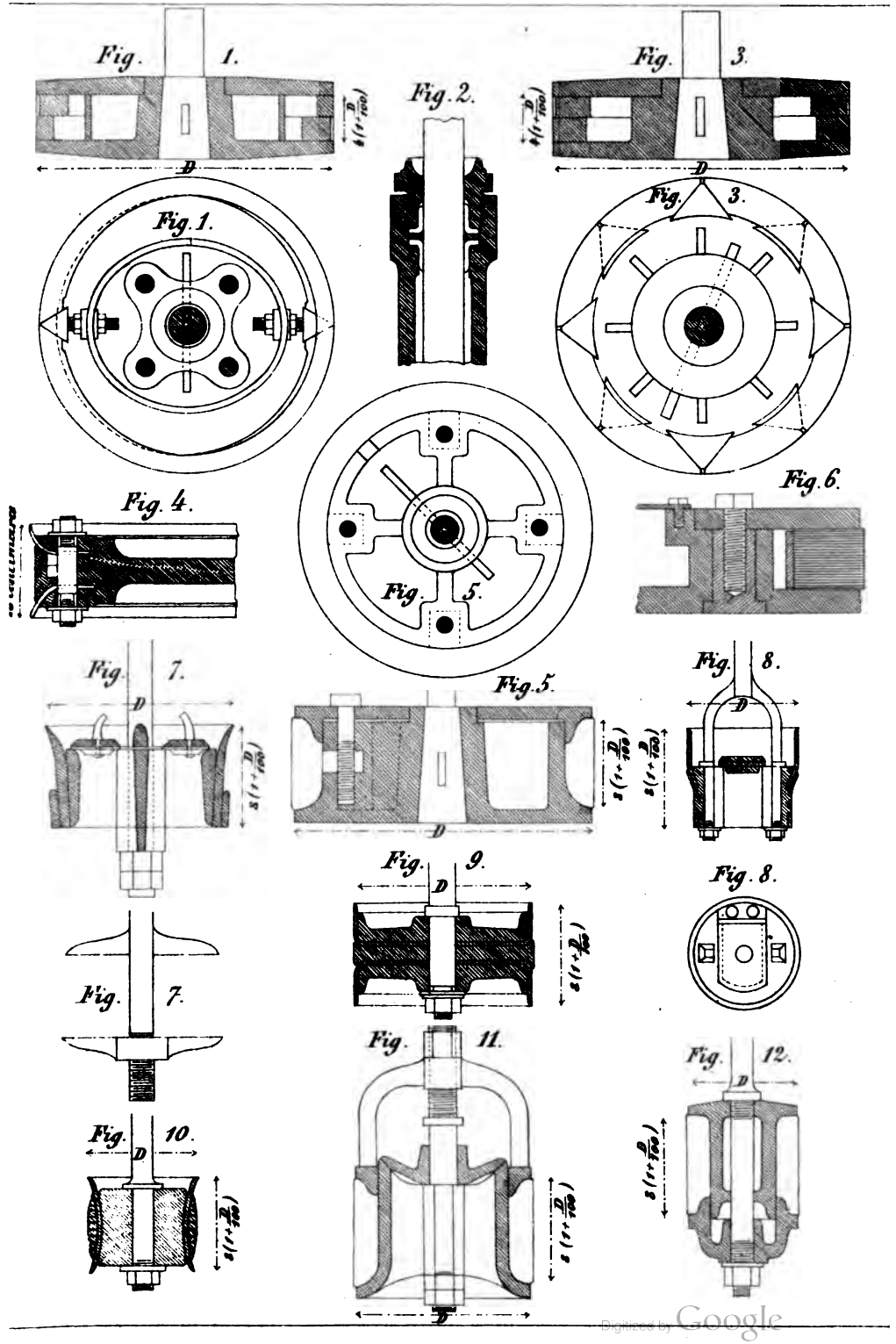


Fig. 1.



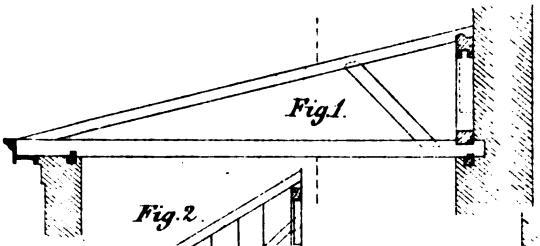
Digitized by Google

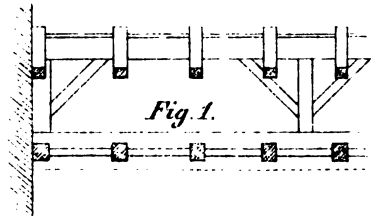
Digitized by Google

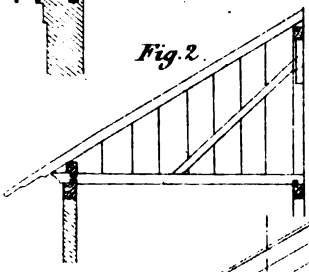


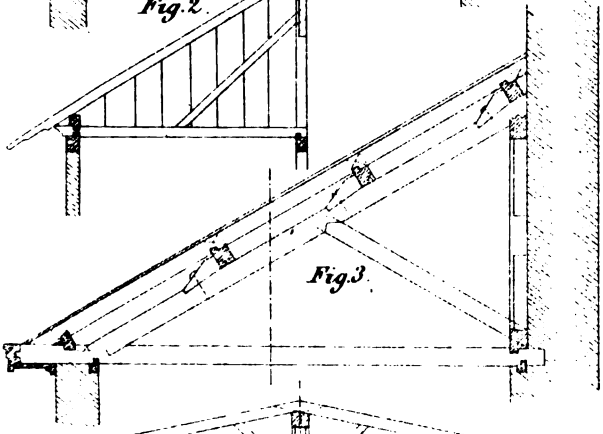
Digitized by Google

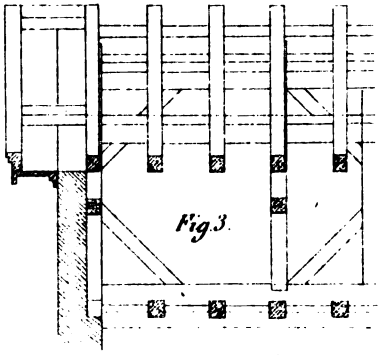
Digitized by Google

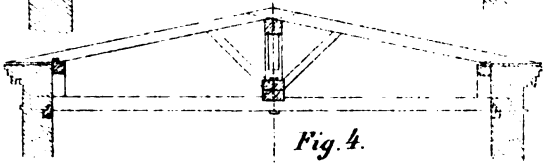


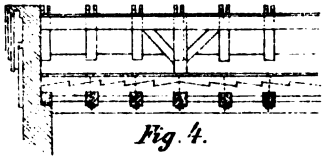


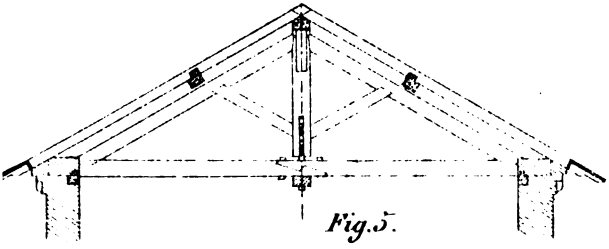


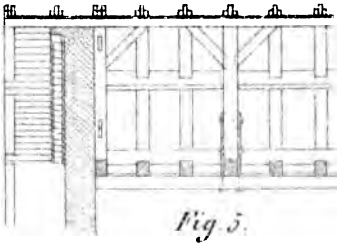


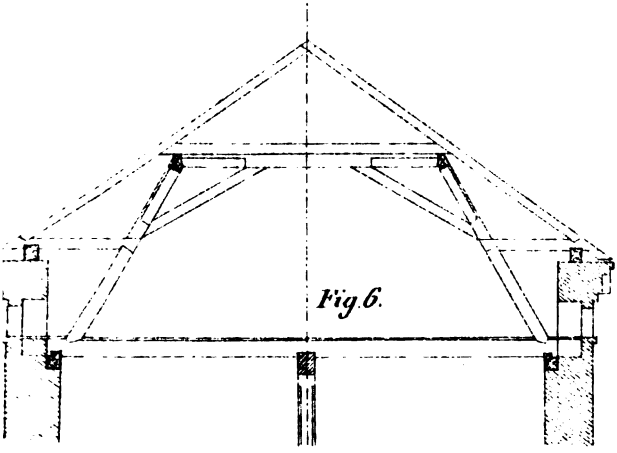


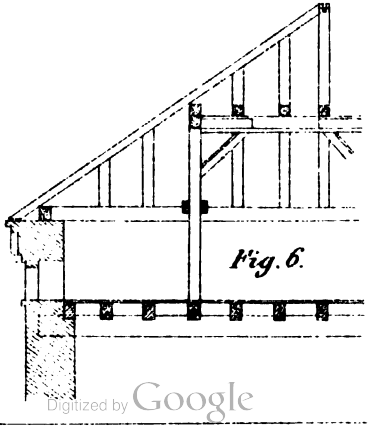












Digitized by Google

Digitized by Google

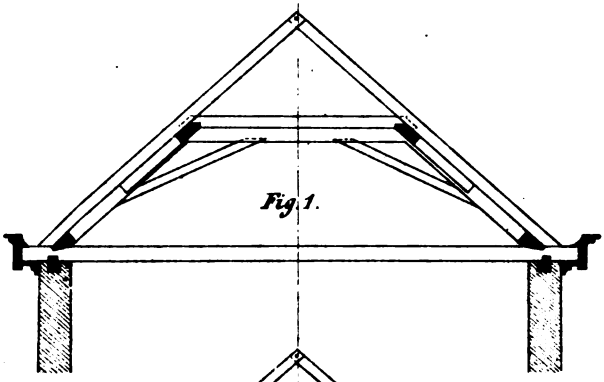


Fig. 1.

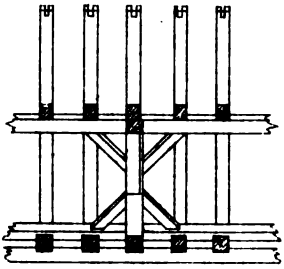


Fig. 1.

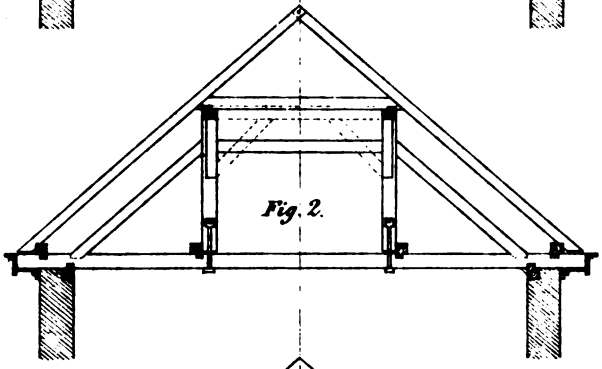


Fig. 2.

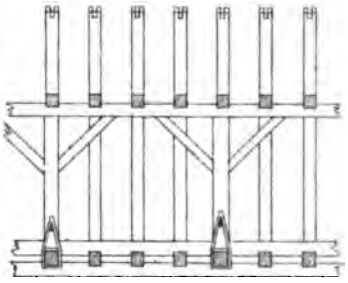


Fig. 2.

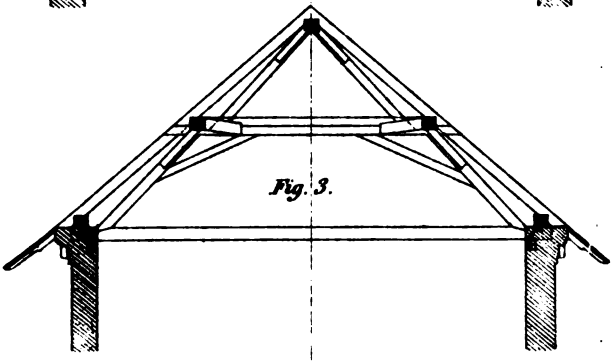


Fig. 3.

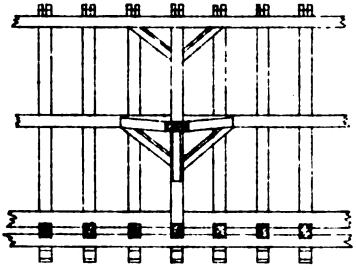


Fig. 3.

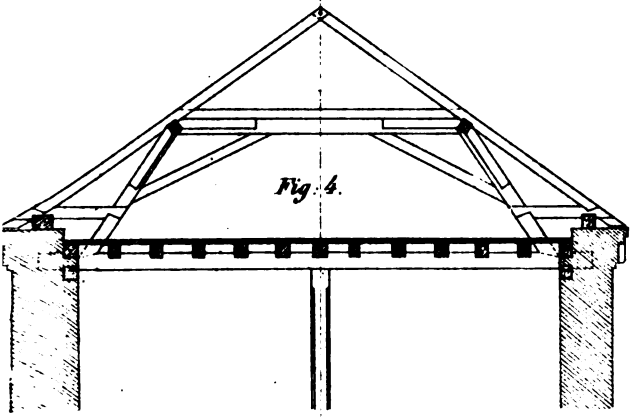


Fig. 4.

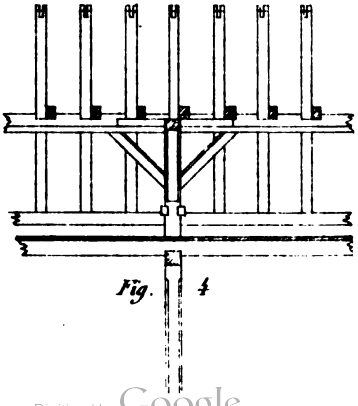
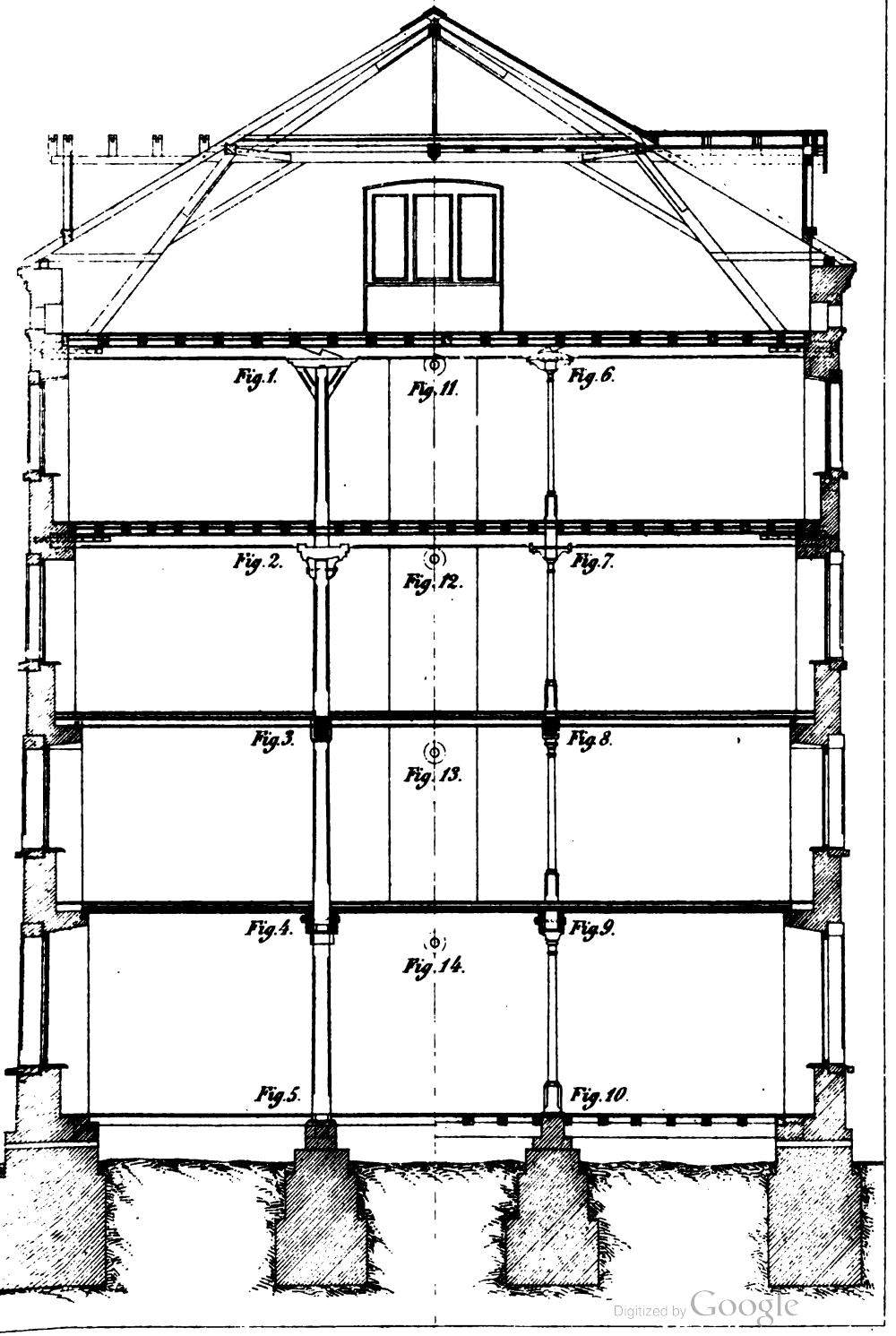


Fig. 4

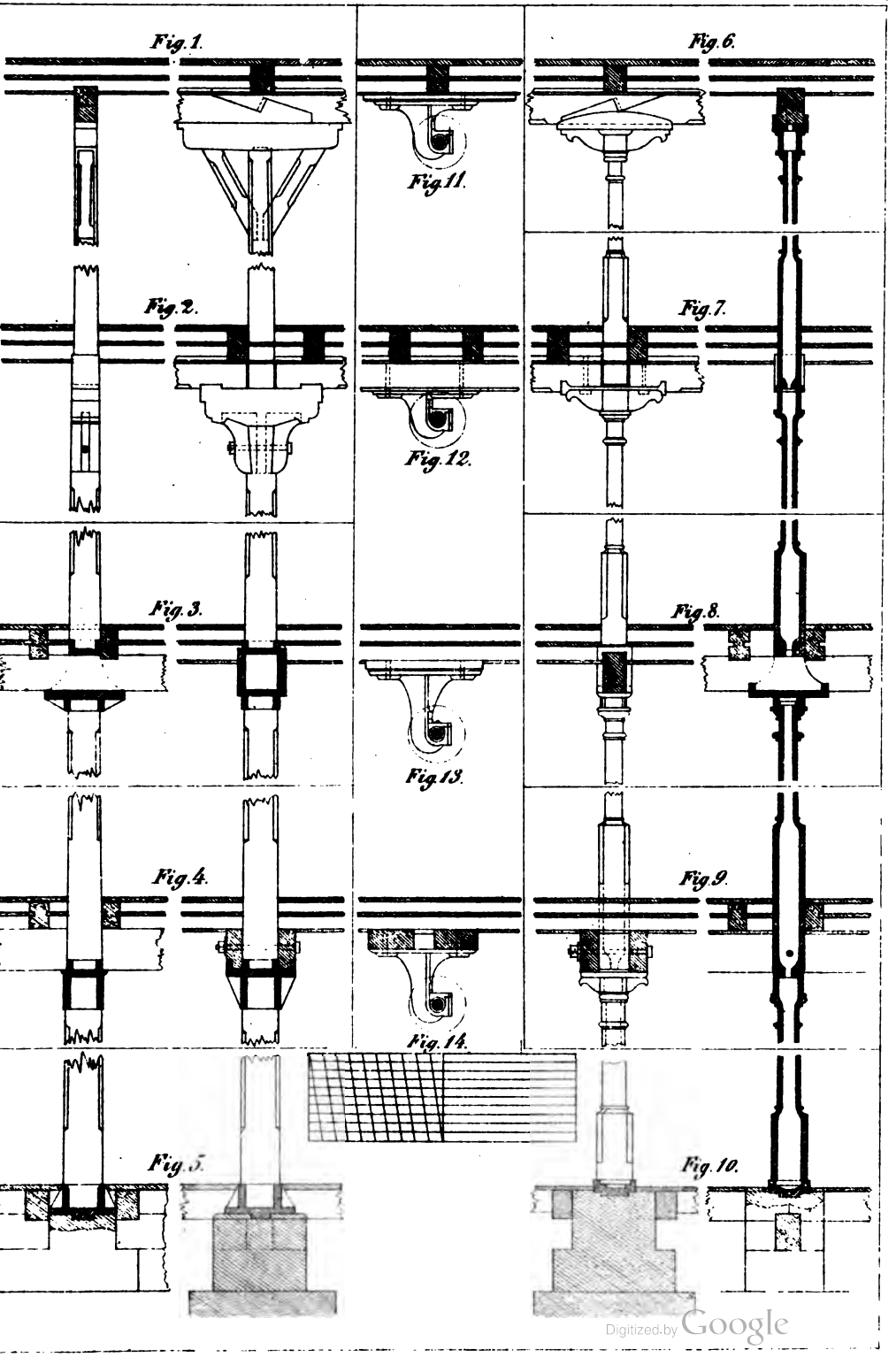
Digitized by Google

Digitized by Google



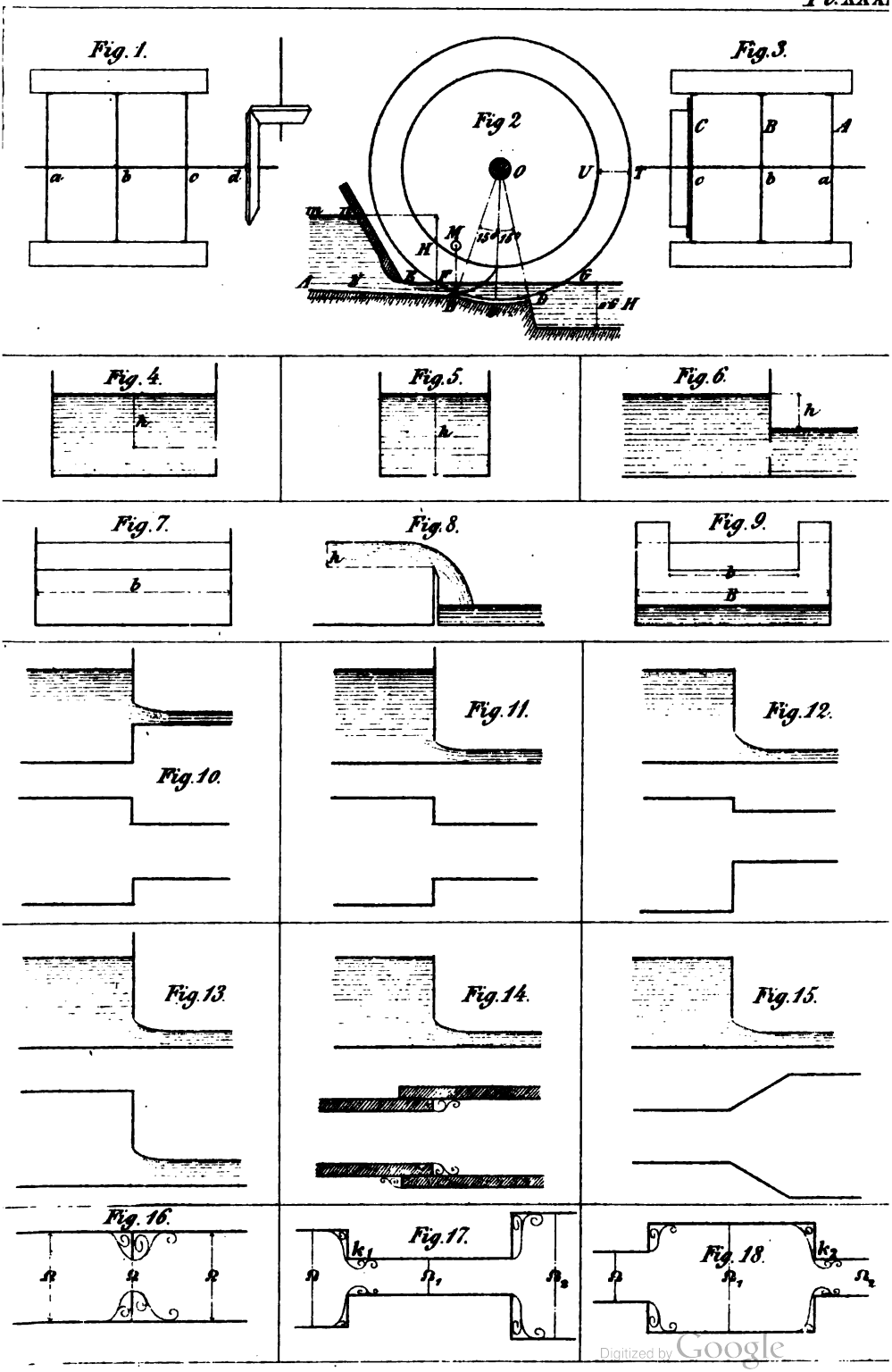
Digitized by Google

Digitized by Google



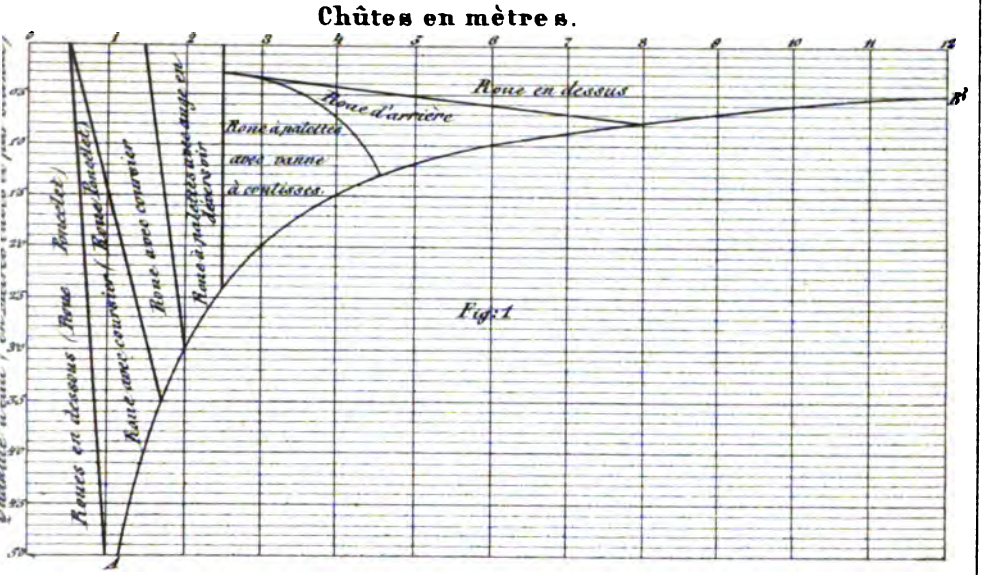
Digitized by Google

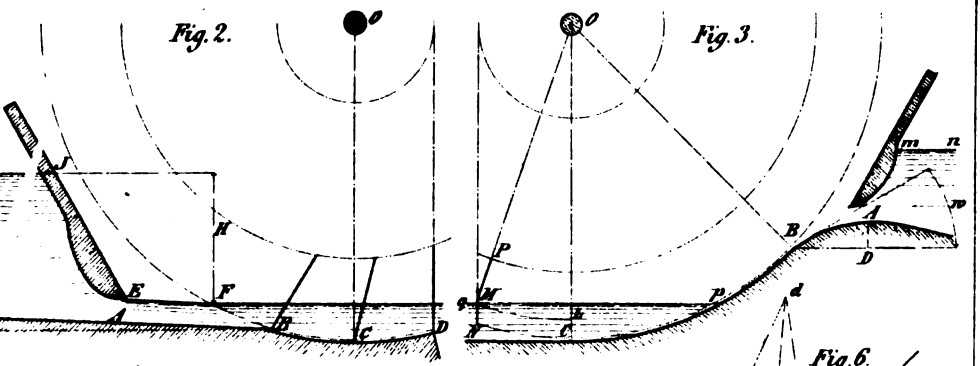
Digitized by Google

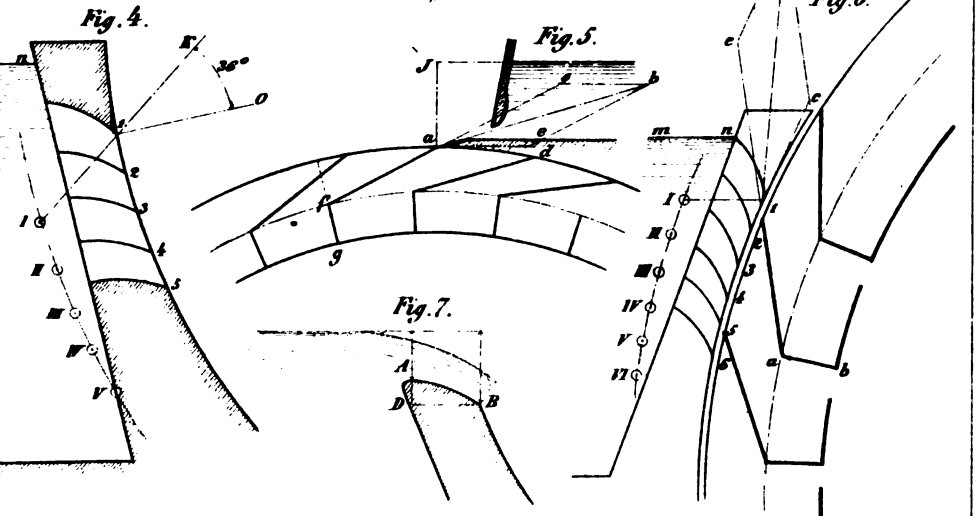


Digitized by Google

Digitized by Google

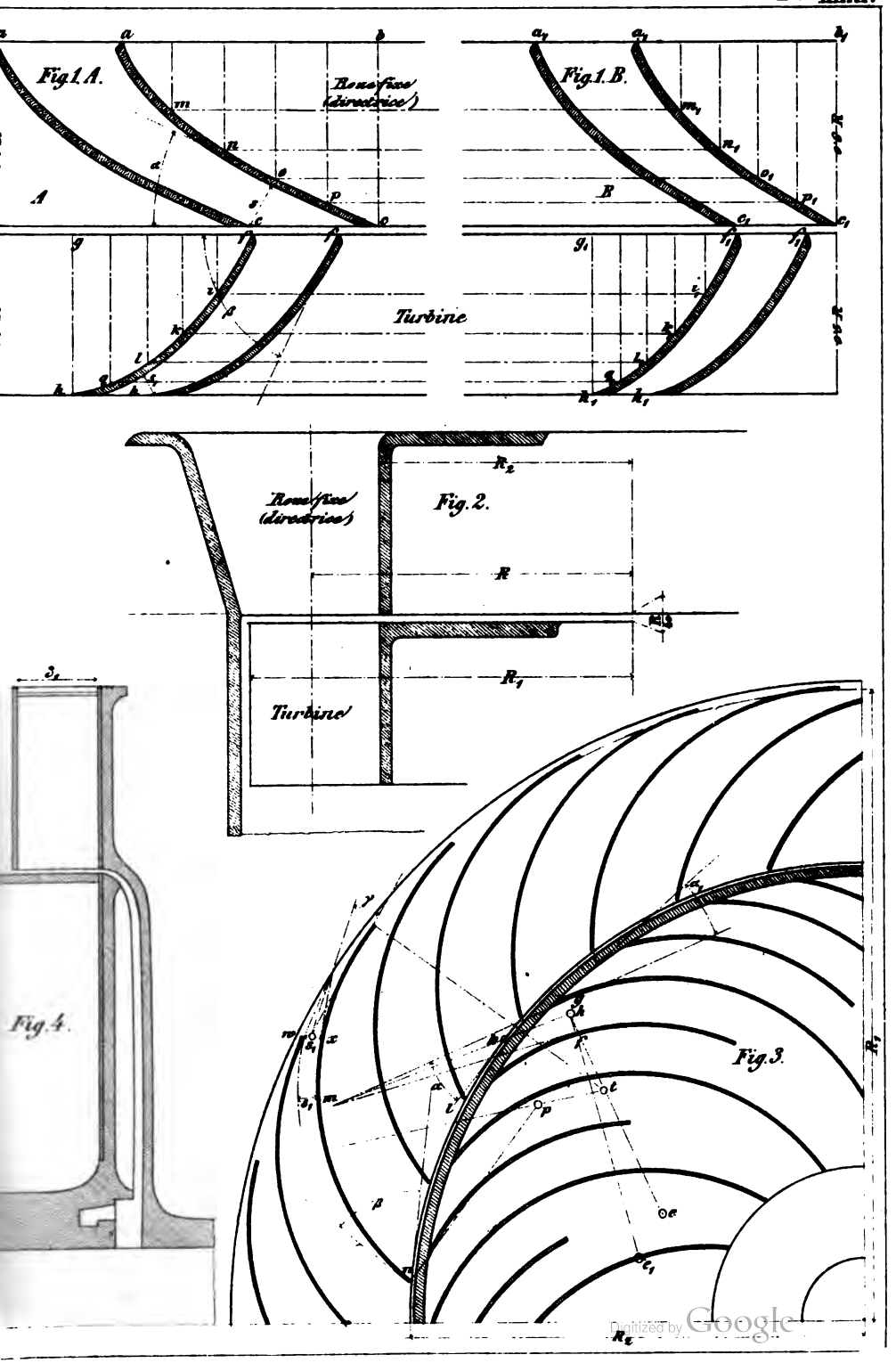






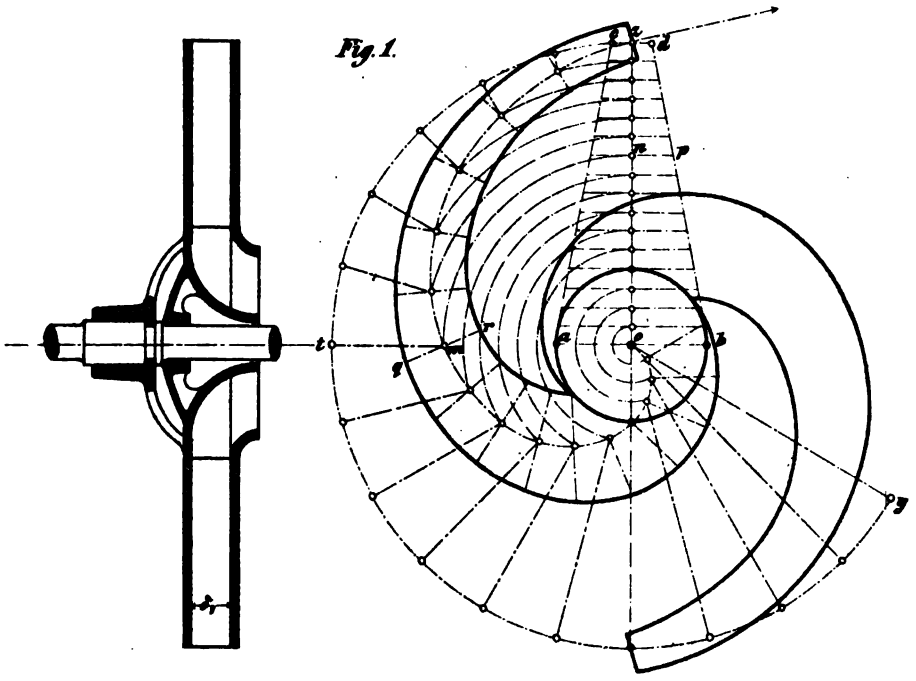
Digitized by Google

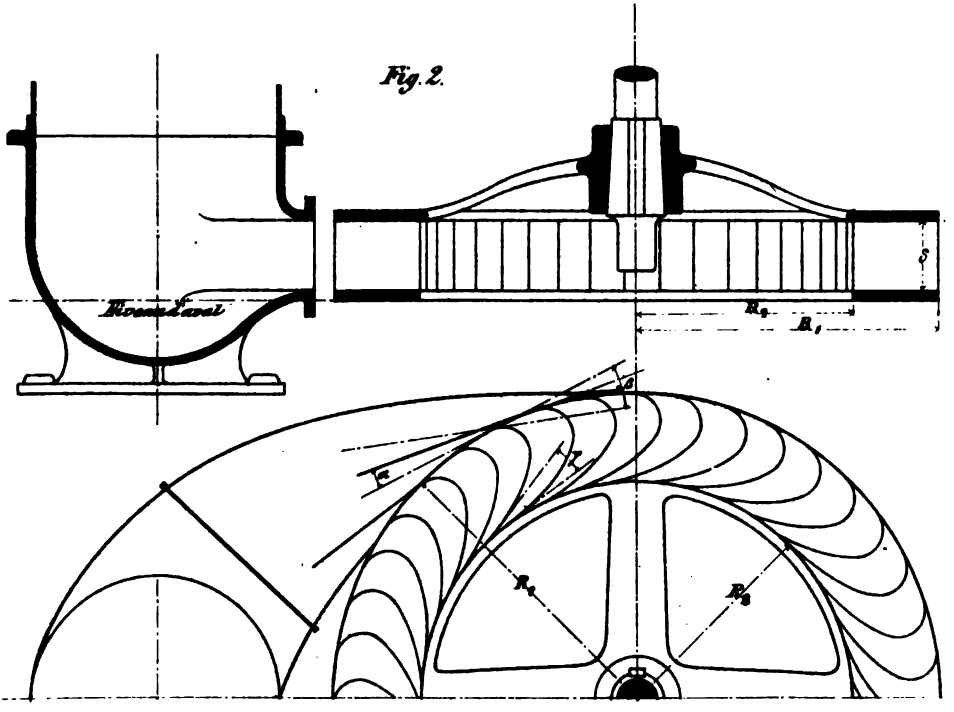
Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google





Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 1.

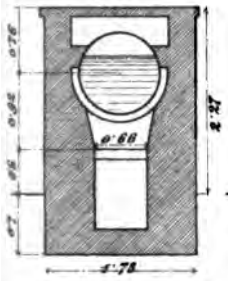


Fig. 2.

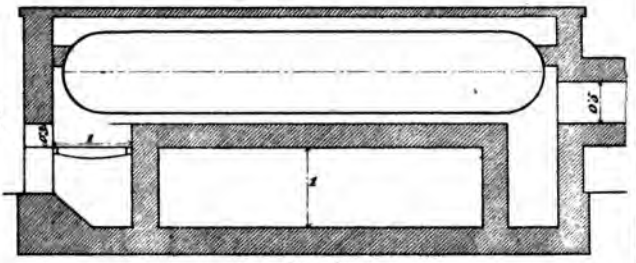


Fig. 3

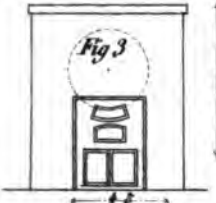


Fig. 4.

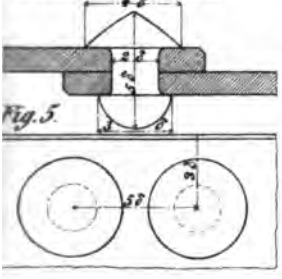


Fig. 5.

Fig. 6.

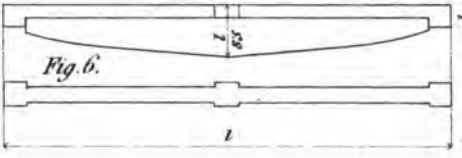


Fig. 8.

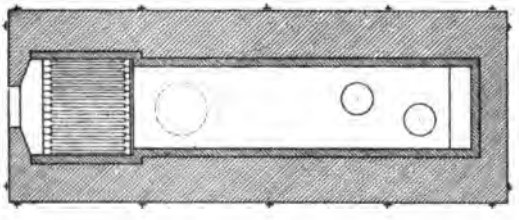


Fig. 11

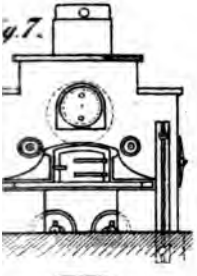
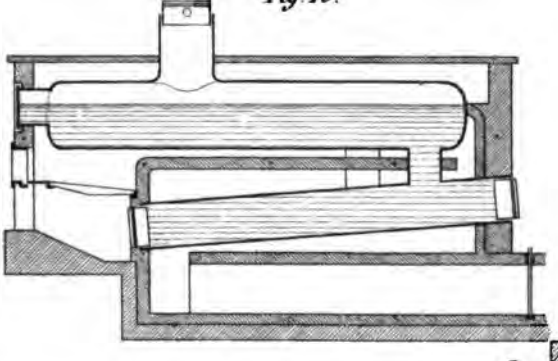
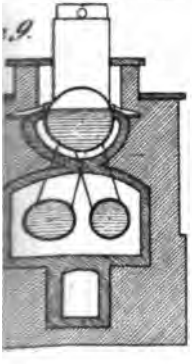
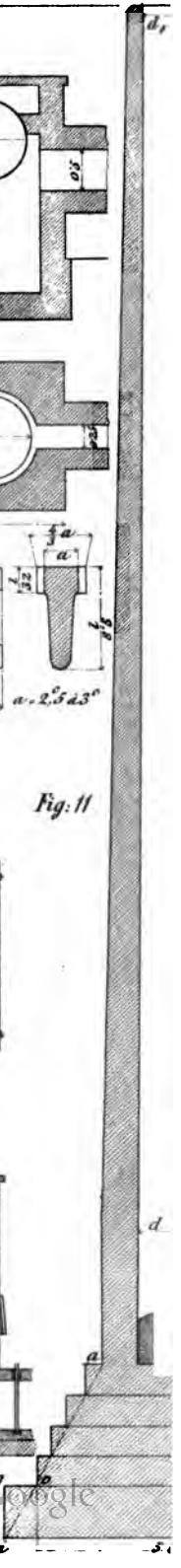


Fig. 10.

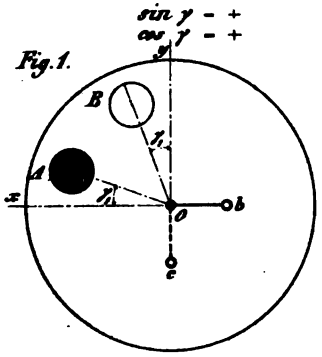


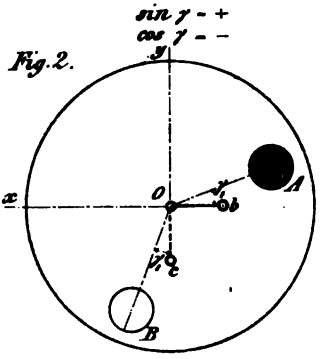


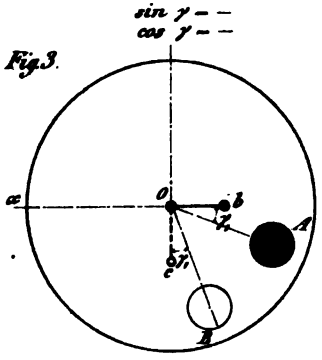


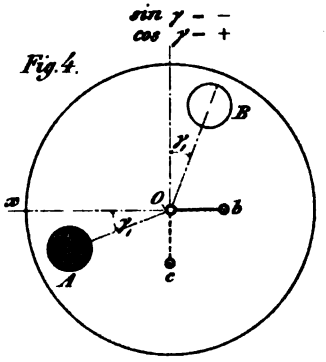
Digitized by Google

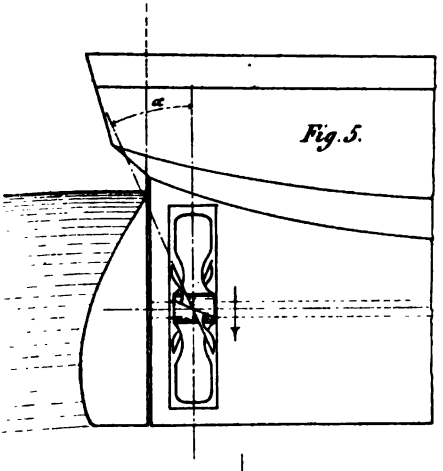
Digitized by Google

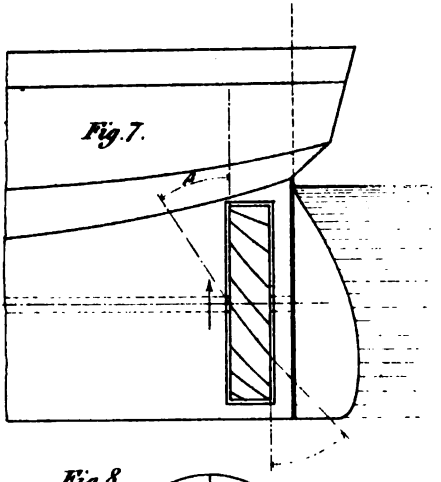


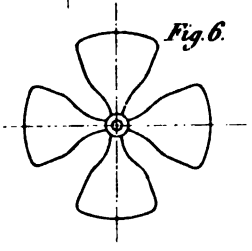


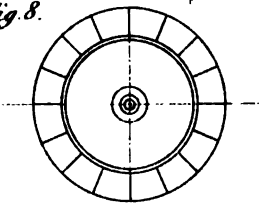












Digitized by Google

Lith. v. b. Generalstabs Karlsruhe

Digitized by Google

Fig. 1.

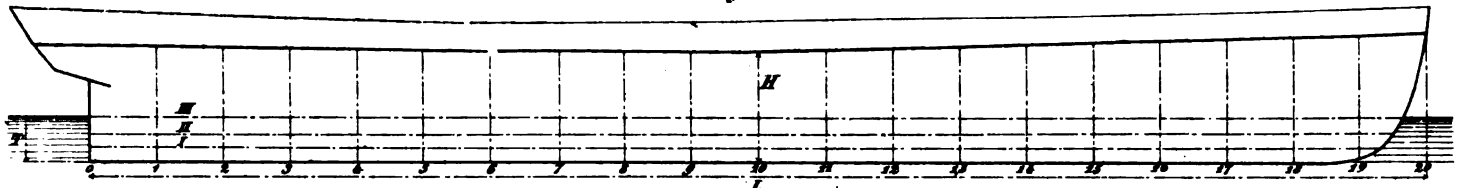


Fig. 2.

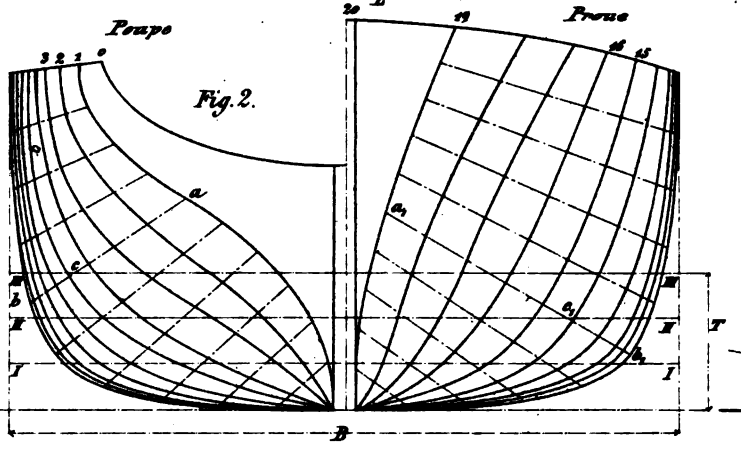


Fig. 4.

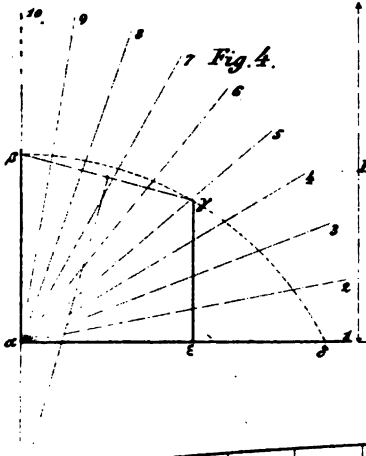


Fig. 5.

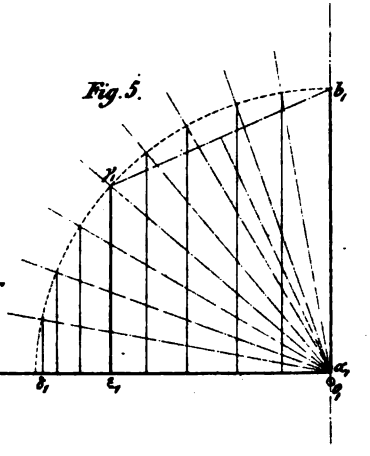
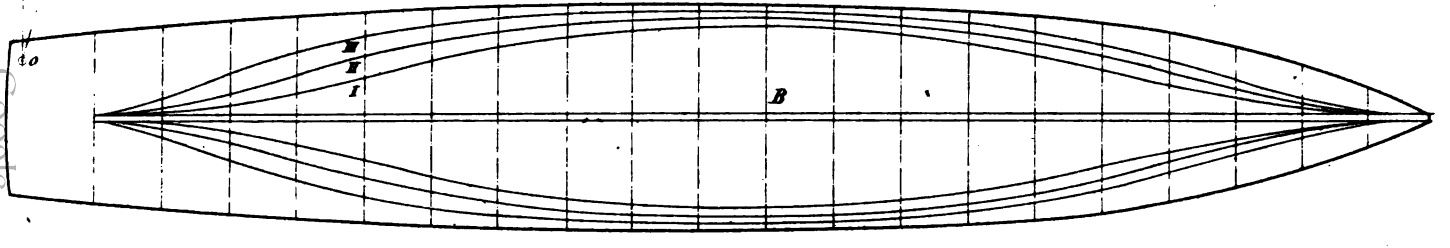
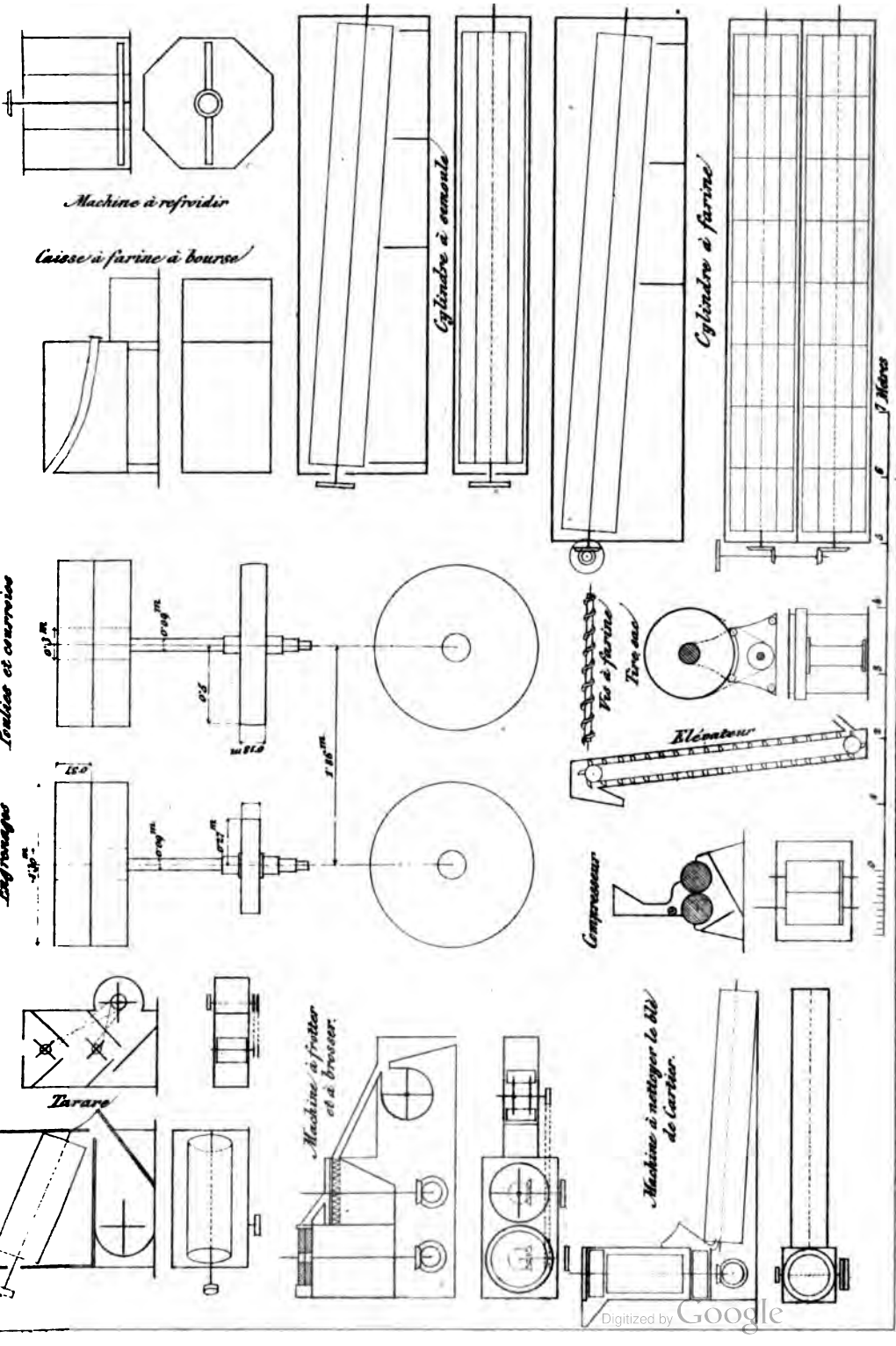


Fig. 3.



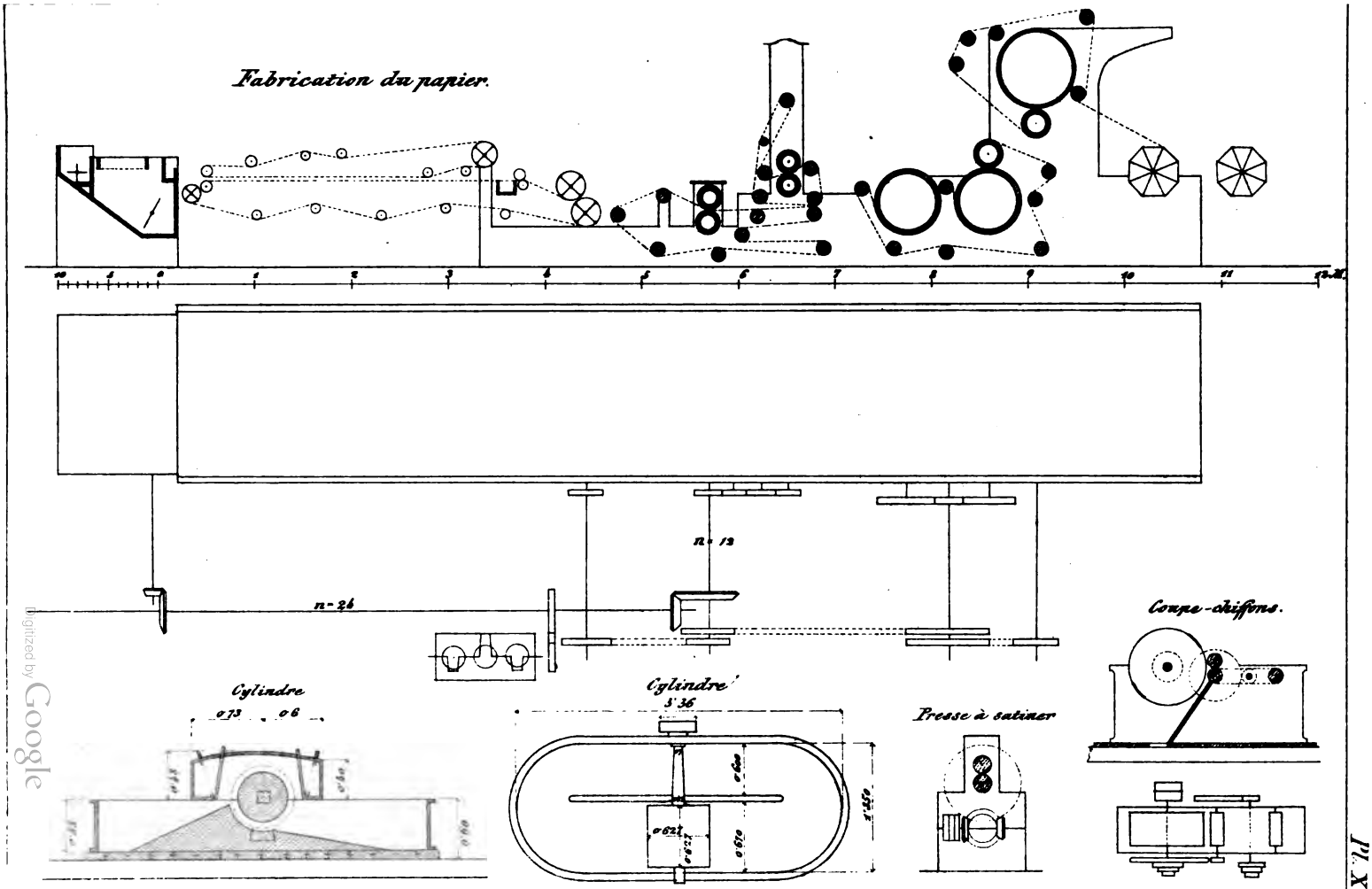
Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google



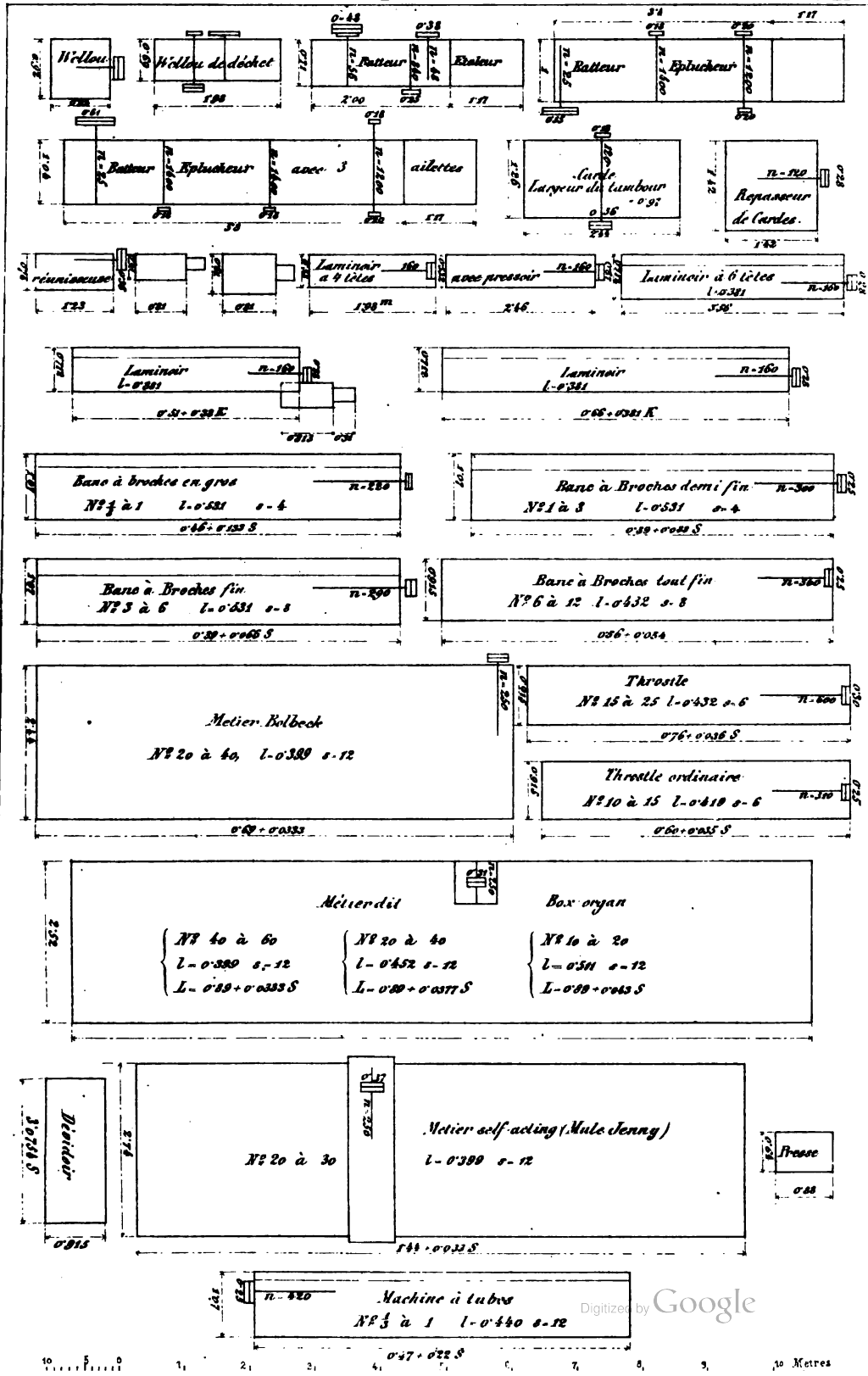
Pl. XL

Digitized by Google

Digitized by Google

Machines pour filature de coton.

Pl. XL



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

1717 2422

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

89088907670

b89088907670a

K.F. WENDT LIBRARY
UW COLLEGE OF ENGR.
215 N. FRANKLIN AVENUE
MADISON, WI 53

Digitized by Google

TB
R24

K.F. WENDT LIBRARY
UW COLLEGE OF ENGR.
215 N. RANDALL AVENUE
MADISON, WI 53706

Digitized by Google

89088907670

B89088907670A

Digitized by Google